

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE

U.F.R. SCIENCES ET TECHNIQUES

ECOLE DOCTORALE ENVIRONNEMENT - SANTÉ/STIC (E2S)

THÈSE

présentée par

Nicolas WALTER

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

discipline Instrumentation et Informatique de l'Image

DÉTECTION DE PRIMITIVES PAR UNE APPROCHE DISCRÈTE ET NON LINÉAIRE ; APPLICATION À LA DÉTECTION ET LA CARACTÉRISATION DE POINTS D'INTÉRÊT DANS LES MAILLAGES 3D

Soutenue le 26 août 2010 devant la commission d'examen

JURY

El-Bay BOURENNANE	Professeur	Président du jury
Florent DUPONT	Professeur	Rapporteur
Georges-Pierre BONNEAU	Professeur	Rapporteur
Philippe CARRE	Maître de conférences	Examineur
Olivier LALIGANT	Professeur	Directeur de thèse
Olivier AUBRETON	Maître de conférences	Encadrant

A ma femme et mon fils,
Mariam et Elidjah.



Remerciements

Dans la vie d'un chercheur, la thèse est une épreuve qui se déroule généralement sur trois années. Cela paraît long au départ, mais au fur et à mesure des recherches et implémentations, on se rend compte que le temps manque cruellement. Vous avez entre les mains le résultat de ces longs mois de labeur. Il est difficile de croire que tout soit résumé dans ces quelques pages.

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire d'Électronique, Informatique et Image (Le2i), Unité Mixte de Recherche (UMR) CNRS 5158, Université de Bourgogne, 12 rue de la fonderie, 71200 LE CREUSOT.

Je tiens à remercier les professeurs Jean-Marie BILBAULT et David FOFI, respectivement directeur du Laboratoire Le2i (basé à Dijon) et directeur de la cellule Vision3D (basée au Creusot) pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire.

Je souhaite vivement remercier Monsieur Florent DUPONT, professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1 et Monsieur Georges-Pierre BONNEAU, professeur à l'Université de Grenoble et Monsieur Philippe CARRE, maître de conférences à l'Université de Poitiers, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être respectivement rapporteurs de ce mémoire et président du jury.

Je remercie mon directeur de thèse, Olivier LALIGANT, professeur. Comme il le dit souvent, la recherche est une passion, qui demande énormément d'investissement personnel. Mais une thèse exige aussi un esprit de synthèse et une grande rigueur, une part d'imagination et beaucoup de remise en question. Dans les moments de doute, il arrive parfois d'oublier une de ces règles et je remercie mon encadrant, Olivier AUBRETON, maître de conférences, pour le temps qu'il m'a consacré, son esprit critique et ses remarques judicieuses sans lesquelles cette thèse n'aurait jamais aboutie.

Je tiens également à exprimer ma plus sincère gratitude à Yohan FOUGEROLLE, maître de conférences et ami, pour son aide précieuse et ses conseils avisés, aussi bien scientifiques que littéraires, qui m'ont énormément apporté.

Mes remerciements s'adressent également à tous les enseignants-chercheurs, du Creusot, pour leur accueil et leur convivialité, sans lesquels ces trois années auraient été

beaucoup plus difficiles à traverser. Je remercie particulièrement, Fabrice MERIAU-DEAU, Ralph SEULIN, Christophe STOLZ, Olivier MOREL et Désiré SIDIBE pour les échanges constructifs que nous avons pu avoir.

Je n'oublierai pas Madame Nathalie CHOFFAY, secrétaire CNRS du laboratoire, avec qui j'ai eu l'immense plaisir de travailler durant cette thèse et qui m'a beaucoup épaulé pour tous les documents administratifs.

Je suis reconnaissant envers les doctorants du laboratoire pour les nombreux échanges que nous avons eus. Je remercie particulièrement, Youssef, Mathias, Pierre-Emmanuel, Benjamin, Thomas, Thierry, Gonen, Magali, ainsi que les derniers arrivants, Iqbal, Saleh, Intuon, Bushra, Rindra, Alban, Souhail et Abd El Rahman.

Enfin un grand merci à mes parents, ma famille et mes amis pour m'avoir soutenu et encouragé pendant ces années passées à m'isoler pour finaliser ces travaux. Mille et un baisers à Mariam, toujours patiente et attentive, ainsi qu'à mon petit Elidjah qui est venu illuminer ma vie. Il m'est impossible d'imaginer où je serais sans vous tous aujourd'hui.

Résumé

Ce manuscrit est dédié à la détection et la caractérisation de points d'intérêt dans les maillages. Nous montrons tout d'abord les limitations de la mesure de courbure sur des contours francs, mesure habituellement utilisée dans le domaine de l'analyse de maillages. Nous présentons ensuite une généralisation de l'opérateur SUSAN pour les maillages, nommé SUSAN-3D. La mesure de saillance proposée quantifie les variations locales de la surface et classe directement les points analysés en cinq catégories : saillant, crête, plat, vallée et creux. Les maillages considérés sont à variété uniforme avec ou sans bords et peuvent être réguliers ou irréguliers, denses ou non et bruités ou non. Nous étudions ensuite les performances de SUSAN-3D en les comparant à celles de deux opérateurs de courbure : l'opérateur de Meyer et l'opérateur de Stokely. Deux méthodes de comparaison des mesures de saillance et courbure sont proposées et utilisées sur deux types d'objets : des sphères et des cubes. Les sphères permettent l'étude de la précision sur des surfaces différentiables et les cubes sur deux types de contours non-différentiables : les arêtes et les coins. Nous montrons au travers de ces études les avantages de notre méthode qui sont une forte répétabilité de la mesure, une faible sensibilité au bruit et la capacité d'analyser les surfaces peu denses. Enfin, nous présentons une extension multi-échelle et une automatisation de la détermination des échelles d'analyse qui font de SUSAN-3D un opérateur générique et autonome d'analyse et de caractérisation pour les maillages.

Mots clefs : saillance, détection, caractérisation, points d'intérêt, points saillants, maillages irréguliers, analyse multi-échelle.

Primitives detection by a discrete and nonlinear approach ;
Application to the detection and characterization of interest
points for 3D meshes.

Abstract

This manuscript is dedicated to the detection and characterization of interest points for 3D meshes. First of all, we show the limitations of the curvature measure on sharp edges, the measure usually used for the analysis of meshes. Then, we present a generalization of the SUSAN operator for meshes, named SUSAN-3D. The saliency measure

proposed quantify the local variation of the surface and classify directly the analysed vertices in five classes : salient, crest, flat, valley and cavity. The meshes under consideration are manifolds and can be closed or non-closed, regulars or irregulars, dense or not and noised or not. The accuracy of the SUSAN-3D operator is compared to two curvature operators : the Meyer's operator and the Stokely's operator. Two comparison methods of saliency and curvature measures are described and used on two types of objects : spheres and cubes. The spheres allow the study of the accuracy for differentiable surfaces and the cubes for two types of sharp edges : crests and corners. Through these studies, we show the benefits of our method that are a strong repeatability of the measure, high robustness to noise and capacity to analyse non dense meshes. Finally, we present a multi-scale scheme and automation of the determination of the analysis scales that allow SUSAN-3D to be a general and autonomous operator for the analysis and characterization of meshes.

Mots clefs : saliency, detection, characterization, interest points, salient points, irregular meshes, multi-scale analysis.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Détection de points d'intérêt	4
2.1	Définition du point d'intérêt	4
2.2	État de l'art 2D	5
2.2.1	Conclusion	7
2.3	Définition du maillage	7
2.3.1	Le maillage (généralité)	8
2.3.2	Géométrie et topologie	8
2.3.3	Voisinage	10
2.3.4	Type du maillage	11
2.3.5	Régularité	12
2.3.6	Densité	16
2.3.7	Attribut de courbures	17
2.3.8	Problèmes liés à la courbure	18
2.4	État de l'art 3D	19
2.4.1	Classification préliminaire des méthodes	19
2.4.2	Adaptation d'opérateurs 2D pour le 3D	21
2.4.3	Méthodes par approximation de surfaces (SFM)	22
2.4.4	Méthode d'approximation totale de courbure (TCM)	23
2.4.5	Méthode par approximation de courbes (CFM)	24
2.4.6	Nouvelles méthodes de « feature sensitive » et « integral invariant »	24
2.5	Conclusion	26
3	L'opérateur SUSAN-3D	28
3.1	Principe des « integral invariant »	28
3.2	Opérateur SUSAN 2D	30
3.2.1	Principe de l'opérateur	31

3.2.2	Normalisation de l'opérateur SUSAN	35
3.2.3	Notion de saillance	38
3.2.4	Application de SUSAN à la mesure de saillance	38
3.2.5	Conclusion	48
3.3	Opérateur SUSAN-3D	48
3.3.1	Calcul du volume USAN	50
3.3.2	Calcul de l'intersection	50
3.3.3	Extraction des directions et valeurs principales de saillance	51
3.3.4	Amélioration de l'échantillonnage du volume	58
3.4	Conclusion	61
4	Comparaison de l'opérateur SUSAN-3D aux opérateurs de courbure	62
4.1	Méthode de comparaison des opérateurs de courbure et de saillance	63
4.1.1	Stratégie pour une mesure objective des performances	64
4.1.2	Choix des objets de test	66
4.2	Contours de type différentiable	71
4.2.1	Performance dans un voisinage direct	71
4.2.2	Performance dans un voisinage étendu	72
4.2.3	Résistance au bruit	76
4.2.4	Conclusion sur les performances de l'opérateur SUSAN-3D pour les surfaces différentiables	82
4.3	Contours de type non-différentiable	82
4.4	Conclusion	86
5	Multi-échelle	90
5.1	Principe de l'analyse multi-échelle	90
5.2	Extension multi-échelle de l'opérateur SUSAN-3D	93
5.3	Automatisation des mesures et détermination des échelles d'analyse	93
5.4	Résistance au niveau de bruit le long des échelles	96
5.5	Quelques résultats	101
5.6	Conclusion	106
6	Conclusion	110
	Bibliographie	113
A	Tableaux de résultats	123

Table des figures

2.1	Exemples de points d'intérêt coins (a), jonction en T (b) et variations de texture (c).	5
2.2	Présentation de quelques maillages : (a) un icosaèdre, (b) une selle de cheval, (c) le Dragon de Stanford et (d) un silex (objet archéologique). (a et b) sont des objets synthétiques et (c et d) des objets réels. Le Dragon présenté ici est une version simplifiée de celui numérisé à l'Université de Stanford. Cet objet ne présente pas d'arêtes franches et très peu de points non-différentiables, malgré la simplification. Le Silex, numérisé au Le2i (Laboratoire d'Electronique Informatique et Image), présente quant à lui un grand nombre d'arêtes franches (sur les bords), points non-différentiables sur lesquels la courbure n'est pas calculable. Des points non-différentiables peuvent être présents bien que la description soit dense.	9
2.3	Exemples de différentes orientations de la normale d'une face selon la numérotation des sommets.	10
2.4	Exemples de voisinages, (a, b, c) voisinages 1, 2, 3 pour un point et (d, e, f) voisinages 1, 2, 3 pour une face.	11
2.5	Exemples de maillages à « variété uniforme » (manifold). (a) Une peluche constituée d'une seule surface. (b) Un dragon constitué de plusieurs surfaces. Nous nous intéresserons uniquement aux objets décrits par une seule surface.	12
2.6	Exemple de maillages, irrégulier avec des points de valence quelconque (a), semi-régulier avec des points de valence 5 et 6 (b) et régulier avec des points de valence 6 (c).	13
2.7	Déformation des contours d'un cube par un algorithme de remaillage uniforme. Visualisation du cube dans son ensemble (a). Zoom sur un coin de ce cube (b). zoom sur le même coin de cube après remaillage (c). . . .	14

2.8	Exemple de différentes densités pour une oreille du Dragon de Stanford, les différentes représentations ont été obtenues par remaillage adaptatif. Les densités sont de 435524 points (a), 109337 points (b), 54886 points (c) et 12499 points (d). On voit que le remaillage garde plus de points sur les zones de forte courbure.	15
2.9	Mire permettant de déterminer la précision d'un système optique (a) et la résolution d'un système de numérisation 3D (b).	16
2.10	Directions des courbures principales κ_1 et κ_2 extraites sur un contour synthétique de type x^2	18
3.1	Exemple de différentes positions du filtre de SUSAN dans une image (a). Zone <i>USAN</i> (hachurée) extraite en ces différentes positions (b).	32
3.2	Illustration des fonctions de régularisation du contraste. En bleu, la fonction carré ou porte de seuillage (classique). En vert, la fonction de régularisation gaussienne. En rouge, la fonction de régularisation optimum utilisée par l'opérateur SUSAN.	32
3.3	Image originale (a), résultats de détection sans régularisation (b) et résultats de détection avec régularisation (c).	34
3.4	Image originale (a) et résultats de l'opérateur SUSAN normalisé (b).	36
3.5	Exemple de contours extraits par l'opérateur SUSAN normalisé. (a) image originale et (b) image de contour. La largeur de la fenêtre d'analyse est de 13 pixels, le seuil de contraste t est défini comme la moitié de l'écart-type de l'image et σ comme la moitié du rayon d'inspection.	37
3.6	Intersection d'une fenêtre circulaire et d'un profil différentiable $f(x) = -x^2$ et $\epsilon = 1$	39
3.7	Évolution du degré de saillance en fonction de la courbure $\kappa(0)$	41
3.8	Intersection d'une fenêtre circulaire et d'un profil non-différentiable $f(x) = - x $ et $\epsilon = 1$	42
3.9	Évolution du degré de saillance en fonction du paramètre de pseudo-courbure b	43

- 3.10 Illustration de la mesure de saillance et de courbure pour un même contour franc. En noir, P_0 le point d'inspection, P_1 et P_2 les extrémités des deux mailles formant le contour analysé. La taille d'une maille $L = \|\overrightarrow{P_0P_1}\| = \|\overrightarrow{P_0P_2}\|$. L'angle θ représente la moitié de l'ouverture du contour analysé. Le cercle bleu représente le disque d'inspection de l'opérateur SUSAN de rayon $\epsilon = L$ utilisé pour le calcul du degré de saillance S_d . Le cercle rouge représente le cercle de courbure, de centre C_0 et de rayon de courbure $R = \frac{1}{\kappa}$. Le cercle de courbure est le cercle circonscrit au triangle $P_2P_0P_1$ (les points définissant les mailles). La longueur B symbolise la médiatrice du segment $[P_0, P_1]$. α représente l'angle entre la médiatrice et le segment $[C_0, P_0]$ 44
- 3.11 Illustration des différents disques d'inspection pour la mesure de saillance et de courbure en fonction de la taille des mailles. En vert, le contour analysé et l'étoile noire, le point d'inspection. Les cercles bleus symbolisent les disques d'inspection pour la mesure de saillance S_d . Les cercles noirs représentent les points d'intersection des disques d'inspection et du contour analysé et symbolisent également l'évolution des tailles des mailles. Les cercles rouges représentent les cercles de courbure, circonscrits aux points des mailles. Le rayon de courbure donne la courbure $\kappa = \frac{1}{R}$ 46
- 3.12 Évolution du degré de saillance S_d et de la courbure κ en fonction des tailles des mailles L . Avec l'échelle de courbure en bleu à gauche et l'échelle de saillance en vert à droite. La courbe bleue représente l'évolution des valeurs de courbure mesurées en fonction des tailles des mailles L . La courbe rouge en pointillé représente l'évolution théorique des valeurs de courbure, établie par l'équation (3.32). La courbe verte représente l'évolution des mesures de saillance en fonction des tailles des mailles L . La mesure de saillance est indépendante de la densité de la description du contour analysé. 47
- 3.13 Vue de coupe de la projection des centres de gravité de deux voxels de l' ϵ -ball sur le patch de faces extrait. En noir, le patch de faces extrait du maillage composé des points $P_{1..5}$ et des normales N associées aux faces. En bleu, l' ϵ -ball centrée au point P_3 du maillage et son rayon d'inspection ϵ . En rouge, la normale moyenne N_{moy} du patch extrait et V_0 le point d'intersection (extérieur au maillage) de l' ϵ -ball et de N_{moy} . En vert, les centres de gravité des voxels V_1 et V_2 , ainsi que les directions de projection V_{dir1} et V_{dir2} , des centres de gravité des voxels sur la surface. 52

3.14	Exemple de calcul du volume V_{USAN} . (a) ϵ -ball et surface non-différentiable. (b) Centre de gravité des voxels de l' ϵ -ball. (c) Classification des voxels Intérieur/Extérieur, avec les points rouges représentant le V_{USAN} . (d) V_{USAN} extrait.	53
3.15	Schéma synthétique du calcul des degrés de saillance.	54
3.16	Exemple d'extraction du V_{USAN} . En rouge, les centres de gravité des points échantillons du volume. En bleu, le point d'inspection. En vert, le moment zéro des points échantillons.	55
3.17	Projection des points échantillons du V_{USAN} sur le plan tangent extrait. En bleu, le point inspecté, en rouge, les points échantillons et en vert le ϵ -cercle qui représente la largeur ϵ de l'opérateur. Le vecteur rouge représente la direction du degré de saillance maximum et le vecteur bleu représente la direction du degré de saillance minimum.	56
3.18	Exemple de classification par l'opérateur SUSAN-3D d'un silex. Visualisation de l'objet réel (a), les parties supérieure et inférieure du maillage irrégulier (b et c) et les parties supérieure et inférieure du maillage classé (d et e) en fonction du type de contour.	57
3.19	Exemples d'échantillonnages de volume obtenus à partir d'un Octree (a), de coordonnées sphériques (b), de Monte-Carlo (c) et de sphères concentriques (d).	59
3.20	$\overline{S_d}$ pour un modèle de Selle, 441 points, pour un voisinage étendu : voxellisation (a), coordonnées sphériques (b), Monte-Carlo (c), et sphères concentriques (d). Les points noirs sont des points non calculés, car l'intersection entre l' ϵ -ball et le patch de faces extrait autour du point d'inspection n'est pas close.	60
4.1	Dérivée numérique de l'équation (3.23) pour un $\Delta\kappa = 10^{-3}$ obtenue pour différents rayons d'analyse ϵ	64
4.2	Dérivée numérique de l'équation (3.23) pour un $\Delta\kappa = 10^{-4}$ obtenue pour différents rayons d'analyse ϵ	65
4.3	Visualisation de quelques sphères régulières utilisées pour les mesures de précision des opérateurs. Sphères régulières 642 points (a), 812 points (b), 1442 points (c) et 5762 points (d).	67
4.4	Visualisation de quelques sphères irrégulières utilisées pour les mesures de précision des opérateurs. Sphères irrégulières 642 points (a), 812 points (b), 1442 points (c) et 5762 points (d).	68

4.5	Visualisation de deux cubes utilisés pour les mesures de précision des opérateurs. Cube 386 points (a) et cube 218 points (b).	70
4.6	Courbes de tendances des erreurs RMS relatives obtenues dans un voisinage direct, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.5 et A.6 en Annexe). Les courbes ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.	73
4.7	Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.7 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.	74
4.8	Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 1$, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.9 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.	75
4.9	$\bar{\kappa}$ et $\overline{S_d}$ extraits sur la sphère; 642 points maillés régulièrement avec un bruit d'écart-type de 0.04, une largeur de fenêtre d'analyse de $\epsilon = 0.5$, avec l'opérateur de Stokely (a) et l'opérateur SUSAN-3D (b). L'opérateur SUSAN-3D montre plus de sensibilité que l'opérateur de Stokely au niveau de la détection des arêtes et points saillants.	76
4.10	$\bar{\kappa}$ et $\overline{S_d}$ extraits sur la sphère; 2432 points maillés régulièrement avec un bruit d'écart-type de 0.04, une largeur de fenêtre d'analyse de $\epsilon = 0.5$, avec l'opérateur de Stokely (a) et l'opérateur SUSAN-3D (b). L'opérateur SUSAN-3D montre plus de sensibilité que l'opérateur de Stokely au niveau de la détection des arêtes et points saillants.	77
4.11	Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L'écart-type de bruit est de 0.001. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.11 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.	78

4.12 Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d’analyse $\epsilon = 1$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L’écart-type de bruit est de 0.002. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.12 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d’ordre 4. 79

4.13 Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d’analyse $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L’écart-type de bruit est de 0.004. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.13 (a) et (b)). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d’ordre 4. 80

4.14 Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d’analyse $\epsilon = 1$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L’écart-type de bruit est de 0.008. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.14 (a) et (b)). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d’ordre 4. 81

4.15 Illustration du rayon d’inspection déduit sur les cubes pour respecter les limitations de l’opérateur de Meyer. Avec la sphère de rayon $\epsilon = 0.311$, déduite pour le maillage de cube 1538 points, en vert et le point d’inspection en bleu. Vue globale du cube 1538 points (a), zoom sur la sphère vue de face (b) et vue du dessus de la sphère (c). 83

4.16 Evolution des moyennes de $\bar{\kappa}$ et \bar{S}_d mesurées sur les points de type coin (a) et de type arête (b). La saillance ne varie pas en fonction de la description du maillage (variation maximum inférieure à $3 * 10^{-4}$) que ce soit pour les coins ou les arêtes. La courbure varie fortement en fonction de la description du maillage, à la fois sur les coins et les arêtes. 85

4.17	Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage direct sur les différents cubes. Erreurs RMS relatives globales (a), pour les contours de type coin (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.15 et A.16). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 6.	87
4.18	Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage direct sur les différents cubes. Erreurs RMS relatives pour les contours de type arête (a) et plat (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.17 et A.18). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 6.	88
5.1	Illustration d'un résultat multi-échelle obtenu sur un icosaèdre (642 points) bruité, niveau de bruit égal à 0.008, pour quatre différentes échelles d'analyse, avec un rayon ϵ limité au voisinage direct pour l'échelle la plus fine et environ quatre fois plus grande pour l'échelle la plus grossière. Les résultats sont présentés de l'échelle la plus fine (a) à la plus grossière (d), respectivement. Les artefacts détectés à l'échelle la plus fine sont atténués à l'échelle la plus grossière.	91
5.2	Phénomène de disparition des détails sur l'objet Dragon de Stanford lors de l'augmentation de l'échelle d'analyse.	92
5.3	Résultats de l'analyse d'un icosaèdre 642 points sur quatre échelles avec l'opérateur de SUSAN-3D.	94
5.4	Résultats de l'analyse d'un icosaèdre 642 points sur quatre échelles avec l'opérateur de Stokely.	95
5.5	Exemples d'échelles les plus fines et les plus grossières extraites sur un icosaèdre (642 points) avec un maillage pseudo-régulier (a), sur une supershape (1026 points) avec un maillage pseudo-régulier (b) et sur une version simplifiée du dragon de Stanford (12499 points) avec un maillage irrégulier (c).	97

5.6 Courbes de tendances des Erreurs RMS relatives des différents opérateurs, obtenues sur le plan 1638 points bruité avec un écart type de bruit de 0.001 (a), 0.002 (b). L'axe des abscisses représente les échelles par ordre croissant, de la plus fine, numéroté 1, à l'échelle la plus grossière, numéroté 4. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux 5.1 et 5.2). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 3. 99

5.7 Courbes de tendances des Erreurs RMS relatives des différents opérateurs, obtenues sur le plan 1638 points bruité avec un écart type de bruit de 0.004 (a), 0.008 (b). L'axe des abscisses représente les échelles par ordre croissant, de la plus fine, numéroté 1, à l'échelle la plus grossière, numéroté 4. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux 5.3 et 5.4). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 3. 100

5.8 Echelle de couleurs mise en place pour la représentation des degrés de saillance sur des objets non bruités. 101

5.9 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique de cube. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 102

5.10 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique (CAO) de roue à ailettes. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 103

5.11 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique (CAO) d'un boulon. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 104

5.12 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle du Dragon de Stanford simplifié. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 105

5.13 Echelle de couleurs mise en place pour la représentation des degrés de saillance du silex, objet bruité. Le rouge représentant le minimum de degré de saillance et le bleu le maximum à une échelle donnée. 106

5.14 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un silex (face arrière). Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 107

5.15 Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un silex (face avant). Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse. 108

Liste des tableaux

3.1	Tableau récapitulatif des seuils utilisés pour classer les points de maillage en cinq classes et les codes couleurs correspondant associés à chaque classe.	56
4.1	Tableau récapitulatif des performances des opérateurs. Les symboles $-$, 0 , $+$ indiquent le moins, moyen, et le plus de performances, respectivement. Le symbole \times indique qu'il n'y a pas de résultat pour cette configuration.	82
4.2	Valeurs de saillance moyennes de référence pour les différents types de point des cubes.	84
5.1	Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.001. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.	98
5.2	Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.002. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.	98
5.3	Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.004. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.	98
5.4	Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.008. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.	98
A.1	Nombres et types de décompositions utilisées pour créer les différentes sphères régulières. Les ϵ retenus correspondent aux rayons d'analyses, utilisés pour l'étude des sphères régulières et irrégulières dans un voisinage direct, déterminés par moyennages successifs des valeurs $M_{oy} \pm E_{CT}$ et $M_{ed} \pm E_{CT}$. Les rayons d'analyses correspondent environ à la dimension d'une maille pour chacune des sphères. Les valeurs des distances point/point médiane, moyenne, écarts-type, minimum et maximum sont présentées en Annexe dans les tableaux A.2 et A.3 pour chacune de ces sphères.	124

A.2	Tableau récapitulatif des valeurs médiane, moyenne, écart-type, minimum et maximum des distances point/point dans le voisinage directe pour chacune des sphères régulières créées pour les tests.	125
A.3	Tableau récapitulatif des valeurs médiane, moyenne, écart-type, minimum et maximum des distances point/point dans le voisinage directe pour chacune des sphères irrégulières créées pour les tests.	126
A.4	Nombres et types de décompositions utilisées pour créer les différents cubes. Les ϵ retenus correspondent aux rayons d'analyses, utilisés pour l'étude des cubes dans un voisinage direct, déterminés par la distance point/arête minimum sur l'ensemble des points de chacun des maillages. Les (a), (b), (a,c) et (b,d) donnent les ordres dans lesquelles ont été appliquées les différentes décompositions pour obtenir le maillage.	127
A.5	Erreurs RMS relatives des opérateurs dans un voisinage direct, obtenues sur les sphères maillées régulièrement.	128
A.6	Erreurs RMS relatives des opérateurs dans un voisinage direct, obtenues sur les sphères maillées irrégulièrement.	129
A.7	Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur des sphères maillées régulièrement.	130
A.8	Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur des sphères maillées irrégulièrement.	131
A.9	Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur des sphères maillées régulièrement.	132
A.10	Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur des sphères maillées irrégulièrement.	133
A.11	Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage direct, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).	134
A.12	Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).	135
A.13	Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).	136
A.14	Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).	137

A.15 Erreurs RMS relatives globales obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.	138
A.16 Erreurs RMS relatives des contours de type coin, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.	139
A.17 Erreurs RMS relatives des contours de type arête, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.	140
A.18 Erreurs RMS relatives des contours de type plat, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.	141

Chapitre 1

Introduction

L'équipe Vision 3D du laboratoire Le2i, s'était initialement spécialisée dans le contrôle qualité par vision artificielle. Progressivement elle s'est tournée vers la vision tridimensionnelle, dans les domaines de l'acquisition et du traitement de l'information. Les travaux menés depuis 2003 dans ce domaine se sont centrés principalement sur le développement de solutions de numérisation non conventionnelles, adaptées à des objets présentant des surfaces problématiques telles que les surfaces spéculaires (poli-miroir) ou transparentes. Plusieurs thèses ont été soutenues ou sont en cours sur le sujet et ont conduit à des solutions originales ([1], [2], [3]) destinées à lever ce verrou.

L'automatisation de la numérisation est également une thématique développée par l'équipe. Dans sa thèse, Benjamin Loriot a été le premier à rechercher des stratégies permettant la numérisation intégrale d'un objet sans l'intervention d'un opérateur pour le recalage des vues. Dans sa thèse, Youssef Bokhabrine s'intéresse actuellement à la numérisation complète de pièces métalliques de grande taille en cours de forgeage et à l'analyse automatique de leurs dimensions.

Enfin des travaux ont également porté sur la représentation et la comparaison de modèles 3D : Yohan Fougerolles s'est intéressé à une représentation basée sur les R-Functions [4], Mickaël Roy a travaillé sur la représentation multi-résolution de maillages irréguliers et sur la comparaison à d'autres modèles [5].

Bien que certains membres de l'équipe du Creusot se soient intéressés dans le passé à la détection et à l'analyse de contours dans le domaine 2D, aucune recherche n'avait été menée jusqu'alors sur l'étude et le développement de solutions d'analyse de contours et de points caractéristiques 3D.

Pourtant, dans le domaine de la métrologie, un des problèmes majeurs est de définir des points entre lesquels la mesure doit être effectuée. Pour ce faire, il est nécessaire de définir les contours de l'objet ou d'extraire des points d'intérêt, comme cela est effectué

dans les systèmes 2D pour la mesure sur des images. Cependant l'analyse des maillages ne paraît pas aussi simple que sur une image. En effet, selon le type d'acquisition et d'objet, les maillages de sorties, représentations numériques virtuelles en 3D de l'objet, peuvent conduire à différentes représentations : objet, entièrement ou partiellement numérisé, représenté par un maillage dense ou non, avec des mailles régulières ou irrégulières, bruité ou non.

De nombreux auteurs considèrent la surface comme suffisamment décrite (nombre de points importants) pour calculer leurs approximations. Ces techniques prennent en compte un voisinage de points pour leurs analyses. Plus le nombre de points décrivant la surface sera petit, plus la description sera approximative, et la mesure imprécise.

D'autres auteurs limitent le voisinage aux points des faces partageant le point d'inspection, pour ne pas être limités par la représentation (description) du maillage, mais ceci conduit à augmenter la sensibilité au bruit. En effet, ces techniques requièrent une analyse supplémentaire des résultats pour déduire les formes locales de l'objet. Plus récemment, certains travaux ont démontré l'apport d'une analyse multi-échelle pour l'extraction de l'information de forme. Ces algorithmes se basent souvent sur une mesure de courbure, qui est mal définie car obtenue par une approche dérivative. Si l'on prend comme exemple une pièce présentant de fortes discontinuités (objet géométrique, pièce manufacturée, usinée...), la dérivée n'est pas calculable dès que l'on cherche à analyser une arête. De plus, dans le cas de représentation non denses ou irrégulières (par exemple suite à une simplification de maillage ou suite à la fusion de plusieurs vues d'un même objet) des discontinuités fortes apparaissent. Un calcul de dérivée à l'intersection de deux mailles est infini du fait de la discontinuité de surface entre les deux.

Ce phénomène dû à la discrétisation de l'espace tridimensionnel induit le besoin d'approximation (ou d'interpolation) du maillage par des courbes (ou des surfaces) passant par les points 3D mesurés. La dérivée de la courbe (ou de la surface) peut être mesurée et donner une information sur la forme de l'objet. Le problème est qu'en cas de contours francs (discontinuité), la mesure de courbure n'a pas de sens. Par exemple, dans le cas d'un cube numérisé, les algorithmes de courbure vont mesurer la courbe d'une arête, ce qui n'a aucune signification.

Cette réflexion nous a amenés à étudier la possibilité d'analyser un modèle numérique 3D maillé sans calcul de dérivée et a constitué le point de départ de cette thèse.

Dans le chapitre suivant, nous proposerons un état de l'art des approches destinées à la détection de points d'intérêt en 2D puis en 3D. Cela nous conduira à examiner en particulier les techniques basées sur l'extraction de courbure et à définir leurs limites.

Dans la troisième partie, nous étudierons plus particulièrement l'opérateur SUSAN.

Dans le domaine 2D, cet opérateur permet la détection de points d'intérêt (coins) et de contours dans aucun calcul dérivatif et par une approche non linéaire. Après avoir étudié la réponse de l'opérateur à plusieurs types de signaux, nous proposerons une extension 3D, que nous avons baptisée SUSAN 3D.

L'opérateur sera ensuite testé sur des modèles 3D denses puis non denses, réguliers ou non, bruités ou non (chapitre 4). Les résultats obtenus seront comparés à ceux générés par d'autres opérateurs d'analyse de maillage.

Enfin, avant de conclure, nous présenterons une approche multi-échelle de l'opérateur SUSAN 3D et les résultats obtenus sur plusieurs maillages.

Chapitre 2

Détection de points d'intérêt

Dans ce chapitre, la détection de points d'intérêt sera étudiée dans les images numériques, puis dans les maillages. Un état de l'art des principales approches sera établi pour chaque type de données. En effet, la détection de points d'intérêt est étudiée depuis de nombreuses années à la fois dans les images et plus récemment dans les maillages. On peut donc se demander ce qu'est un point d'intérêt, et s'il en existe une ou plusieurs définitions. En général, un point d'intérêt représente un site caractéristique dans une image (ou maillage), mais suivant le type d'image (ou maillage) et selon l'application pour laquelle la détection est mise en place, un point d'intérêt peut avoir une définition différente ou du moins des caractéristiques différentes. Ces caractéristiques peuvent être un point de contour, l'angle saillant d'un objet, un point de transition entre textures ou encore un point de forte courbure, ou autre. Dans le cadre d'une application de détection ou de suivi de mouvement, les points d'intérêt peuvent être une articulation ou un contour. Pour une application de reconnaissance faciale, ils peuvent être tout ou partie de la bouche, des yeux, du nez et des oreilles ou du contour de ceux-ci. Pour une application de reconnaissance d'empreintes digitales, ils peuvent être les jonctions ou centres d'attractions. La liste présentée ici est non-exhaustive, et un point d'intérêt ainsi que ses caractéristiques peuvent être définis pour une application spécifique que ce soit en 2D ou en 3D.

2.1 Définition du point d'intérêt

Une image numérique est une projection d'un espace à trois dimensions, habituellement réel, sur un espace à deux dimensions. Une image est donc une représentation d'une scène ou d'un objet. On désigne par le terme d'image numérique toute image acquise, créée, traitée ou stockée sous forme binaire. Une telle image est composée d'une

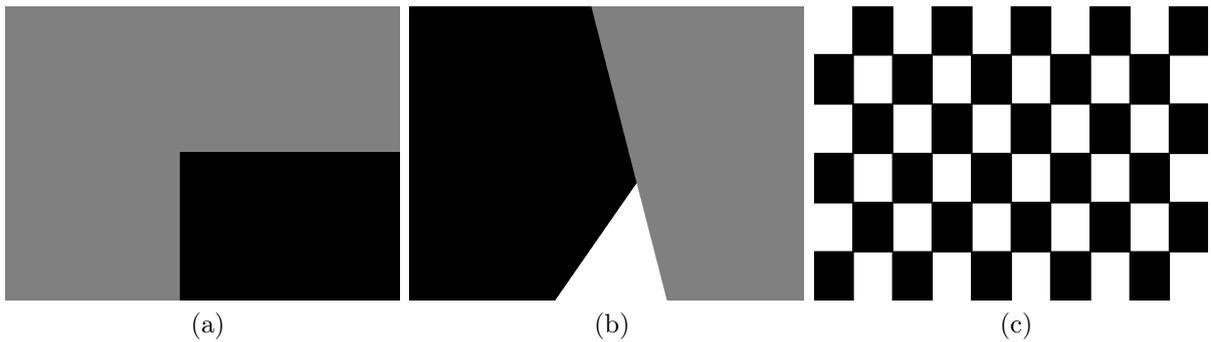


FIG. 2.1: Exemples de points d'intérêt coins (a), jonction en T (b) et variations de texture (c).

matrice de pixels (picture element) à trois dimensions, les deux premières dimensions représentant les dimensions spatiales (hauteur, largeur) et la troisième la couleur.

Les informations de couleur de la scène sont réduites à l'information de luminance (niveaux de gris). On espère ainsi que les variations de luminance vont traduire autant que possible les variations recherchées dans la scène. La représentation des formes, structures et couleurs des objets par les contours est suffisamment explicite pour les identifier ou les différencier. L'oeil est en effet particulièrement sensible à cette représentation. Les surfaces homogènes en luminance ou texturées se distinguent plutôt par une représentation (ou vision) en régions.

La détection de points d'intérêt (ou coins) est, au même titre que la détection de contours, une étape préliminaire à de nombreux processus de vision par ordinateur. Les points d'intérêt, dans une image, correspondent à des doubles discontinuités de la fonction d'intensité. Celles-ci peuvent être provoquées, comme pour les contours, par des discontinuités de la fonction de réflectance ou des discontinuités de profondeur. Ce sont par exemple : les coins, les jonctions en T ou les points de variations de texture (voir figure 2.1).

2.2 État de l'art 2D

Cette partie sera consacrée à la présentation des principales méthodes d'extraction et de détection de points d'intérêt. Cette thématique, très étudiée au laboratoire, va nous permettre de définir les bases de notre travail. En effet, cette thèse, essentiellement dédiée à l'analyse des maillages, généralise à la 3D l'opérateur non-linéaire de détection de points d'intérêt dans les images : SUSAN. Il est donc important d'introduire les algorithmes 2D que nous avons utilisés et/ou étudiés.

Dans la littérature, de nombreuses méthodes ont été proposées pour détecter des points d'intérêt. D'après l'état de l'art établi par Schmid *et al.* [6] en 2000, ces méthodes peuvent être classées suivant trois catégories :

- Approches contours : l'idée est de détecter les contours dans l'image, puis d'extraire les points d'intérêt, le long des contours, en considérant les points de courbures maximales ainsi que les intersections de ces contours [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13].
- Approches à base de modèles : les points d'intérêt sont identifiés dans l'image par mise en correspondance de la fonction d'intensité locale avec un modèle théorique de points d'intérêt [14, 15, 16, 17].
- Approches intensité : l'idée cette fois-ci est d'étudier la fonction d'intensité dans les images pour en extraire directement les points d'intérêt. Ces techniques sont les plus anciennes et ont naturellement fait l'objet de nombreuses recherches. Parmi ces techniques, le détecteur le plus utilisé est celui de Harris [18].

Les opérateurs basés sur l'intensité ont été initiés par Moravec [19]. Selon Moravec, un point d'intérêt est un point de l'image où l'intensité lumineuse varie beaucoup et dans plusieurs directions (au moins deux directions). Le signal est donc plus riche en information en ces points qu'en des points correspondant à une variation unidimensionnelle du signal (points de contour). De nombreuses recherches ont été réalisées suivant cette voie [20, 21, 22]. Harris et Stephen [18] ont amélioré l'approche de Moravec en introduisant la matrice d'auto-corrélation et un filtre de régularisation gaussien. Cette matrice d'auto-corrélation contient des quantités de gradients directionnels (horizontaux, verticaux et diagonaux) et représente les variations locales de l'intensité de l'image en un point (pixel). De nombreux auteurs utilisent également la matrice d'auto-corrélation [23, 24, 25].

D'autres auteurs ont développés différentes méthodes basées sur des approches directionnelles et dérivatives permettant l'extraction des points d'intérêt [26, 27, 28]. Une approche intéressante est celle proposée par Laganière, basée sur des opérations morphologiques de fermeture, avec différents éléments structurants, sensibles aux points d'intérêt en L verticaux, horizontaux et diagonaux [29].

Un opérateur remarquable et très utilisé ces dernières années est celui de Smith et Brady [30], SUSAN (Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus). Cet opérateur non-linéaire de détection de points d'intérêt est défini par une fenêtre circulaire autour du point d'inspection. Les niveaux de gris des pixels de cette fenêtre sont comparés au niveau de gris du pixel central, nommé Nucleus. Une zone de pixels de niveaux de gris similaires est ainsi définie, la zone *USAN*. Les points d'intérêt sont détectés lorsque l'aire de la zone *USAN* calculée est minimum. Deux filtres de régularisation gaussien

sont introduits dans la fenêtre d'analyse pour limiter l'influence du bruit. Le premier pour régulariser les variations en niveaux de gris des pixels (régularisation du contraste) et le second pour régulariser les pixels eux-mêmes, en fonction de la distance au pixel central (régularisation spatiale classique). Cet opérateur sera étudié en détail dans la section 3.2.

2.2.1 Conclusion

Généralement, les approches intensités sont celles les plus utilisées. En effet, on obtient une meilleure stabilité par rapport aux approches contours (erreurs de détections) et une plus grande généralité par rapport aux approches à base de modèles (indifférence aux types de points d'intérêt). Ces différents détecteurs ont apporté de grandes améliorations, tant dans la rapidité de détection que dans la précision de la localisation des points d'intérêt. Les auteurs établissent des stratégies de calculs qui ont permis la mise en correspondance de points d'intérêt dans des couples d'images et la reconstruction en trois dimensions de scènes.

2.3 Définition du maillage

La représentation d'un modèle 3D constitue un challenge depuis de nombreuses années. Différentes définitions et implémentations de la structure des données d'un modèle ont été proposées [31]. Cette thèse s'intéresse plus particulièrement aux maillages triangulaires. En effet, c'est généralement le modèle de description retenu du fait de sa simplicité tant au niveau de l'enregistrement des données que de leurs manipulations. De plus, la plupart des systèmes d'acquisition fournissent en sortie des maillages triangulaires. D'autres représentations telles que les surfaces paramétriques comme les β -Splines [32] et les *NURBS* (Non Uniform Rational β -Splines) [33] peuvent être utilisées. On trouve également d'autres méthodes de modélisation dans la littérature, comme les surfaces de subdivision [34, 35, 36] ou les *CSG* (Constructive Solid Geometry) [37]. Ces méthodes ne seront pas traitées dans ce document. Un dernier type remarquable (que nous allons utiliser) de modélisation est la représentation par arbres et voxels [38]. Cette représentation volumique, nommée voxellisation, découpe l'espace en cellules de même type, généralement des cubes, nommés voxels. Nous parlerons dans ce document uniquement de décompositions uniformes de type grille, qui permettent d'obtenir un Octree (les cellules sont décomposées systématiquement en huit sous-cellules) [39]. Nous n'utiliserons pas les algorithmes de reconstructions de surface de type « Marching Cubes » [40]

ou « Marching Triangles » [41], la description par voxels étant suffisante pour la description du volume que nous utilisons. Le reste de cette section est consacrée à la description d'un maillage triangulaire et à sa définition.

2.3.1 Le maillage (généralité)

Un maillage est une représentation dans l'espace \mathbb{R}^3 d'un objet réel ou d'une scène. Cet objet ou scène est constitué d'un ensemble de points appelés sommets et d'un ensemble de faces triangulaires reliant les sommets trois à trois afin de former la surface du modèle. Un maillage représente donc une surface continue plane par morceau, constituée de faces triangulaires juxtaposées les unes à côté des autres. Des attributs (tels que la courbure) peuvent être adjoints au modèle dans le but d'ajouter des caractéristiques physiques aux points ou aux faces. La prise en compte des attributs est très importante car elle renseigne sur l'apparence ou sur certaines propriétés du modèle. La figure 2.2 montre quelques exemples de maillages synthétiques et réels (numérisés) que nous allons étudier au cours de cette thèse.

2.3.2 Géométrie et topologie

Il est important de conserver la distinction entre la topologie d'un maillage et sa géométrie. La position des sommets représente la géométrie du maillage, tandis que les faces représentent la topologie, la manière dont les sommets sont reliés les uns aux autres, la connectivité du maillage. Les faces triangulaires représentent la surface de l'objet. Un maillage triangulaire M peut être représenté par un couple :

$$M = (P, T)$$

où P est l'ensemble des sommets (la géométrie) du maillage et T l'ensemble des faces (la topologie) du maillage. La géométrie du maillage est le nuage de points P défini comme l'ensemble :

$$P = (p_1, \dots, p_n), p_i \in \mathbb{R}^3, 1 \leq i \leq n$$

avec n le nombre de sommets dans le maillage. La topologie du maillage est composée de l'ensemble des faces triangulaires, elles-mêmes constituées par des triplets de points. La topologie T est définie comme l'ensemble :

$$T = (i, j, k, N_m), i, j, k \in \mathbb{N}^3, 1 \leq i, j, k \leq n$$

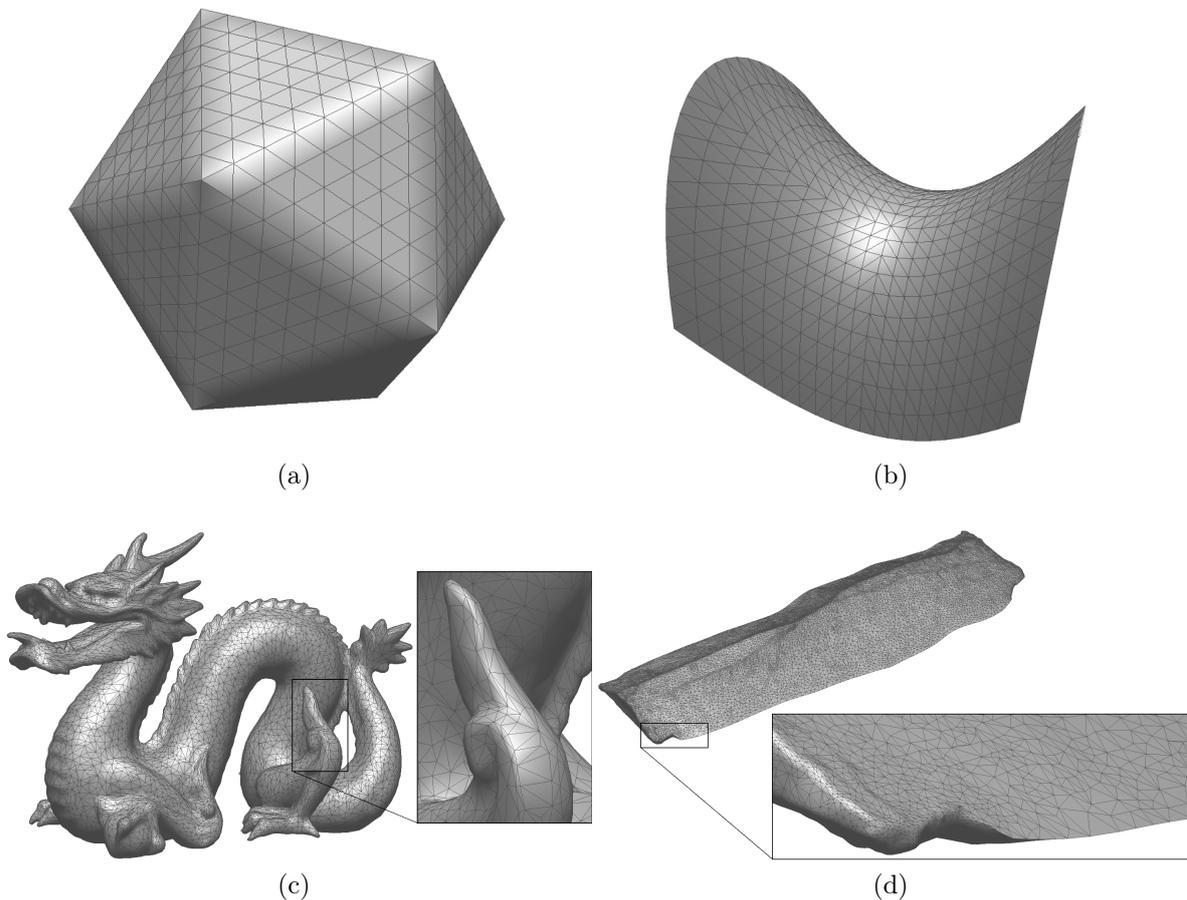


FIG. 2.2: Présentation de quelques maillages : (a) un icosaèdre, (b) une selle de cheval, (c) le Dragon de Stanford et (d) un silex (objet archéologique). (a et b) sont des objets synthétiques et (c et d) des objets réels. Le Dragon présenté ici est une version simplifiée de celui numérisé à l'Université de Stanford. Cet objet ne présente pas d'arêtes franches et très peu de points non-différentiables, malgré la simplification. Le Silex, numérisé au Le2i (Laboratoire d'Electronique Informatique et Image), présente quant à lui un grand nombre d'arêtes franches (sur les bords), points non-différentiables sur lesquels la courbure n'est pas calculable. Des points non-différentiables peuvent être présents bien que la description soit dense.

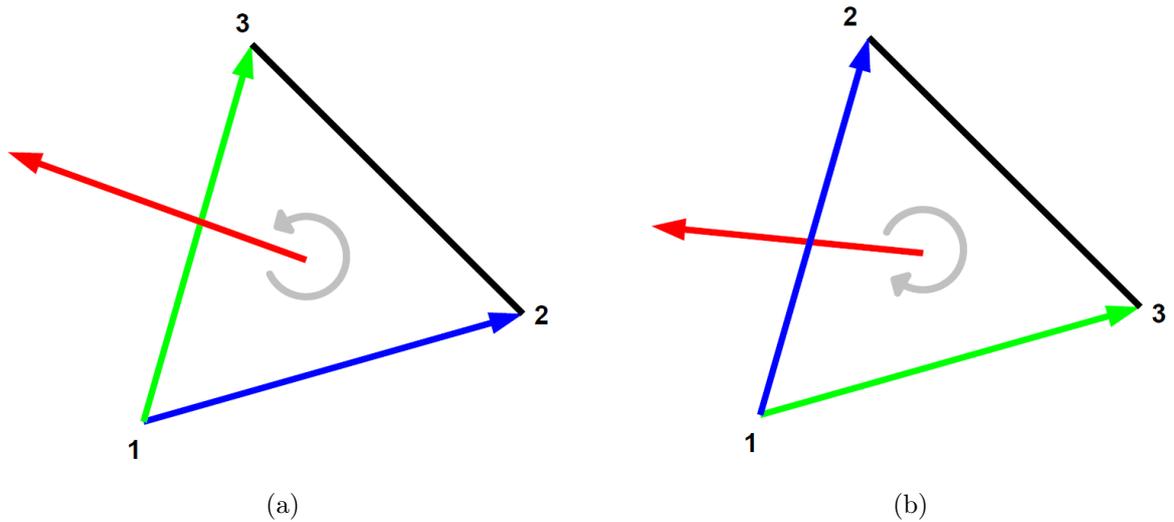


FIG. 2.3: Exemples de différentes orientations de la normale d'une face selon la numérotation des sommets.

avec m le nombre de faces du maillage, i, j, k , les positions des points dans la liste des points et N_m la normale associée à la $m^{\text{ième}}$ face. L'existence de T n'est vraie que s'il existe une connectivité des sommets du maillage. La numérotation des sommets (i, j, k) est prédéfinie de manière à induire implicitement l'orientation de la normale de chacune des faces. La figure 2.3 montre la définition d'un intérieur/extérieur sur une face.

La normale d'une face \vec{N} peut-être calculée de la manière suivante :

$$\vec{N} = (p_2 - p_1) \otimes (p_3 - p_1)$$

L'opérateur \otimes est le produit vectoriel. p_1, p_2 et p_3 sont les points délimitant la face. La détermination de la normale permet donc de définir l'intérieur et l'extérieur d'un objet ou surface et permet aussi un calcul de volume rapide du maillage, si la surface est fermée, par le théorème de Green-Ostrograski [42].

2.3.3 Voisinage

Pour la manipulation effective des maillages, il est utile de définir la notion de voisinage, pour les points ou les faces. Le voisinage est une information additionnelle construite à partir de la connectivité du maillage. On peut définir le voisinage direct d'un point comme l'ensemble des faces partageant ce point. Le voisinage direct d'une face sera donc de la même manière construit à partir des faces possédant un ou deux points communs avec cette face. On peut également définir des voisinages étendus, consti-

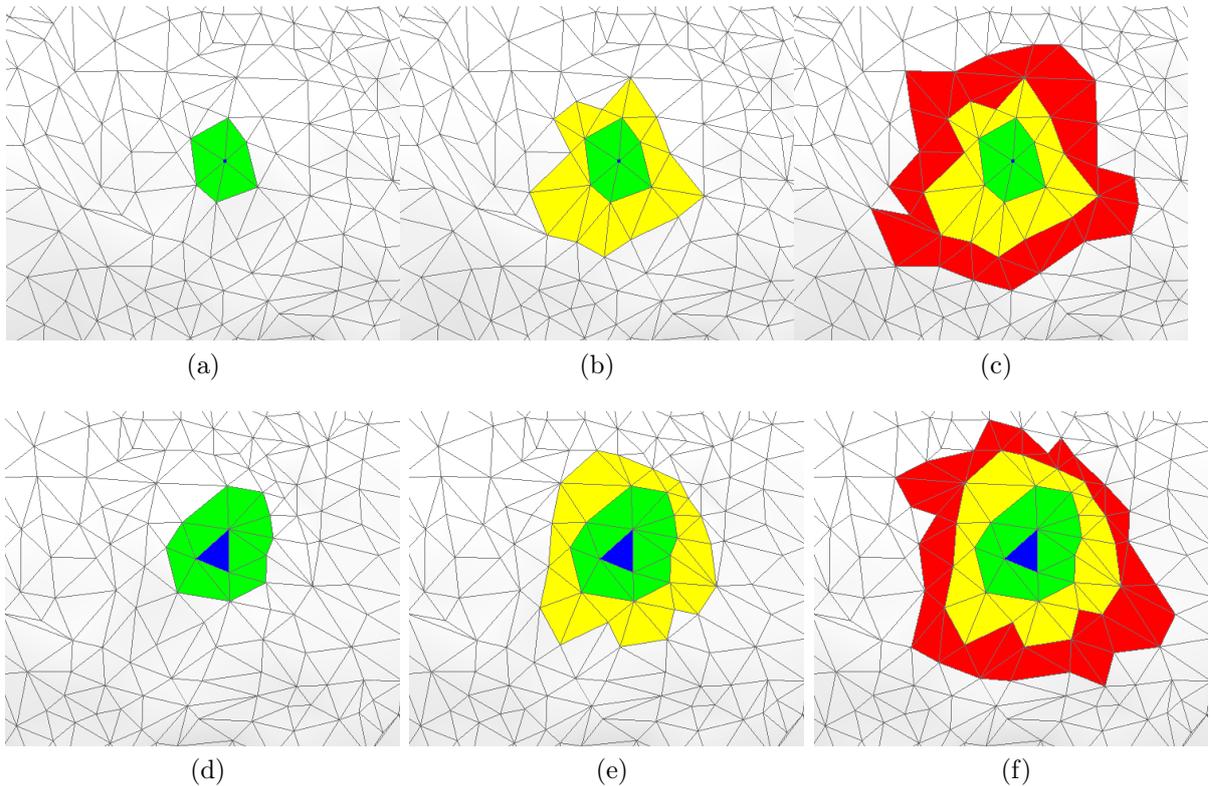


FIG. 2.4: Exemples de voisinages, (a, b, c) voisinages 1, 2, 3 pour un point et (d, e, f) voisinages 1, 2, 3 pour une face.

tués progressivement des voisinages des premiers voisins. La figure 2.4 montre quelques exemples de voisinages directs et étendus de points et de faces.

Dans la littérature, les voisinages sont parfois désignés par les auteurs par : 1Ring, 2Ring, ..., NRing, représentant les anneaux premiers, secondaires, ..., N de points ou de faces entourant un point ou une face.

2.3.4 Type du maillage

La définition du voisinage sur un maillage permet de classer le type de maillage comme à « variété uniforme » (manifold) et à « non-variété » (non-manifold). Un maillage de surface est dit à variété uniforme sans bords si les arêtes des faces, internes au maillage, sont communes à exactement deux faces, et à variété uniforme avec bords si pour quelques arêtes, on ne trouve qu'une seule face. La variété avec bords forme une surface ouverte et la variété sans bords forme une surface fermée. Dans les autres cas, le maillage de surface est dit à non-variété. Cette thèse se focalise sur l'étude des maillages à variété uniforme avec et sans bords, qui sont généralement utilisés dans les domaines de

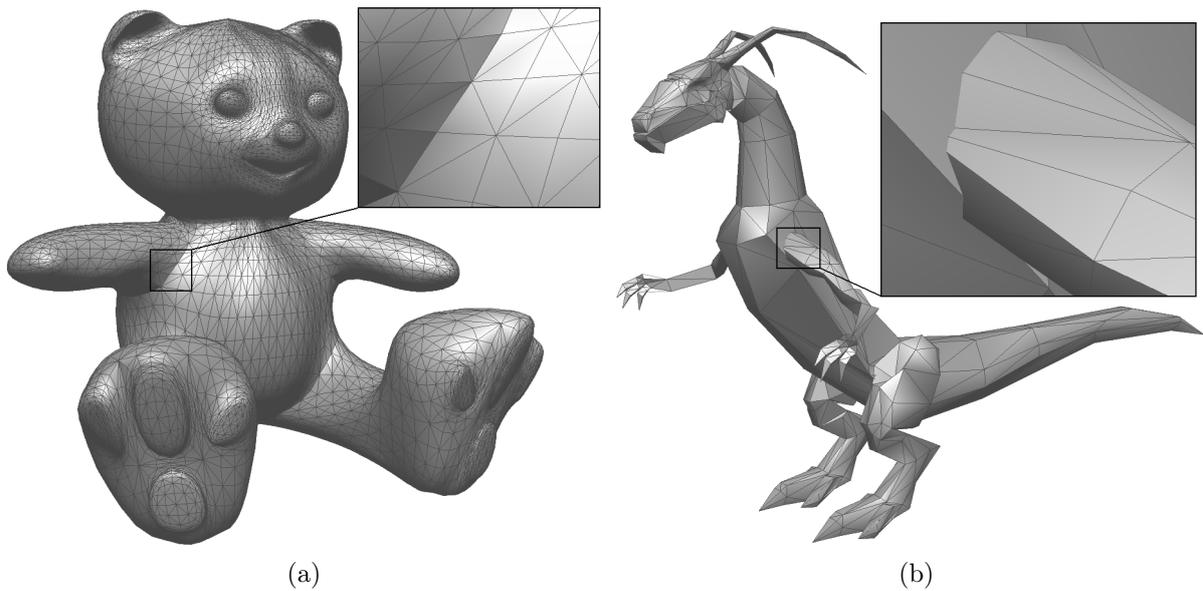


FIG. 2.5: Exemples de maillages à « variété uniforme » (manifold). (a) Une peluche constituée d'une seule surface. (b) Un dragon constitué de plusieurs surfaces. Nous nous intéresserons uniquement aux objets décrits par une seule surface.

la métrologie et de la conception ou modélisation. On rencontre également des maillages formés à partir de plusieurs morceaux de surface. Ceux-ci peuvent également être « manifold », mais possèdent des parties de surface s'intersectant. On rencontre parfois ce genre de maillage dans le domaine de l'animation. Nous ne traiterons pas ce genre de maillage, l'algorithme mis en place n'étant pas destiné pour cette tâche. Une stratégie de gestion des maillages est toujours possible. Il faudra mettre en place une détection des intersections de mailles et une gestion de celles-ci, afin de pouvoir analyser ces maillages. Cette partie peut être vue comme un traitement préliminaire à l'application de notre opérateur. La figure 2.5 montre deux objets, l'un formé d'une seule surface et l'autre formé de plusieurs surfaces. Ces objets sont disponibles sur le site http://artist-3d.com/free_3d_models/07misc_items.php. La peluche et le dragon peuvent être téléchargés aux adresses http://artist-3d.com/free_3d_models/uploads/kids-toy-bear.zip et http://artist-3d.com/free_3d_models/uploads/Dragon.zip, respectivement.

2.3.5 Régularité

Les maillages peuvent être générés par une multitude de méthodes différentes (*e.g.* logiciels de modélisation, acquisition par scanners 3D, calculs par éléments finis). Ainsi plusieurs types topologiques de maillages triangulaires sont différenciés en fonction de la valence des sommets (nombre de sommets voisins liés par une arête à un sommet)

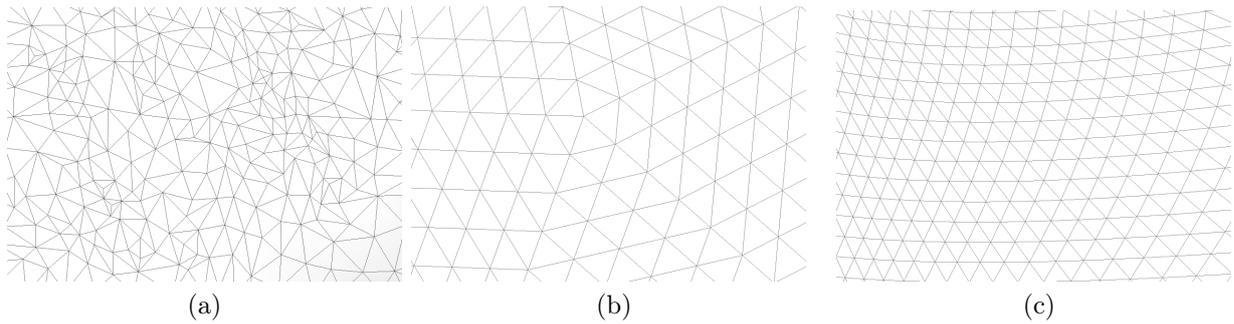


FIG. 2.6: Exemple de maillages, irrégulier avec des points de valence quelconque (a), semi-régulier avec des points de valence 5 et 6 (b) et régulier avec des points de valence 6 (c).

comme illustré sur la figure 2.6.

- Les maillages irréguliers sont généralement obtenus avec les scanners 3D. En effet, la sortie des scanners nécessite une fusion des différentes vues prises par le scanner. Le maillage de sortie est donc souvent irrégulier en particulier à la « couture » entre deux morceaux de surfaces provenant de deux vues différentes. La valence est quelconque puisque le nombre de voisins par point peut varier d'un point au suivant.
- Les maillages semi-réguliers sont obtenus par création d'objets synthétiques ou après plusieurs étapes de subdivision uniforme de maillages. Tous les sommets insérés par la subdivision ont un nombre de voisins égaux, autrement dit, une valence fixe selon le type de subdivision utilisé, alors que les sommets du maillage initial ont un nombre de voisins quelconques.
- Les maillages réguliers sont obtenus par sortie directe d'une seule vue d'un scanner, par des images de profondeurs ou par remaillage paramétrique. Tous les sommets intérieurs du maillage ont le même nombre de voisins, valence fixe souvent égale à 6.

Le problème de ces différentes représentations est que l'écartement, au sens de la distance euclidienne, entre deux points est irrégulier. En effet, même si le maillage est régulier, on ne définit par ce terme qu'un nombre de voisins et non une contrainte géométrique sur l'échantillonnage de la surface. Certains auteurs [43, 36] ajoutent une contrainte géométrique, typiquement lors d'un remaillage de surface, pour uniformiser la représentation et par subdivision, augmenter la régularité de la représentation et son isotropie. Le maillage de sortie est donc principalement constitué de faces triangulaires équilatérales. Botsch *et.al.* se contentent quant à eux d'une valence constante pour le maillage de sortie [44]. Peyré *et.al.* dans le cadre de l'application de texture unifor-

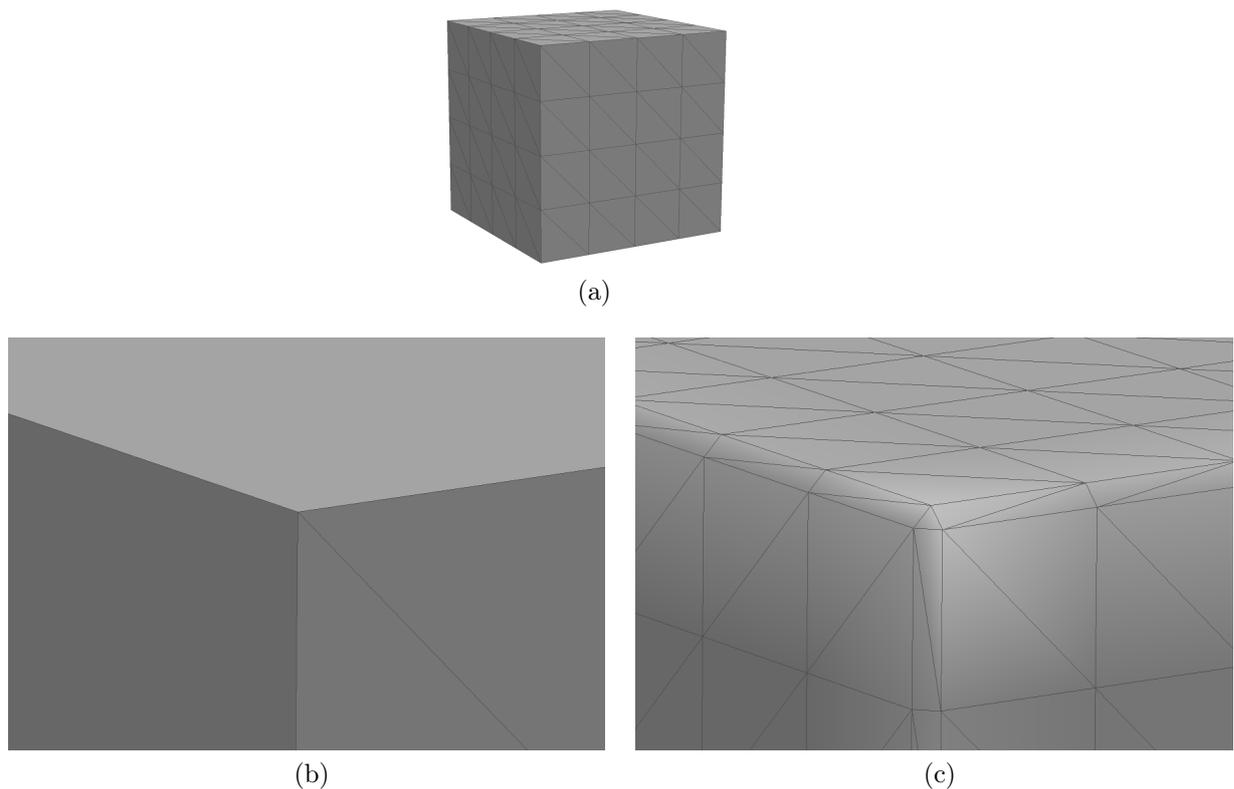


FIG. 2.7: Déformation des contours d'un cube par un algorithme de remaillage uniforme. Visualisation du cube dans son ensemble (a). Zoom sur un coin de ce cube (b). zoom sur le même coin de cube après remaillage (c).

misent la distribution des points en fonction de la distance géodésique [45]. Enfin, dans le cadre de l'analyse des maillages, Lai *et al.* utilisent un remaillage « feature-sensitive » qui permet l'obtention d'un maillage régulier constitué de faces triangulaires équilatérales [46]. Ils précisent également que les arêtes et points saillants ne sont pas très bien préservés pour des objets numérisés. Dans ces cas spécifiques, ils emploient alors de très petits rayons dans leur algorithme pour limiter la déformation. D'un côté, le remaillage améliore l'uniformité de la représentation dont ils ont besoin pour réaliser leur analyse. D'un autre côté, cette méthode déforme et modifie la représentation car elle est basée sur une approximation de la surface. De plus, les contours francs qui sont des sources d'informations primordiales, au niveau de la géométrie des objets analysés, s'en trouvent également modifiés et ne sont plus aussi bien définis [46, 44]. Le remaillage introduit donc une délocalisation des contours. La figure 2.7 présente une illustration des déformations possibles pour un algorithme de remaillage uniforme basé sur un algorithme des « Marching Cubes » [40], généré par le logiciel MeshLab.

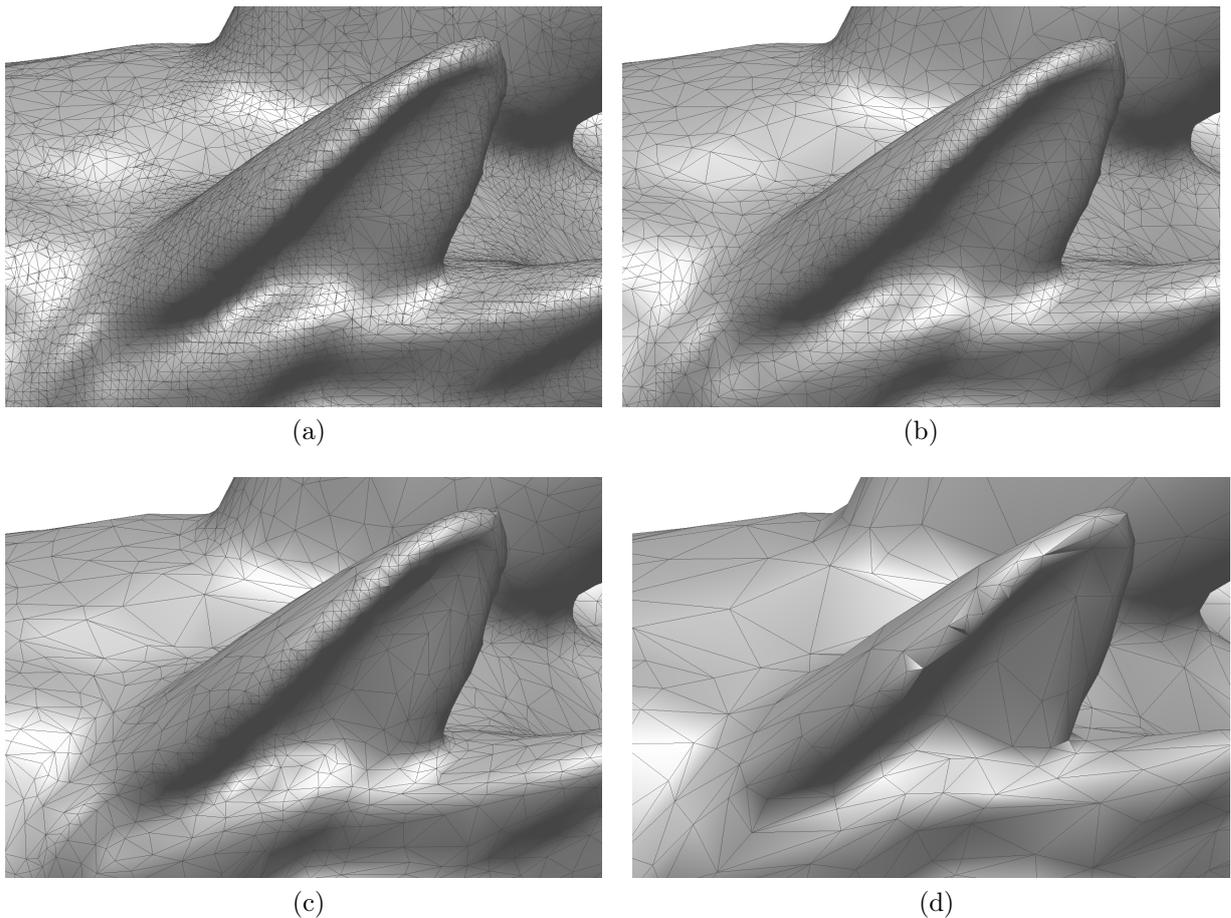


FIG. 2.8: Exemple de différentes densités pour une oreille du Dragon de Stanford, les différentes représentations ont été obtenues par remaillage adaptatif. Les densités sont de 435524 points (a), 109337 points (b), 54886 points (c) et 12499 points (d). On voit que le remaillage garde plus de points sur les zones de forte courbure.

De plus, un remaillage requiert différents paramètres comme la densité sur les arêtes et/ou la densité sur la surface qui doivent être définies par l'utilisateur ou calculées à partir de l'objet. L'intérêt du remaillage est limité car il n'augmente pas la précision du maillage et peut introduire des artefacts sur le maillage de sortie. Certains auteurs sensibles à la déformation des contours mettent en place des algorithmes qui permettent de limiter, voire d'éviter, les déformations de ces contours [43, 45]. Par exemple, un maillage peut décrire un objet ou surface de façon précise près des contours et moins précisément sur ses surfaces planes ou peu courbées. On peut en visualiser un exemple sur la figure 2.8 où sont montrées différentes représentations du Dragon de Stanford obtenues par remaillage adaptatif.

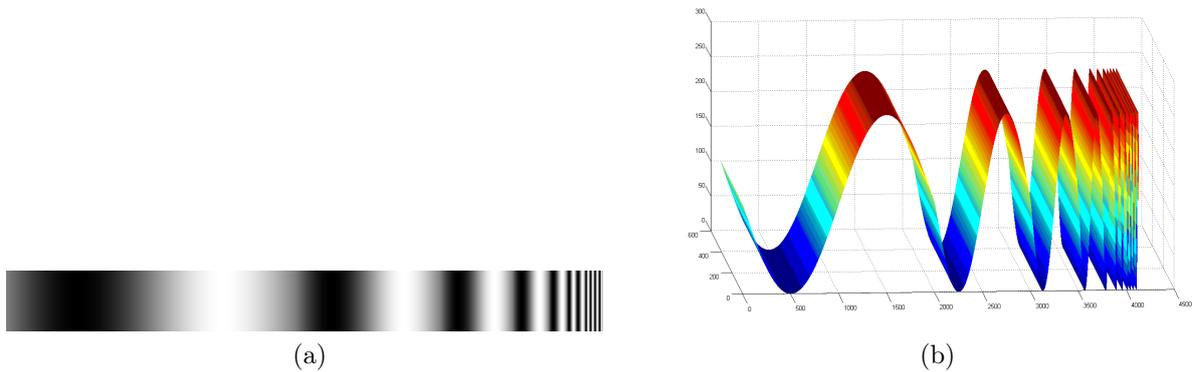


FIG. 2.9: Mire permettant de déterminer la précision d'un système optique (a) et la résolution d'un système de numérisation 3D (b).

Enfin, certains auteurs [47, 48] préfèrent travailler sur le maillage directement, car ils considèrent le maillage d'entrée comme étant la représentation la plus fidèle de la surface (au sens de la mesure dimensionnelle).

2.3.6 Densité

La multitude des systèmes d'acquisition et de logiciels de modélisation offre différentes résolutions possibles pour l'obtention d'approximations plus ou moins fidèles des objets ou scènes numérisés ou créés. Dans ce sens, on peut distinguer les maillages possédant une densité de points importante par unité de surface (smooth) et ceux en possédant beaucoup moins (non-smooth). En effet, la plupart des algorithmes ont des difficultés à analyser les maillages dont la densité est faible. Logiquement, si la densité de points diminue, l'approximation devient plus grossière et une perte de détails est inévitable pour les surfaces complexes, mais pour les surfaces moins complexes, comme des pièces mécaniques, la perte de détails n'est pas systématique. On définit donc de façon générale la densité comme un nombre de points par unité de surface, rapport entre le nombre de points décrivant un maillage et l'aire de celui-ci. Pour mesurer la densité, il faudrait comme en 2D, introduire des notions de FTM (Fonction de Transfert et de Modulation) et le théorème de Shannon. La FTM est un outil permettant de qualifier les systèmes de traitement des signaux. Elle permet d'évaluer l'aptitude éventuelle d'un système testé à fournir des images riches en détails visibles. La figure 2.9 présente deux mires. La première permettant de qualifier un système optique et la deuxième par sa réalisation par prototypage pourrait permettre de mesurer ou vérifier la résolution d'un scanner :

La résolution d'un scanner indiquera donc la fréquence spatiale maximum d'un détail

délectable. Il faut donc définir la résolution en fonction de la complexité de l'objet à numériser. Les plus petits détails d'un objet vont donc contraindre la résolution du scanner à utiliser pour obtenir une description fidèle de l'objet original.

Il est au contraire impossible de définir ces notions pour les objets modélisés, décrits principalement par leurs arêtes et points saillants. En effet, pratiquement chaque point d'un objet modélisé décrit un détail et il est inutile d'introduire de nouveaux points pour obtenir une description plus précise. On ne peut donc définir de valeur générale de référence, qui permettrait d'estimer la qualité de la densité d'un maillage puisque celui-ci peut être précis sans pour autant avoir un grand nombre de points. Cela confirme l'idée que l'analyse doit s'effectuer sans remaillage préalable.

2.3.7 Attribut de courbures

Cette thèse se focalise principalement sur l'analyse de maillages provenant de scanners et l'ajout d'attributs géométriques caractérisant la forme locale du maillage en chacun des points le constituant.

La structure du maillage ne dépend que des positions (x_i, y_i, z_i) des sommets v_i dans l'espace \mathbb{R}^3 . Une propriété essentielle des maillages triangulaires est la possibilité d'ajouter d'autres types d'informations à la géométrie. Ces informations, appelées attributs, sont associées à chaque sommet v_i composant un maillage M . La géométrie d'un maillage est représentée par la position des sommets dans \mathbb{R}^3 . Nous considérons la position $p_i = (x_i, y_i, z_i)$ d'un sommet v_i comme un attribut géométrique. A noter que cet attribut est obligatoire pour créer un maillage. La géométrie d'un maillage triangulaire et la distribution de ses faces dans l'espace \mathbb{R}^3 permettent de définir des paramètres qui renseignent sur la structure locale autour de chacun des points du maillage. La géométrie différentielle appliquée aux surfaces permet d'étudier ces propriétés géométriques locales [49]. Dans notre cas, les propriétés locales dépendent uniquement du comportement de la surface au voisinage d'un point.

L'application de la géométrie différentielle « classique » aux maillages irréguliers est un sujet très étudié depuis quelques années. Des opérateurs ont été introduits permettant le calcul précis de la normale et des courbures en chacun des points d'un maillage triangulaire, de type régulier ou irrégulier, décrit de façon dense ou non et de variété uniforme avec ou sans bords [47, 48, 46, 50, 51, 52]. Les informations géométriques dérivées, calculées par ces opérateurs, constituent des attributs géométriques essentiels pour la caractérisation et le traitement géométrique de surface. On peut citer entre autre des applications comme le débruitage [53, 54, 47, 55, 56], l'édition [46, 57] ou la

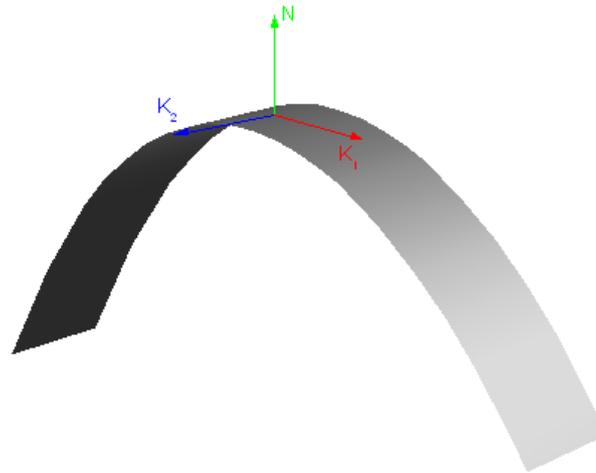


FIG. 2.10: Directions des courbures principales κ_1 et κ_2 extraites sur un contour synthétique de type x^2 .

reconnaissance de forme [58, 59, 60, 61].

Dans la littérature, la plupart des algorithmes d'analyse des maillages effectuent une étape préliminaire d'extraction des courbures afin d'appréhender localement la forme du maillage. Ces informations de courbure facilitent l'extraction des points d'intérêt des maillages. Plusieurs mesures de courbures ont été mises au point :

- Les courbures principales κ_1, κ_2 sont les valeurs minimum et maximum des courbures calculées localement en chaque point d'inspection.
- La courbure moyenne $\bar{\kappa}$, comme son nom l'indique, correspond à la moyenne des courbures calculées localement en chaque point d'inspection. Elle peut être calculée à partir des courbures principales par : $\bar{\kappa} = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}$.
- La courbure gaussienne κ_G est une autre mesure de courbure plus abstraite. C'est une mesure intrinsèque de courbure, *i.e.*, sa valeur dépend seulement de la mesure de distances sur la surface et non la manière dont ces distances sont incluses dans l'espace. Elle peut également être calculée à partir des courbures principales par :

$$\kappa_G = \kappa_1 \cdot \kappa_2.$$

La figure 2.10 illustre les directions de courbures principales extraites sur une surface. La mesure de ces courbures a fait l'objet de nombreuses recherches et de multiples techniques permettent leurs extractions.

2.3.8 Problèmes liés à la courbure

En 2D, la définition de la courbure est univoque. Elle représente la déformation locale d'une courbe et est définie par :

$$\kappa(x) = \frac{f''(x)}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}} \quad (2.1)$$

La courbure peut donc être calculée en tous points d'une courbe différentiable. Un problème se pose sur les points non-différentiables. En effet, la courbure ne peut être calculée sur des discontinuités.

En 3D, les courbures extraites représentent également les déformations locales du maillage. Le principal problème est que la mesure dérivative est mal définie en 3D (comme en 2D). En effet, sur une face, la courbure vaut zéro et vaut l'infini sur une arête ou un sommet. De ce fait, une approximation préalable du maillage est nécessaire afin de pouvoir extraire les informations de courbure. Malheureusement, cette approximation n'est pas suffisante en cas de points situés sur une discontinuité, comme une arête ou un sommet (coin de cube ou de cône). Comme en 2D, sur ce type de contour, la surface est non-différentiable et aucune courbure ne peut être calculée. De plus, ces types de points peuvent exister quelle que soit la densité du maillage. Une opération de remaillage ne sera donc pas forcément suffisante, si l'on veut respecter la géométrie des objets analysés. Ainsi, lors d'une étape de remaillage, le maillage original est déformé et une arête vive deviendra un contour arrondi. La courbure pourra donc être calculée, mais le maillage de sortie sur lequel la courbure a été calculée ne sera plus cohérent avec la géométrie originale de l'objet. Comme expliqué en section 2.3.5, le contour est délocalisé au cours d'un remaillage. Cette thèse va donc naturellement s'intéresser à la recherche d'un opérateur capable d'analyser un maillage en ces points non-différentiables puisque la plupart des objets numérisés au sein du Laboratoire Le2i, sont des objets présentant des arêtes vives, comme des pièces manufacturées ou usinées.

2.4 État de l'art 3D

Cette section présente un état de l'art des méthodes d'extraction de caractéristiques et de points d'intérêt pour les maillages triangulaires. Cet état de l'art présente un aperçu non-exhaustif des différentes techniques employées par les auteurs pour évaluer les variations locales en chacun des points du maillage.

2.4.1 Classification préliminaire des méthodes

D'après l'état de l'art établi par Page *et al.* [62] en 2002, ces méthodes peuvent être classées en trois principales catégories :

- Les méthodes par approximation de surfaces (Surface Fitting Methods) : une approximation de la normale est calculée localement autour de chaque point. Un ensemble de directions perpendiculaires à la normale sont testées et la courbure est calculée par approximation de la courbe (intersection d'un plan et de la surface) dans chaque direction testée. Les courbures principales sont ensuite extraites des mesures directionnelles ainsi que les valeurs de courbure moyenne et gaussienne.
- Les méthodes d'approximation totale de courbure (Total Curvature Methods) : les courbures moyenne, gaussienne et principales sont déduites directement de la géométrie et de la topologie locale autour de chaque point.
- Les méthodes par approximation de courbes (Curve Fitting Methods) : une approximation du maillage est calculée localement autour de chaque point, puis les courbures sont déduites des coefficients de la surface approximante par géométrie différentielle.

Après avoir étudié ces techniques, nous avons ajouté trois autres catégories de méthodes, qui ne calculent pas forcément les courbures, mais qui permettent d'extraire des points d'intérêt :

- Les méthodes de « feature sensitive » : ces méthodes utilisent des informations reliées aux courbures moyenne, gaussienne et normale pour déduire les variations locales de la surface. Les déviations des normales des faces, contenues dans une boule osculatrice, nommée ϵ -ball, par rapport à la normale moyenne ainsi que les positions des points d'intersection de l' ϵ -ball et de la surface, permettent la définition d'une métrique dépendante des courbures locales du maillage [63]. Poursuivant ces travaux, Lai *et al.* définissent deux invariants qui permettent l'extraction de points d'intérêt [46]. Le premier, nommé f_{com} , dépend de l'aire de la surface contenue dans l' ϵ -ball et de la longueur de la circonférence formée par l'intersection de l' ϵ -ball et de la surface. Le second, nommé d_{min} , est calculé à partir de la distance minimum entre le point d'inspection et les points d'intersection de l' ϵ -ball et de la surface. Ce paramètre d_{min} est proportionnel à la courbure maximum au point d'inspection. Le détecteur classe ensuite les points en fonction de trois seuils sur les mesures f_{com} et d_{min} . Les seuils sont calculés par une analyse statistique de quelques points d'intérêt sélectionnés par l'utilisateur.
- Les méthodes d' « integral invariant » : ces méthodes, similaires aux « feature sensitive », calculent le rapport du volume d'intersection du maillage et d'une boule inspectrice (ϵ -ball) par le volume de l' ϵ -ball. Les valeurs dépendent de la courbure moyenne pour des petits rayons d'inspection. Les mesures restent consistantes pour des rayons plus larges et permettent l'extraction de points d'intérêt. Les courbures

du patch, extrait autour de chaque point d'inspection, peuvent être déduites à partir de l'aire de la surface inspectée (contenue dans l' ϵ - *ball*) et du volume approximé sous cette surface [64, 65, 66]. La méthode proposée par Pottmann *et al.* [51] sera détaillée dans la section 3.1.

- Les méthodes d'extension d'opérateurs 2D pour le 3D : les réponses de ces opérateurs ne sont pas forcément des courbures, mais représentent les variations locales de la « surface ». Ces mesures sont souvent reliées à une mesure dérivative, elle-même reliée à la courbure. Les paramètres 2D (niveaux de gris) de l'opérateur sont remplacés par des paramètres 3D, comme les informations de géométrie ou de déviation des normales par rapport à la normale moyenne au point d'inspection. Le même principe de traitement de l'opérateur 2D est ensuite étendu et adapté aux données 3D.

2.4.2 Adaptation d'opérateurs 2D pour le 3D

Dans la littérature, on trouve quelques travaux s'inspirant d'algorithmes 2D et adaptant leurs principes de traitement 2D aux données 3D. On trouve notamment l'algorithme de Monga [67] qui applique le principe de la dérivation introduit par Deriche [68] sur des images IRM. Il dérive et régularise successivement dans les trois directions. Il obtient ainsi trois composantes de gradient. Il extrait ensuite les maxima locaux de gradient dans les directions de gradient et obtient une extraction des points de contours en 3D avec un suivi de ces contours qui offre la possibilité de reconstruire la surface à partir de données IRM, extraction de parties spécifiques comme les os ou les organes. Cette méthode de traitement des informations volumiques est intéressante mais est limitée à une application à des volumes décrits par voxels. Le voisinage utilisé pour les traitements est également petit, ce qui peut rendre la détection sensible au bruit.

A partir d'un maillage bruité obtenu directement à la sortie d'un scanner, Fournier [53] voxellise les images de profondeurs séparément et calcule la distance de chacun des voxels à la surface en utilisant les directions de prises de vue du scanner. Il calcule également l'orientation de la normale des faces par rapport à la direction de prise de vue du scanner pour donner une information complémentaire de fiabilité sur la mesure. Dans le cas de maillages, il se sert de la boîte englobante pour la voxellisation. Cette méthode récente pourrait permettre une détection des points d'intérêt en sélectionnant uniquement les voxels les plus proches de la surface et en mettant en place une extraction de gradient sur les images formées par ces ensembles de voxels. Elle est intéressante dans le fait qu'elle mélange les traitements volumiques et surfaciques.

On peut trouver dans la littérature des adaptations directes du principe d'opérateurs 2D à des données 3D [54, 56]. Ces différents auteurs adaptent le principe de l'opérateur SUSAN [30] (opérateur 2D) aux données 3D en utilisant les informations de déviation des normales dans un voisinage. Mao *et al.* [56] utilisent les normales approximées aux points (moyenne des normales des faces entourant le point) tandis que Kraemer *et al.* [54] utilisent les normales approximées aux faces (moyenne des normales des faces voisines). Ces deux opérateurs sont assez similaires et donnent de bons résultats dans le cadre du filtrage du bruit de scanner. Ces algorithmes sont en revanche plus adaptés pour des maillages denses et réguliers et requièrent différents paramètres qu'il faut fixer.

L'intérêt de ces techniques basées sur des algorithmes 2D [68, 30] se trouve dans le fait que les approches en traitement 2D peuvent être étendues au 3D. Les résultats de ces différentes techniques permettent ou peuvent permettre l'extraction de points d'intérêt sur des maillages.

2.4.3 Méthodes par approximation de surfaces (SFM)

Dans le cadre de l'analyse d'images de profondeur, on peut utiliser une des méthodes décrites par Flynn et Jain [69] ou Suk et Bhandarkar [70]. Les auteurs construisent une paramétrisation locale de la surface en chaque point. Cette représentation est assimilable à une image de profondeur locale en chaque point d'inspection. Les approches proposées par Hagen *et al.* ou Rössl *et al.* [71, 72] donnent des solutions possibles pour le choix de la paramétrisation. Rössl *et al.* utilisent des seuils et des opérations morphologiques pour identifier les points de surface non-différentiables après l'estimation de la courbure. Pour tout autre maillage, on peut établir une paramétrisation pour un patch extrait autour du point d'inspection en calculant une approximation de la normale de ce patch. Une fois qu'une paramétrisation est établie, une des méthodes, comme la régression linéaire [73, 74, 75] ou les Splines [76, 77], peut être utilisée pour estimer la courbure. Un algorithme intéressant qui utilise la régression linéaire est celui de Stokely *et al.* [78], une version simplifiée de celui de Sander *et al.* [75]. D'autres auteurs [79] utilisent une approximation polynomiale par bi-quadriques et appliquent une régularisation pour améliorer l'estimation de la courbure.

Ces méthodes de calcul de courbure par approximation de surfaces requièrent un effort assez important en temps de calcul puisqu'elles emploient une optimisation dans le processus d'approximation. Cette optimisation améliore la résistance au bruit, mais ne traite généralement pas les cas non-différentiables, ou du moins pas directement. De plus, dans le cas de surfaces peu dense, il peut être difficile, voir impossible d'approximer

la surface sans fortement la modifier.

2.4.4 Méthode d'approximation totale de courbure (TCM)

Ces algorithmes sont différents des derniers (SFM) dans le fait qu'ils appréhendent la topologie et la géométrie de la surface pour estimer directement la courbure. Aucune étape d'approximation n'est requise. La courbure est calculée directement des points et faces se trouvant dans le voisinage direct de chacun des points d'inspection. Lin et Perry [80] utilisent les « excès d'angles » autour de chacun des points d'inspection pour estimer la courbure gaussienne totale. Les « excès d'angles » sont bien connus et ont été étudiés par Mortenson dans son ouvrage [81]. On trouve également une application des « excès d'angles » dans différents articles [82, 83], dans lesquels les auteurs utilisent le dual d'un maillage triangulaire, qu'ils appellent « simplex » et montrent que les courbures moyenne et gaussienne sont directement reliées aux « excès d'angles » dans les maillages triangulaires. On trouve également d'autres approches basées sur les « excès d'angles » dans les travaux de Polthier *et al.* [84, 85] sur les surfaces discrètes minimales et le calcul de géodésiques « les plus droites ». Suivant cet axe de recherche, Meyer *et al.* [47] définissent un vecteur normal de courbure comme une définition discrète de la courbure moyenne pour les maillages triangulaires. Comme pour les méthodes « d'excès d'angles », Meyer *et al.* utilisent les angles internes des faces triangulaires pour leurs formulations des courbures moyenne et gaussienne. Avec une approche différente, Gourley [86] présente une pseudo-courbure totale basée sur la dispersion des normales des faces autour du point d'inspection. Magan et Whitaker [87] affinent la mesure en calculant la norme de la matrice de covariance des normales des faces. Cette pseudo-courbure est proportionnelle à la mesure de courbure gaussienne. L'approche proposée par Wu et Levine [88] est basée sur une simulation de distribution de densité de charges sur le maillage. Ils ont relié cette distribution de charges à la courbure de la surface. Cette mesure donne une mesure de pseudo-courbure qui augmente de façon monotone, relativement à la courbure gaussienne.

Ces méthodes de calculs sont plus efficaces en temps de calcul que les SFMs, mais sont plus sensibles au bruit du fait de la limitation de la zone d'étude (voisinage direct), comme l'ont remarqué Clarentz *et al.* [57]. L'exception est la méthode de Wu et Levine qui a démontré des résultats robustes. Toutefois, aucune de ces techniques n'estiment directement les directions principales et valeurs principales de courbure. En contrepartie, ces méthodes prennent en compte les cas non-différentiables car elles estiment les courbures à partir de la géométrie du voisinage direct des points.

2.4.5 Méthode par approximation de courbes (CFM)

Un peu comme les SFM, ces algorithmes calculent une approximation de la surface mais uniquement dans une seule direction, donc une courbe. Martin [89] propose une méthode qui sélectionne des triplets de points du maillage et approxime la courbe par des cercles passant par ces triplets. Tookey et Ball [90] décrivent une méthode plus sophistiquée qui utilise cinq points au lieu de trois. Cette technique n'est valide que pour des données d'une grille régulière. Varady et Hermann [91] présentent un algorithme pour calculer les courbures principales d'une collection de surfaces en utilisant un système linéaire. Tang et Medioni [92] proposent une nouvelle approche qui déduit le signe de la courbure gaussienne et calcule les directions de courbures principales à partir de données bruitées. Cette méthode est une évolution de la théorie de votes par tenseur [93] qui utilise des courbes circulaires pour classer les points caractéristiques d'un nuage de points. A partir de l'indicatrice de Dupin, Chen et Schmitt [94] formulent une représentation quadratique de la courbure en chaque point d'inspection et dérivent les courbures principales du système sur-déterminé par minimisation des moindres carrés. Inspiré par cette approche, Taubin [95] a développé un algorithme qui définit une matrice symétrique possédant des vecteurs propres représentant les directions principales et des valeurs propres qui sont reliées par une transformation linéaire homogène fixe aux valeurs de courbures principales. Il estime cette matrice sous forme discrète pour un maillage triangulaire en utilisant les paires de points partageant une arête commune. Gopi *et al.* [96] ont étendu l'algorithme de Taubin du voisinage direct des points à des paires arbitraires de points, ainsi qu'une régularisation différente. Heckbert et Garland [97] soulignent la relation entre la métrique d'erreur quadratique [98, 99] des normales des faces et la courbure.

Ces méthodes permettent de calculer les courbures principales et de déduire les courbures moyenne et gaussienne de ces valeurs. Cependant, ces techniques ne prennent pas en compte les cas où la surface est non-différentiable.

2.4.6 Nouvelles méthodes de « feature sensitive » et « integral invariant »

Une méthode [48, 57], basée sur le calcul des moments d'ordre zéro et d'ordre un d'un patch, permet également de détecter les points d'intérêt dans un maillage. Le patch est extrait par intersection d'une boule avec le maillage. Le moment d'ordre zéro est en fait le moment des points du maillage de la zone étudiée et représente le centre de gravité du patch extrait autour de chaque point d'inspection. Le moment d'ordre un représente

la déviation des points du maillage par rapport au moment d'ordre zéro. Le calcul de ces valeurs mène à un tenseur qui se comporte comme un tenseur de courbure, dans le sens où il représente les déviations et déformations locales autour du point d'analyse, comme le fait la courbure. L'étude du comportement de ce tenseur en fonction du type de contour (différentiable ou non) a prouvé qu'il permet de traiter les cas de points sur des surfaces non-différentiables.

Des méthodes récentes [63, 46, 55] étudient la distorsion des points d'intersection d'une boule et de la surface. Cette distorsion, nommée isophote, est reliée aux courbures moyenne, gaussienne et normale. Les différentes courbures peuvent être déduites de ces mesures [64, 65, 66]. Conscients des problèmes de non-différentiabilité sur les contours francs, les auteurs ont mis au point un remaillage permettant d'améliorer leurs mesures en ces points spécifiques, mais cette technique reste insuffisante pour l'analyse de points saillants tels que le sommet d'un cône ou un coin de cube. En effet, sur ces types de contours, la courbure n'est pas définie et devrait être remplacée par une autre mesure plus pertinente, comme celle que nous allons proposer dans le chapitre 3.

De nouvelles méthodes dites « integral invariant » utilisent le voisinage extrait autour d'un point d'inspection par une boule osculatrice comme [48], mais pour cette fois approximer le volume et l'aire de la surface. Ces valeurs d'aire et de volume sont reliées à la courbure moyenne [52, 51] qui peut être approximée. Les points et les faces du patch extrait et le théorème de Taylor sont utilisés pour approximer le volume. Le rapport de ce volume par le volume de la boule osculatrice donne un invariant dont la valeur dépend des courbures locales et du rayon de la boule.

Ces méthodes semblent plus fiables que les méthodes précédentes, du fait qu'elles ne se limitent pas à une simple interprétation des mesures de courbure. De plus, les mesures sont obtenues par intégration, ce qui renforce la résistance au bruit [100]. Le problème est que la comparaison de ces opérateurs avec les opérateurs de courbure n'est pas toujours possible, du point de vue des valeurs, ou du moins pas directement. De plus, celles-ci peuvent être trop approximatives malgré une bonne détection, surtout sur des coins. Une interprétation suggestive des résultats des différents opérateurs est tout de même possible, en comparant les résultats provenant de maillages préalablement analysés et dont les caractéristiques (contours ou points d'intérêts) sont connues et mesurées. Chacun de ces auteurs émet une restriction quant à l'utilisation de leur algorithme : la surface doit être suffisamment dense. Les auteurs sous-entendent ici que la courbure peut être calculée en tout point du maillage, ce qui n'est pas forcément vrai, puisqu'il peut exister des points non-différentiables, même sur un maillage très dense (pièces manufacturées, usinées...), pour lesquels la courbure n'existe pas. Nous discute-

rons plus en détail de la précision des valeurs de la courbure dans le cas d'analyse de points non-différentiables dans le chapitre suivant.

2.5 Conclusion

Après avoir établi l'état de l'art de ces différentes techniques, il nous faut mettre en lumière un problème récurrent dans la plus grande partie de ces techniques d'extraction de courbure ou de mesure dérivative : la courbure n'est définie que sur des surfaces différentiables. Comme expliqué en section 2.3.8, le calcul dérivatif est un problème mal défini en 3D. C'est pourquoi certaines méthodes dérivatives citées précédemment [47, 95, 75] ne peuvent être appliquées que si la surface est suffisamment décrite (dense). Par là les auteurs entendent que la densité est assez importante pour pouvoir approximer la surface. Il faut également signaler qu'un point non-différentiable peut toujours être présent, peu importe la densité du maillage ou la finesse de la description. Les mesures par intégration (« feature sensitive » ou « integral invariant ») rencontrent également le même problème. De plus, quand la surface est décrite par une quantité faible de points (maillage non-dense), la mesure devient trop approximative.

Notre but dans cette thèse est de trouver un opérateur capable d'évaluer les maillages denses et non-denses sans calculs dérivatifs ou de courbures. En effet, la variété des applications pour lesquelles ces techniques sont mises au point nous a orientés vers une analyse pure des maillages et non vers une application spécifique, afin d'obtenir une plus grande généralité. La majorité des techniques exposées dans cet état de l'art utilisent une mesure de courbure ou du moins une mesure dérivative qui n'est plus valable sur des contours francs (sharp edge). De même les mesures par intégration ne traitent ni du problème de maillages peu denses, ni de la présence de points non-différentiables.

Notre principale préoccupation sera donc d'apporter une solution à la mesure de caractéristiques sur des maillages peu denses et donc principalement sur des points non-différentiables. Pour ce faire, inspiré par les techniques d'adaptation d'algorithmes 2D au 3D et remarquant qu'une application directe du principe de l'opérateur SUSAN 2D n'avait pas encore été implémentée, nous avons décidé d'orienter nos recherches dans cette voie. Par rapport à la technique de Fournier [53], un avantage direct est la possibilité d'éviter la voxellisation entière de l'objet ou de la scène. Les informations volumiques approximées des informations géométriques et topologiques, par les algorithmes SFM, TCM, CFM, « feature sensitive » et « integral invariant », dépendent de la densité du maillage. La voxellisation locale introduite par l'opérateur permettrait une indépendance des résultats vis-à-vis de la régularité et de la densité du maillage, tout en gardant le

principe d'« invariant integral » et la résistance au bruit. Un autre avantage serait la non-nécessité de remailler localement ou globalement les objets avant l'utilisation de l'algorithme.

Chapitre 3

L'opérateur SUSAN-3D

Dans cette partie, nous allons décrire l'opérateur SUSAN généralisé pour le traitement de maillages 3D. La mesure obtenue permet la caractérisation des points de maillage qu'ils soient différentiables ou non-différentiables. De plus, cet opérateur évite les étapes de remaillage et de débruitage préliminaires à d'autres méthodes. L'opérateur que nous proposons est un opérateur générique d'extraction de caractéristiques en chacun des points d'un maillage régulier ou irrégulier, ouvert ou fermé, dense ou non et bruité ou non. Cet opérateur pourra ensuite être adapté à toute sorte de traitements, comme le débruitage, la segmentation ou la reconnaissance de formes.

Tout d'abord, le principe et la théorie des « integral invariant » et de l'opérateur SUSAN 2D sont rappelés. Une extension normalisée (integral invariant) de cet opérateur est également proposée pour l'extraction de points d'intérêt dans les images. La relation à la courbure sera établie pour les cas différentiables et non-différentiables. Nous montrerons ensuite les limites de la mesure de courbure sur les points non-différentiables et les avantages de l'utilisation de l'opérateur SUSAN en ces points particuliers. Enfin, la généralisation de l'opérateur SUSAN au 3D sera décrite. Les extractions du degré de saillance moyen, des directions et valeurs de saillances principales, seront détaillées et l'isotropie de l'opérateur étudiée afin de mettre en évidence les erreurs de mesure.

3.1 Principe des « integral invariant »

Le principe des « integral invariant », comme la courbure, peut s'exprimer ainsi : pour une forme donnée, la mesure « integral invariant » doit être la même, peu importe l'orientation de cette forme dans la scène, que ce soit en 2D ou 3D. Le calcul en 2D peut être effectué en plaçant une fenêtre d'analyse circulaire sur une image et en intégrant l'aire d'intersection de cette fenêtre et d'un contour. La mesure « integral invariant »

est obtenue en divisant cette aire d'intersection par l'aire totale de la fenêtre d'analyse. Le même principe peut s'appliquer en 3D, en plaçant une boule sur une surface et en intégrant le volume d'intersection de la boule et du maillage, il est possible d'obtenir un « integral invariant » en divisant le volume de l'intersection par le volume total de la boule.

De nombreux auteurs se sont intéressés à la relation entre ces mesures « integral invariant » et la courbure. On peut distinguer entre autres les travaux de Manay (en 2D) et de Pottmann (en 3D) que nous allons détailler.

Manay *et al.* [101] en 2006, décrivent un opérateur « integral invariant » permettant de définir une valeur pour un contour, dépendant de la courbure et invariant à l'orientation de la forme analysée dans l'image. Cette valeur invariante normalisée est définie comme le rapport de l'aire de l'intersection d'un disque d'inspection et d'une forme, sur l'aire totale du disque :

$$I_C^r(p) = \frac{\int_{\overline{C}} B_r(p, x) dx}{\int_{\mathbb{R}^2} B_r(p, x) dx} \quad (3.1)$$

Avec $\int_{\overline{C}} B_r(p, x) dx$ l'aire d'intersection du contour et du disque d'inspection, $\int_{\mathbb{R}^2} B_r(p, x) dx$ l'aire totale du disque d'inspection. La réponse de cet opérateur sera donc comprise entre $[0, 1]$. Les réponses de l'opérateur sont données pour des silhouettes 2D bien définies, voire synthétiques ou binaires (noir sur fond blanc). Les silhouettes sont considérées comme denses (smooth). L'étude conduit à la relation suivante, entre la mesure de l'aire de l'intersection du disque et la courbure de la forme :

$$I_r(p) = \int_{\overline{C}} B_r(p, x) dx \simeq 2r^2 \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} r \kappa(p) \right) \quad (3.2)$$

Cette relation est valable uniquement pour des rayons d'inspection r petit ($r \rightarrow 0$) et en présence de contours denses (petite variation de courbure).

L'étude en 3D des « integral invariant » proposée par Pottmann *et al.* [52, 51], avec une approximation du calcul de l'aire ou du volume par le théorème de Taylor, est similaire à l'approche de Manay. En effet, Pottmann reprend la définition du calcul d'aire et de volume établie par différents auteurs [64, 65, 66] et montre que l'approximation qu'il propose donne une meilleure précision que celle obtenue par Cazals *et al.*, mais uniquement pour des petits rayons d'inspection ($r \rightarrow 0$). Le volume approximé de l'intersection d'une boule et d'une forme est défini par :

$$V_b^r = \frac{2\pi}{3} r^3 - \frac{\pi\kappa}{4} r^4 + O(r^5) \quad (3.3)$$

La relation 3D entre la courbure et la mesure d'aire sur la surface inspectée, pour des contours denses est donnée par :

$$A_s^r = \frac{\pi r^2}{2} - \frac{\pi \kappa r^3}{3} + O(r^4) \quad (3.4)$$

Pour une discontinuité ou une arête en 3D (crête), pour lesquels la courbure n'est pas définie, Pottmann propose une mesure d'aire, fonction de la moyenne des courbures de part et d'autre de la discontinuité étudiée et de l'angle α entre les deux surfaces en présence :

$$A_r = \frac{\alpha}{2} \pi r^2 - \frac{\kappa_- + \kappa_+}{6} r^3 + O(r^4) \quad (3.5)$$

De même pour le calcul du volume, une crête est définie par la moyenne des courbures des deux surfaces qui s'intersectent pour former ce type de contour :

$$V_r = \frac{2\alpha}{3} r^3 - \frac{\pi(\kappa_- + \kappa_+)}{8} r^4 + O(r^5) \quad (3.6)$$

Cependant, Pottmann explique dans [52, 51] que la méthode est difficilement applicable aux cas d'un sommet ou coin. En effet, sur ce type de contour, le nombre de surfaces connexes au point saillant peut être largement supérieur à deux, ce qui rend complexe le calcul.

Une autre restriction, induite par cette méthode, comme pour beaucoup d'opérateurs de courbure en 3D, est que le maillage doit être dense [47, 95, 62, 46, 52, 51]. De plus, comme le calcul sur des points saillants est complexe, les auteurs essaient d'en limiter le nombre sur le maillage. Certains auteurs mettent en place un remaillage préliminaire à leurs traitements [46, 52, 51] avant d'appliquer leurs opérateurs [52, 51], afin de limiter le nombre de points saillants présents à différentes échelles, comme l'ont souligné Clarentz *et al.* [48, 57].

3.2 Opérateur SUSAN 2D

Dans l'état de l'art sur la détection des points d'intérêt en 2D, nous avons fait mention de l'opérateur SUSAN introduit par Smith et Brady [30]. Cet opérateur permet de détecter des coins, sans calcul dérivatif et par un principe assez proche de celui des « integral invariant ». Dans ce paragraphe, nous allons rappeler le principe de cet opérateur. Nous proposerons ensuite une version normalisée de cet opérateur dans le cadre du traitement des images et introduirons dans le même temps la notion de saillance. Nous étudierons ensuite la relation entre la réponse de l'opérateur SUSAN et la courbure locale d'un signal continu. Par la suite, nous nous intéresserons au cas discontinu.

3.2.1 Principe de l'opérateur

Le principe de l'opérateur, exposé dans la section 2.2, est ici rappelé en détail. L'opérateur SUSAN [30], calcule l'intersection d'une fenêtre circulaire osculatrice et d'une forme. Une réponse minimum correspondra à un coin (ou un contour). Dans le cadre de la détection de contours dans les images, le centre de la fenêtre d'analyse est nommé Nucleus. Le niveau de gris de ce Nucleus est pris comme attribut de référence et les niveaux de gris des pixels contenus dans la fenêtre d'analyse sont comparés à cet attribut. Le nombre de pixels dont le niveau de gris est proche de celui du Nucleus (définition d'un seuil) est comptabilisé dans une zone, nommé zone *USAN*. Un seuil doit être fixé afin de juger si un pixel est « proche » ou non du Nucleus. L'auteur définit tout d'abord le seuil manuellement et compare les pixels proches très simplement :

$$c(\vec{r}, \vec{r}_0) = \begin{cases} 1 & \text{si } |I(\vec{r}) - I(\vec{r}_0)| \leq t \\ 0 & \text{si } |I(\vec{r}) - I(\vec{r}_0)| > t \end{cases} \quad (3.7)$$

Avec \vec{r}_0 la position du Nucleus dans l'image, \vec{r} la position d'un pixel contenu dans la fenêtre d'analyse circulaire, $I(\vec{r})$ est le niveau de gris d'un pixel de la fenêtre, t le seuil de contraste des niveaux de gris et c le résultat de la comparaison. Cette comparaison est faite pour l'ensemble des pixels de la fenêtre d'analyse, sauf le pixel central et les résultats des comparaisons sont cumulés dans la zone *USAN* qui est définie par :

$$n(\vec{r}_0) = \sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} c(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad (3.8)$$

Ici, n représente le nombre de pixels de la zone *USAN*. Différentes zones *USAN* peuvent être visualisées sur la figure 3.1.

Les auteurs définissent ensuite une formule plus stable, une version régularisée de la formule 3.7 précédente, qui autorise le niveau de gris des pixels à varier légèrement en limitant leurs influences sur c , même si ceux-ci sont près du seuil t défini. Ce seuil t détermine le contraste minimum qui sera pris en compte dans la fenêtre d'analyse, et la formule suivante fournit un moyen très simple de contrôler ce contraste :

$$c(\vec{r}, \vec{r}_0) = e^{-\left(\frac{I(\vec{r}) - I(\vec{r}_0)}{t}\right)^6} \quad (3.9)$$

Les auteurs ont montré que la puissance de six est l'optimum théorique (voir [30] pour plus de précision). En effet, cette forme donne un compromis idéal entre la stabilité autour du seuil t et la fonction originale requise, la fonction carré ou porte de seuillage

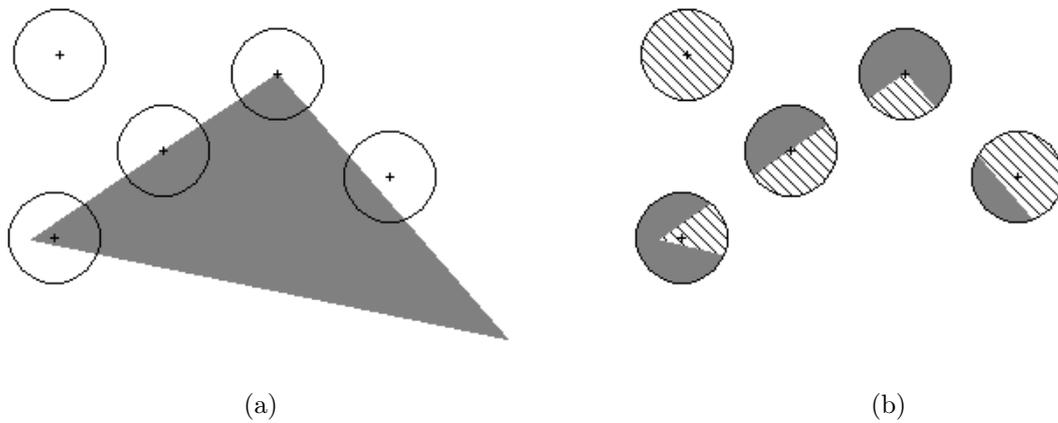


FIG. 3.1: Exemple de différentes positions du filtre de SUSAN dans une image (a). Zone USAN (hachurée) extraite en ces différentes positions (b).

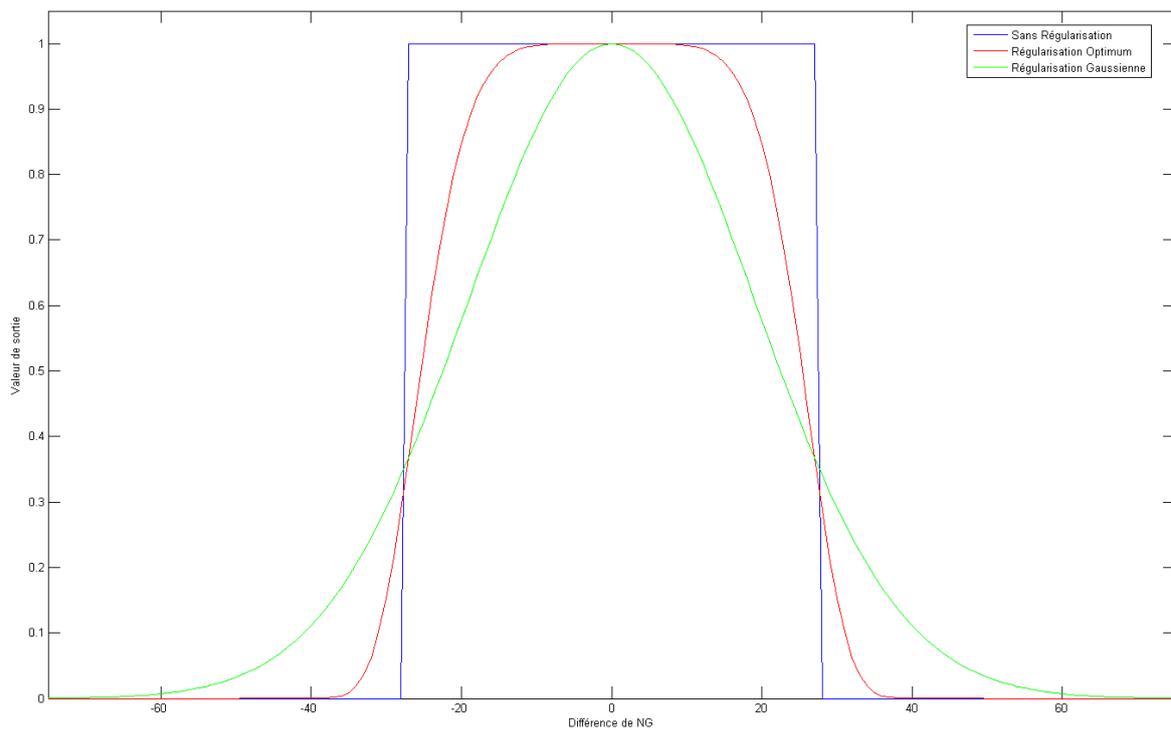


FIG. 3.2: Illustration des fonctions de régularisation du contraste. En bleu, la fonction carré ou porte de seuillage (classique). En vert, la fonction de régularisation gaussienne. En rouge, la fonction de régularisation optimum utilisée par l'opérateur SUSAN.

classique (voir figure 3.2). Si besoin est, le seuil t peut être déterminé automatiquement, comme fonction de la variance de l'image étudiée par exemple. Les auteurs ont également montré qu'une variation de ce seuil de contraste t , n'a pas une influence critique sur les résultats. La présence de bruit dans les images a orienté également les auteurs vers une régularisation spatiale gaussienne, un peu comme celle de Canny (régularisation optimale) [102]. Sur l'ensemble des pixels, on obtiendra donc la réponse de l'opérateur :

$$n(\vec{r}_0) = \sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} e^{-\frac{(\vec{r} - \vec{r}_0)^2}{2\sigma^2}} c(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad (3.10)$$

σ représente le facteur d'échelle. Un pixel éloigné du Nucleus aura donc une contribution moins importante qu'un pixel proche. Afin d'extraire les contours, les auteurs ont mis en place un seuil géométrique, nommé g . Ils définissent ce seuil en fonction de la valeur maximale extraite sur l'image étudiée par :

$$g = \frac{3n_{max}}{4} \quad (3.11)$$

La réponse finale de l'opérateur sera donc :

$$R(\vec{r}_0) = \begin{cases} g - n(\vec{r}_0) & \text{si } n(\vec{r}_0) < g \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.12)$$

La figure 3.3 illustre les différents résultats de l'opérateur SUSAN sur une image synthétique : la forme régularisée de l'opérateur SUSAN donne une réponse élevée sur les coins et conserve cette réponse élevée sur un plus grand nombre de pixels, dans la zone proche des coins. A titre de comparaison, les réponses du détecteur SUSAN non régularisé chutent plus rapidement qu'avec la forme régularisée lorsque la fenêtre d'analyse s'éloigne des coins.

La direction du contour peut également être déduite de la zone *USAN* extraite par le calcul du vecteur ayant pour origine le centre de gravité de la zone *USAN* et comme extrémité le centre de la fenêtre d'analyse (Nucleus). Ce centre de gravité peut être déterminé par l'équation :

$$\vec{\bar{r}}(\vec{r}_0) = \frac{\sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} \vec{r} c(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} c(\vec{r}, \vec{r}_0)} \quad (3.13)$$

Les auteurs définissent également un filtre de débruitage basé sur l'algorithme de

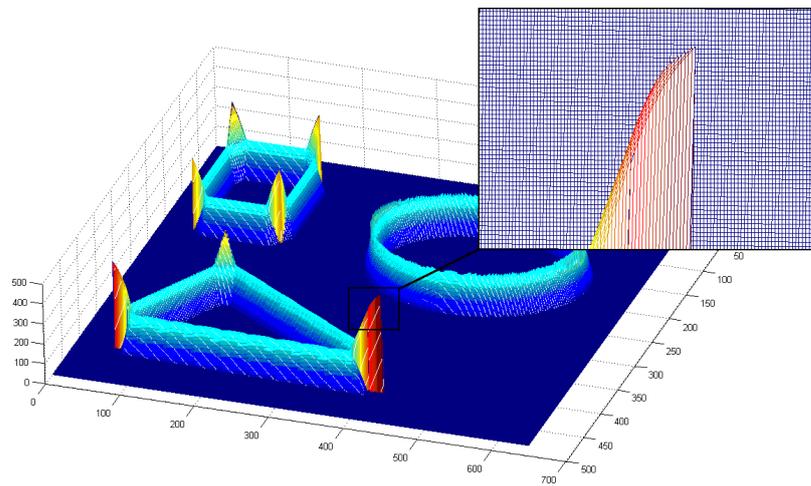
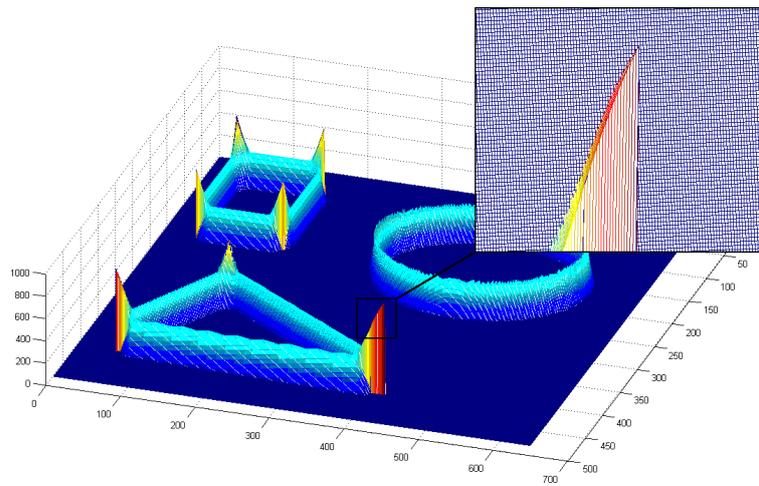


FIG. 3.3: Image originale (a), résultats de détection sans régularisation (b) et résultats de détection avec régularisation (c).

SUSAN. La forme de ce filtre est la suivante :

$$J(x, y) = \frac{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} I(x+i, y+j) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \frac{(I(x+i, y+j) - I(x, y))^2}{t^2}}}{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \frac{(I(x+i, y+j) - I(x, y))^2}{t^2}}} \quad (3.14)$$

$r = \sqrt{i^2 + j^2}$, σ contrôle l'échelle de la régularisation spatiale, t la régularisation du contraste. La valeur médiane des huit pixels voisins est utilisée si la somme au dénominateur est nulle.

3.2.2 Normalisation de l'opérateur SUSAN

Il est donc possible de déterminer un filtre permettant l'extraction des contours et coins, de forme régularisée, à la fois spatialement mais également sur le contraste. D'après les travaux de Manay *et al.* [101] et la définition de l'opérateur SUSAN, ainsi que le filtre de débruitage mis en place par les auteurs, on peut définir un filtre permettant la caractérisation des contours, invariant suivant l'orientation de la forme, qui s'affranchit du bruit de l'image et dont les réponses seront normalisées $[0, 1]$. La valeur de sortie de cet opérateur est définie par le rapport entre le nombre de pixels de la zone *USAN* et le nombre total de pixels de la fenêtre d'analyse, comme l'a défini Manay pour son invariant intégral. La valeur de sortie de l'opérateur S_d sera définie comme suit :

$$S_d(\vec{r}_0) = \frac{\sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} c(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\sum_{\vec{r} \neq \vec{r}_0} \vec{r}} \quad (3.15)$$

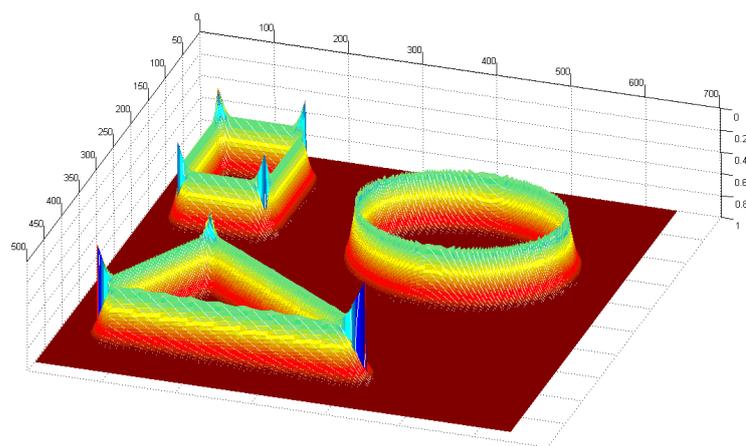
Les valeurs de sortie S_d seront comprises entre $[0, 1]$, comme l'opérateur de Manay, et seront fonctions de la forme analysée (voir section 3.2.4). La seule valeur S_d peut permettre la caractérisation des contours et coins de l'image. De même, une forme régularisée peut être mise en place, afin de limiter l'influence du bruit, dans le cadre de l'analyse d'images bruitées. Elle aura pour forme :

$$S_d(x, y) = \frac{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \left(\frac{I(x+i, y+j) - I(x, y)}{t}\right)^6}}{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}} \quad (3.16)$$

La figure 3.4 montre les résultats obtenus sur une image synthétique :



(a)



(b)

FIG. 3.4: Image originale (a) et résultats de l'opérateur SUSAN normalisé (b).

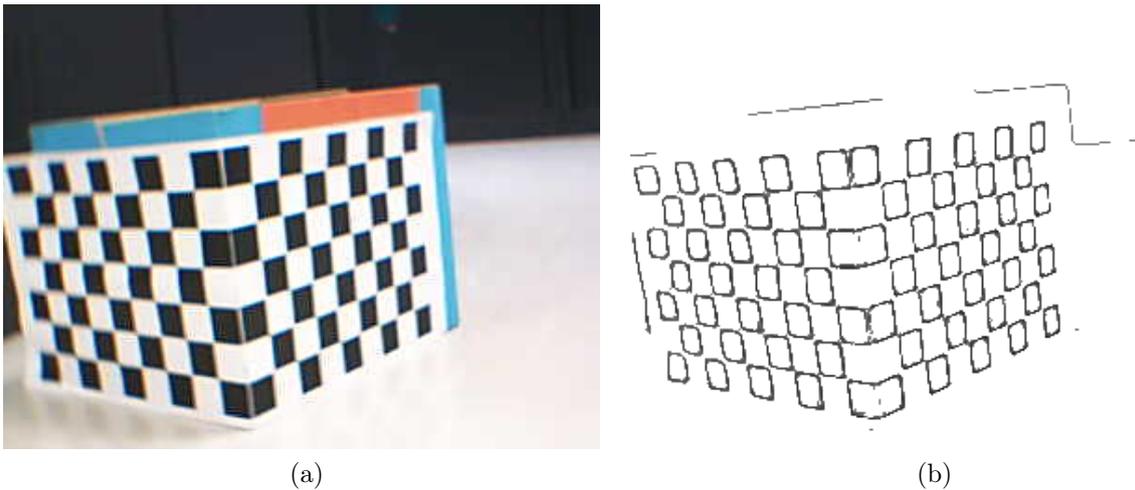


FIG. 3.5: Exemple de contours extraits par l'opérateur SUSAN normalisé. (a) image originale et (b) image de contour. La largeur de la fenêtre d'analyse est de 13 pixels, le seuil de contraste t est défini comme la moitié de l'écart-type de l'image et σ comme la moitié du rayon d'inspection.

Dans le cas de l'opérateur SUSAN normalisé, la direction du contour peut également être déduite de la zone *USAN* extraite. Cette direction sera donnée par le calcul d'un vecteur ayant pour origine le centre de gravité de la zone *USAN* et comme extrémité le centre de la fenêtre d'analyse (Nucleus). Le centre de gravité peut être déterminé par :

$$Cg(x, y) = \frac{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} (x + i, y + j) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \left(\frac{I(x+i, y+j) - I(x, y)}{t}\right)^6}}{\sum_{i \neq 0, j \neq 0} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \left(\frac{I(x+i, y+j) - I(x, y)}{t}\right)^6}} \quad (3.17)$$

Pour un contour donné, on aura donc à notre disposition la direction du contour et S_d . Ces paramètres peuvent être utilisés dans le cadre de la reconnaissance de forme ou dans le cadre de l'appariement en stéréoscopie.

L'opérateur ainsi défini permet d'obtenir un invariant à l'orientation du contour dans l'image, tout en gardant l'aspect non linéaire de l'opérateur SUSAN et intégrant les meilleurs aspects des meilleurs filtres de réduction de bruit. Une mesure $S_d \leq 0.5$ définira un point de contour et les minima des coins dans l'image. Un autre avantage est la mesure de contours francs, pour lesquels la courbure ne peut être définie et sur lesquels la mesure de l'opérateur de SUSAN reste cohérente, puisqu'aucune mesure dérivative n'est effectuée. La figure 3.5 montre un exemple de contours extraits par cet opérateur sur une image réelle acquise au laboratoire.

Dans la section 3.2.4, nous nous intéresserons à l'influence de la forme du signal

analysé sur la réponse de l'opérateur.

3.2.3 Notion de saillance

La saillance est un concept mis au point il y a de nombreuses années pour définir les zones de grandes importances dans une image. Cette mesure permet d'imiter la perception du système visuel humain et comme celui-ci, prend en compte la couleur, les ombres, les formes, le mouvement, la texture et le contexte de l'image. Dans cette thèse, nous sommes focalisés particulièrement sur la compréhension et l'interprétation de la forme. La définition formelle de la saillance décrite par Kendall [103] est très proche de notre vision du concept de forme et s'exprime de la manière suivante : « toutes les informations géométriques qui restent quand la position, l'échelle et les effets de rotations (transformations euclidiennes) sont filtrées et retirées d'un objet ». Cette définition est très proche de celle d'un \hat{n} integral invariant \hat{z} ou de la définition de l'opérateur SUSAN 2D normalisé que nous avons présenté. En effet, ces opérateurs mesurent la géométrie locale (aire) d'une forme et ne sont sensibles ni à sa position, ni à son orientation dans l'image. De plus, une analyse multi-échelle permet de s'affranchir de sa taille et de connaître son importance par rapport à l'objet ou scène analysé. Nous nommerons les réponses de l'opérateur SUSAN 2D, des degrés de saillance, représentés par le symbole S_d , car celles-ci représentent les informations géométriques primordiales (primitives), suffisantes pour caractériser les zones de petites et grandes variations dans une image.

3.2.4 Application de SUSAN à la mesure de saillance

En 3D, le maillage définit le bord d'un objet, et les normales des faces identifient clairement la frontière entre la partie intérieure et la partie extérieure du maillage. Pour démontrer la relation entre la courbure et le degré de saillance, nous allons considérer le profil de formes 3D au lieu d'images. Les régularisations spatiale et de contraste ne seront donc plus nécessaires pour l'opérateur. Les profils seront approximés par les courbes de contours d'un objet. Nous étudierons donc le degré de saillance S_d sur deux types de contours :

- Des contours très bien échantillonnés (denses), où la courbe est différentiable et où la courbure peut être analytiquement évaluée, que nous nommerons le cas différentiable (voir section 3.2.4).
- Des contours décrits par une petite quantité de points, où la courbe ne peut pas être considérée comme différentiable, rendant le calcul de courbure impossible, que nous nommerons le cas non-différentiable (voir section 3.2.4).

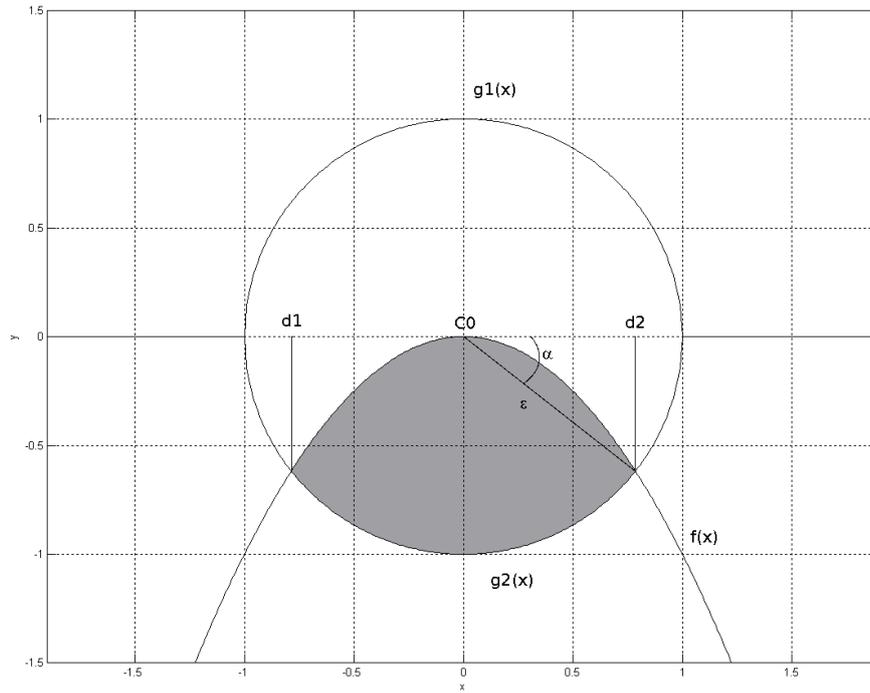


FIG. 3.6: Intersection d'une fenêtre circulaire et d'un profil différentiable $f(x) = -x^2$ et $\epsilon = 1$.

Cas différentiable

La courbe de contour d'un objet peut être modélisée par une fonction polynomiale. Dans le but de simplifier le calcul, la courbe sera considérée comme une fonction parabolique 2D : $f(x) = ax^2$. La partie interne de l'objet correspond à l'aire définie par : $y - ax^2 \leq 0$, avec $M(x, y)$ les coordonnées des points de l'espace 2D. La courbure d'une fonction 2D est définie par :

$$\kappa(x) = \frac{f''(x)}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}} \quad (3.18)$$

Le Nucleus (centre de la fenêtre d'analyse) est centré au point $C(0, 0)$, où la courbure est égale à $\kappa(0) = 2a$, avec a jouant le rôle de paramètre de courbure. Comme illustré en figure 3.6, A_{USAN} correspond à l'aire de l'intersection entre le disque et la partie intérieure de l'objet.

La valeur A_{USAN} peut être déterminée de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
A_{USAN} = & \int_{-\epsilon}^{\epsilon} g_2(x) dx + \text{sign}(a) \int_{d_1}^{d_2} f(x) dx \\
& + \text{sign}(a) \left(\int_{-\epsilon}^{d_1} g(x) dx + \int_{d_2}^{\epsilon} g(x) dx \right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

avec $g(x) = \text{sign}(a) \sqrt{\epsilon^2 - x^2} = \begin{cases} g_1(x) & \text{si } a \geq 0 \\ g_2(x) & \text{sinon} \end{cases}$, l'équation générale du cercle d'inspection, $\text{sign}(a) = \begin{cases} 1 & \text{si } a \geq 0 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$, le signe du paramètre de courbure a , ϵ la largeur de l'opérateur et $g_1(x)$ et $g_2(x)$ les équations des parties supérieure et inférieure du cercle, respectivement, ce qui mène à :

$$A_{USAN} = \frac{\pi\epsilon^2}{2} + \frac{\kappa(0)(d_2^3 - d_1^3)}{6} + \epsilon^2 \left(\alpha - \frac{\sin(2\alpha)}{2} \right) \tag{3.20}$$

La valeur dénotée par α correspond à l'angle présenté en figure 3.6 et est définie par :

$$\alpha = \arctan \left(\frac{\kappa(0) d_2}{2} \right) \tag{3.21}$$

$$d_1 = -d_2 = \begin{cases} -\sqrt{\frac{2(\sqrt{1+\kappa(0)^2\epsilon^2}-1)}{\kappa(0)^2}} & \text{si } a \in \mathbb{R}^* \\ -\epsilon & \text{si } a = 0 \end{cases} \tag{3.22}$$

d_1 et d_2 sont les distances sur l'axe des abscisses x des points $M_1(d_1, f(d_1))$ et $M_2(d_2, f(d_2))$, représentant les points d'intersection de la fonction $f(x)$ et du cercle $g(x)$. En utilisant la valeur de A_{USAN} , nous définissons S_d au point $C_0(0, 0)$ de la façon suivante :

$$S_d = \frac{A_{USAN}}{\pi\epsilon^2} = \frac{1}{2} + \frac{\kappa(0) d_2^3}{3\pi\epsilon^2} - \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} + \frac{\alpha}{\pi} \tag{3.23}$$

Finalement, la relation entre S_d et $\kappa(0)$ peut être représentée par un graphe, illustré par la figure 3.7. Cette relation $S_d = h_1(\kappa(0))$ est bijective, ce qui implique que S_d dépend uniquement de la valeur de la courbure $\kappa(0)$ pour une valeur ϵ fixée (largeur de l'opérateur).

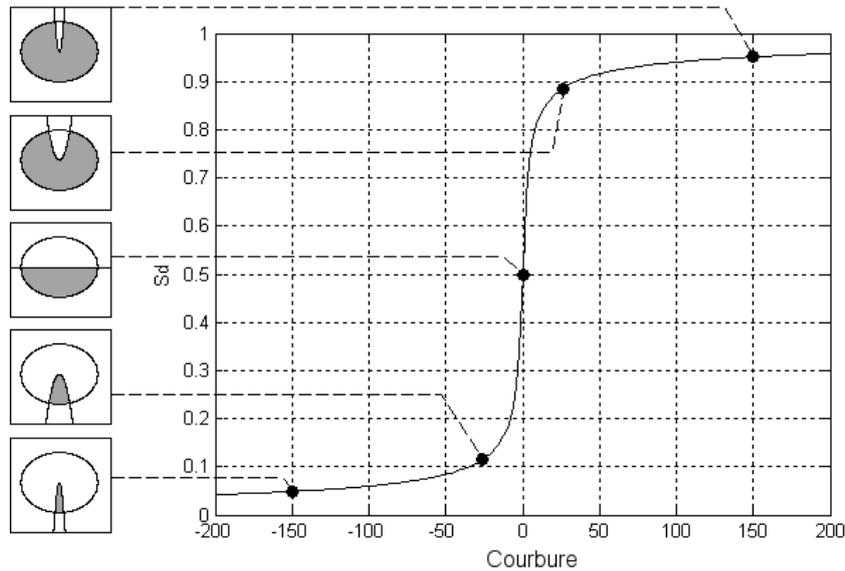


FIG. 3.7: Évolution du degré de saillance en fonction de la courbure $\kappa(0)$.

Discussion sur la relation à la courbure

Les différentes relations établies par Manay et Pottmann [100, 101, 52, 51] sont limitées à des rayons d'inspection petits ($r \rightarrow 0$). Cela prouve que l'opérateur de Pottmann ne peut appréhender au sens exact que les petites courbures. Nous retrouvons ici les limitations émises par les auteurs. En effet, plus une surface est densément définie, plus la variation entre deux échantillons est petite. C'est pour cela que les auteurs limitent leur relation à des surface denses. Plus le rayon d'inspection diminue, plus la variation de la courbe observée à l'intérieur du disque d'inspection sera petite, et plus l'erreur d'approximation diminue. L'avantage de notre solution est donc l'indépendance à la résolution de la courbe ou surface et une correspondance exacte entre les valeurs de saillance et de courbure pour n'importe quel rayon d'inspection, quand la courbure est définie.

Cas non-différentiable

Considérons maintenant une fonction $f(x) = b|x|$ comme la courbe de contour d'un objet. La fonction $f(x)$ est continue, mais non-différentiable en $x = 0$, spécifiquement le point $C_0(0, 0)$. Le coefficient b jouera donc le rôle de paramètre de pseudo-courbure. La partie intérieure de l'objet correspond à l'aire définie par $y - b|x| \leq 0$.

Comme illustré en figure 3.8, l' A_{USAN} correspond à l'aire de l'intersection entre le disque et la partie intérieure de l'objet. La valeur de A_{USAN} peut être déterminée de la

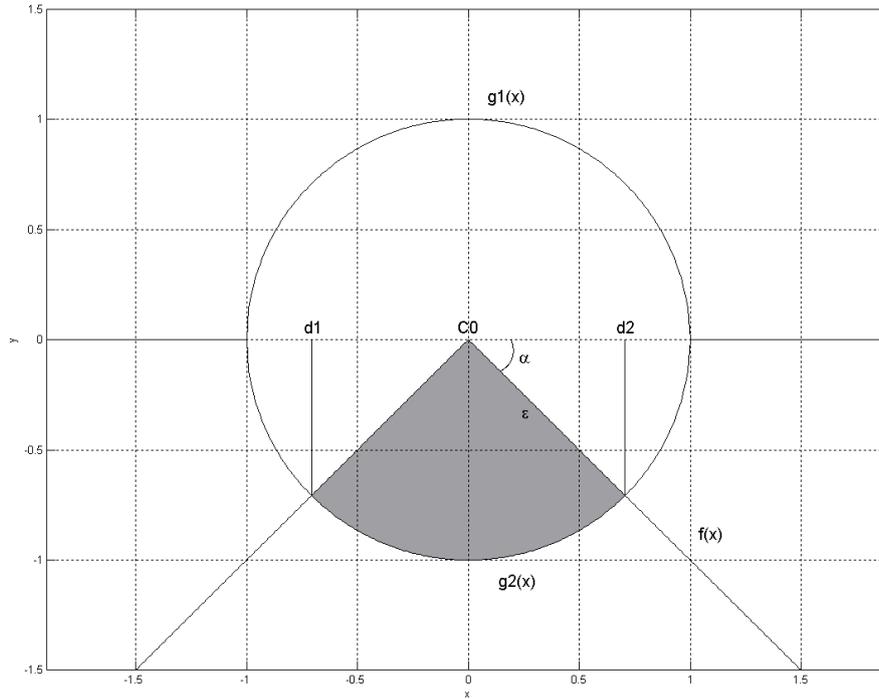


FIG. 3.8: Intersection d'une fenêtre circulaire et d'un profil non-différentiable $f(x) = -|x|$ et $\epsilon = 1$.

façon suivante :

$$A_{USAN} = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} g_2(x) dx + \text{sign}(a) \int_{d_1}^{d_2} f(x) dx \quad (3.24)$$

L'intersection entre la fonction $f(x)$ et le cercle $g(x)$ sont les points $M_1(d_1, f(d_1))$ et $M_2(d_2, f(d_2))$, et nous obtenons :

$$d_1 = -d_2 = -\sqrt{\frac{\epsilon^2}{(b^2 + 1)}} \quad (3.25)$$

Ce qui donne :

$$A_{USAN} = \frac{\pi\epsilon^2}{2} + \alpha\epsilon^2 \quad (3.26)$$

La valeur de α correspond à l'angle présenté en figure 3.8 et définie par :

$$\alpha = \arctan(b) \quad (3.27)$$

Le degré de saillance S_d peut donc être défini au point $C_0(0, 0)$ de la façon suivante :

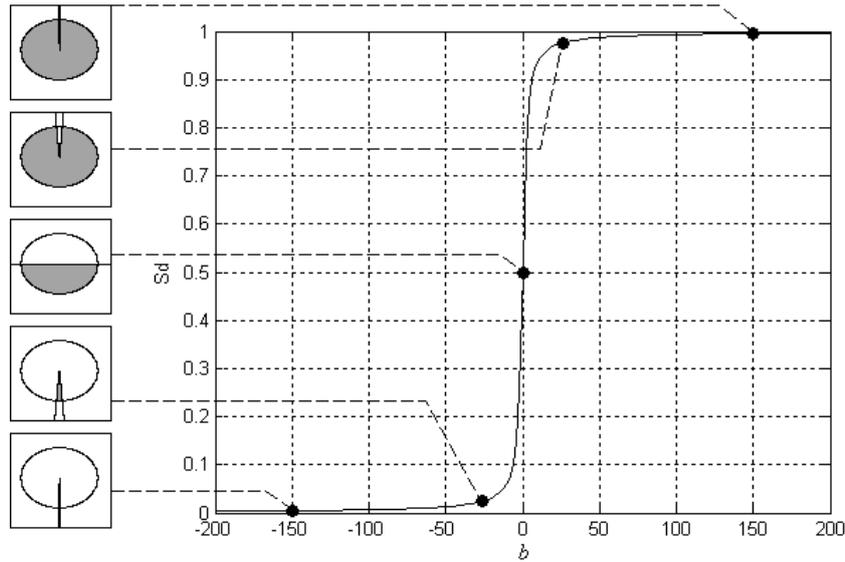


FIG. 3.9: Évolution du degré de saillance en fonction du paramètre de pseudo-courbure b .

$$S_d = \frac{A_{USAN}}{\pi \epsilon^2} = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{\pi} \quad (3.28)$$

Finalement, la relation entre S_d et b (le paramètre de pseudo-courbure) peut être représentée par un graphe, illustré en figure 3.9. Cette relation $S_d = h_2(b)$ est bijective, ce qui implique que S_d dépend de la valeur du paramètre de pseudo-courbure b pour une valeur ϵ fixée (largeur de l'opérateur).

Prise en compte de l'échantillonnage

Dans la section précédente, nous avons utilisé un paramètre de pseudo-courbure, nommé b , pour établir la relation entre les variations de la forme analysée et la mesure S_d , mais au sens exact, la courbure n'existe pas en ces points. En 3D, comme nous l'avons exprimé précédemment, de nombreux auteurs mettent en place un remaillage, une interpolation ou approximation de la surface avant la mesure de la courbure. Cette étape de remaillage peut introduire une déformation des arêtes franches qui doit absolument être évitée. Dans le cadre de la caractérisation de forme, le résultat d'un opérateur doit être constant, quelle que soit la résolution du contour franc analysé (densément défini ou non). L'étude que nous proposons ici consiste à vérifier l'évolution de la mesure de courbure et celle de la saillance pour différentes résolutions d'une forme donnée. La forme que nous allons étudier est présentée en figure 3.10.

Pour cette étude, nous avons choisi de nous placer dans le cas d'un maillage ré-

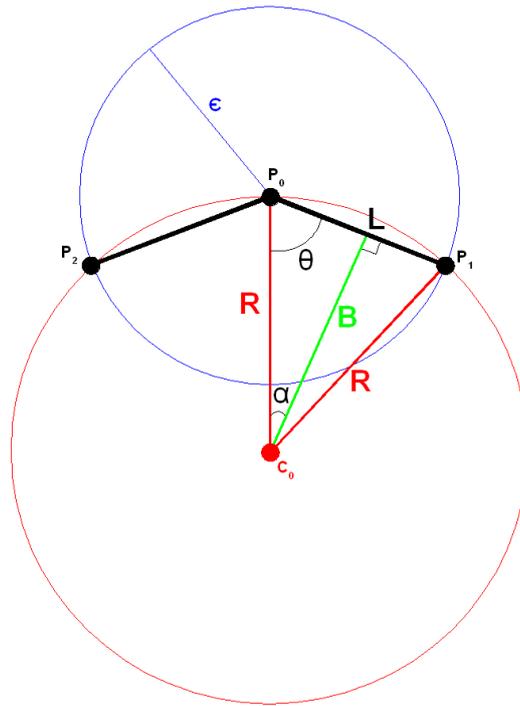


FIG. 3.10: Illustration de la mesure de saillance et de courbure pour un même contour franc. En noir, P_0 le point d'inspection, P_1 et P_2 les extrémités des deux mailles formant le contour analysé. La taille d'une maille $L = \|\overrightarrow{P_0P_1}\| = \|\overrightarrow{P_0P_2}\|$. L'angle θ représente la moitié de l'ouverture du contour analysé. Le cercle bleu représente le disque d'inspection de l'opérateur SUSAN de rayon $\epsilon = L$ utilisé pour le calcul du degré de saillance S_d . Le cercle rouge représente le cercle de courbure, de centre C_0 et de rayon de courbure $R = \frac{1}{\kappa}$. Le cercle de courbure est le cercle circonscrit au triangle $P_2P_0P_1$ (les points définissant les mailles). La longueur B symbolise la médiatrice du segment $[P_0, P_1]$. α représente l'angle entre la médiatrice et le segment $[C_0, P_0]$.

gulier en vue de coupe. Les mailles sont représentées par les segments de longueur L . L'ouverture du contour franc analysé est définie par l'angle $\theta \in]0, \pi[$. Les mailles étant symétriques, l'ouverture totale du contour est égale à 2θ . Le calcul du degré de saillance nécessitant la définition d'un rayon d'inspection ϵ , nous l'avons limité au voisinage direct ($\epsilon = L$), le cas d'un voisinage étendu étant plus complexe. Les cercles de courbure, de rayon $R = \frac{1}{\kappa}$, correspondent au cercle circonscrit au triangle $P_2P_0P_1$. La longueur B , formée par la médiatrice du segment $[P_0, P_1]$, peut être calculée comme suit :

$$B = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (3.29)$$

La somme des angles dans le triangle rectangle, contenant α et θ , mène à la relation suivante :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (3.30)$$

A partir de ces deux équations, on peut établir la relation entre la taille des mailles L , la courbure κ et l'angle θ :

$$\tan(\alpha) = \frac{L}{2B} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{L}{2\sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}} = \frac{L}{2\sqrt{\left(\frac{1}{\kappa}\right)^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}} \quad (3.31)$$

La relation entre la courbure κ et la taille des mailles L peut ensuite être exprimée pour un angle d'ouverture fixé. Le contour résultant peut être visualisé sur la figure 3.11 avec un angle d'ouverture de $\frac{\pi}{2}$, correspondant à $\theta = \frac{\pi}{4}$. L'équation (3.31) mène à la relation suivante :

$$\kappa = \frac{\sqrt{2}}{L} \quad (3.32)$$

Nous allons maintenant comparer les évolutions théoriques et réelles de la courbure κ et du degré de saillance S_d en fonction de la taille des mailles (L). La figure 3.12 montre l'évolution des mesures de saillance et de courbure réelle et théorique.

On remarque sur cette figure que la mesure du degré de saillance reste constante quelle que soit la taille des mailles en présence, alors que la mesure de courbure varie fortement. Dans le domaine de la caractérisation, une mesure doit avoir une forte répétabilité pour permettre l'identification d'un contour dans différentes descriptions d'une même forme ou objet. La mesure de courbure n'est donc pas adaptée à ce genre de travaux, celle-ci n'étant pas répétable si la densité de la description de l'objet change.

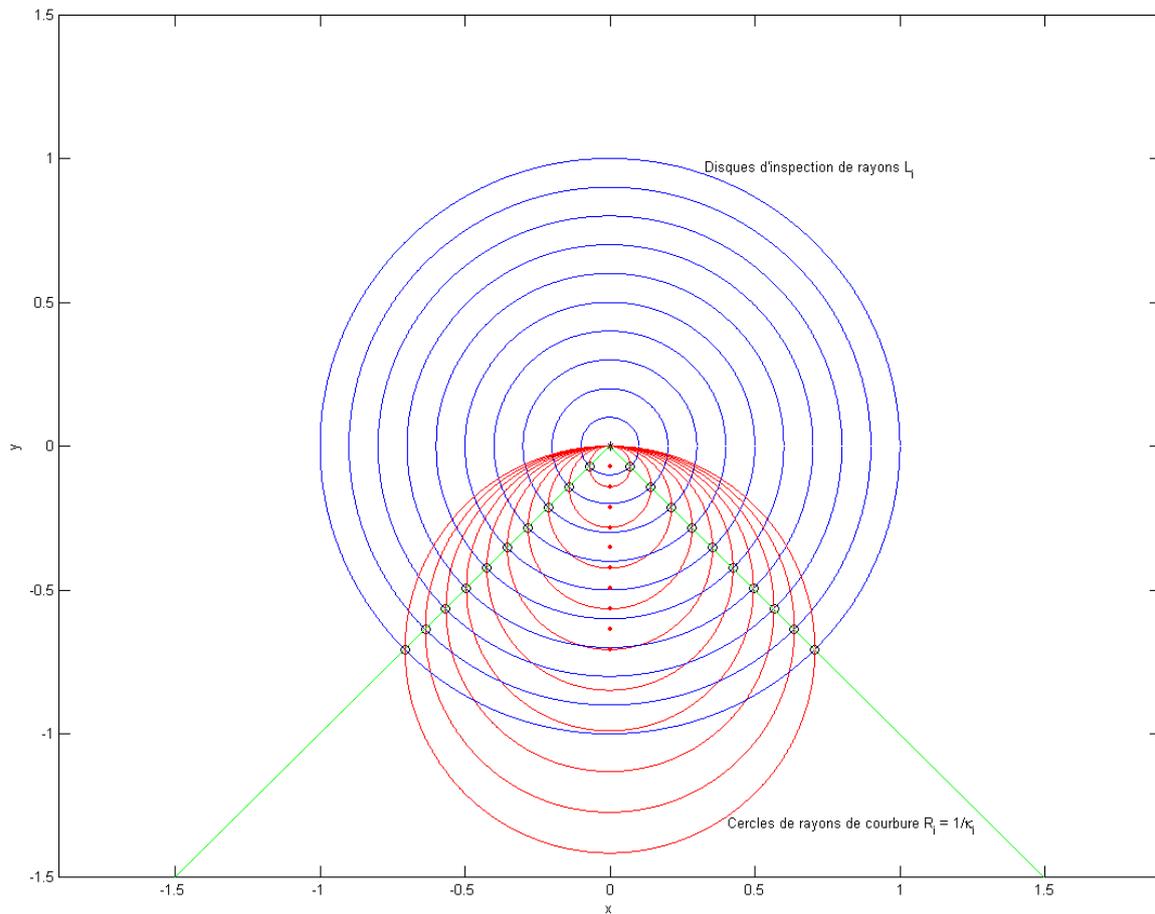


FIG. 3.11: Illustration des différents disques d'inspection pour la mesure de saillance et de courbure en fonction de la taille des mailles. En vert, le contour analysé et l'étoile noire, le point d'inspection. Les cercles bleus symbolisent les disques d'inspection pour la mesure de saillance S_d . Les cercles noirs représentent les points d'intersection des disques d'inspection et du contour analysé et symbolisent également l'évolution des tailles des mailles. Les cercles rouges représentent les cercles de courbure, circonscrits aux points des mailles. Le rayon de courbure donne la courbure $\kappa = \frac{1}{R}$.

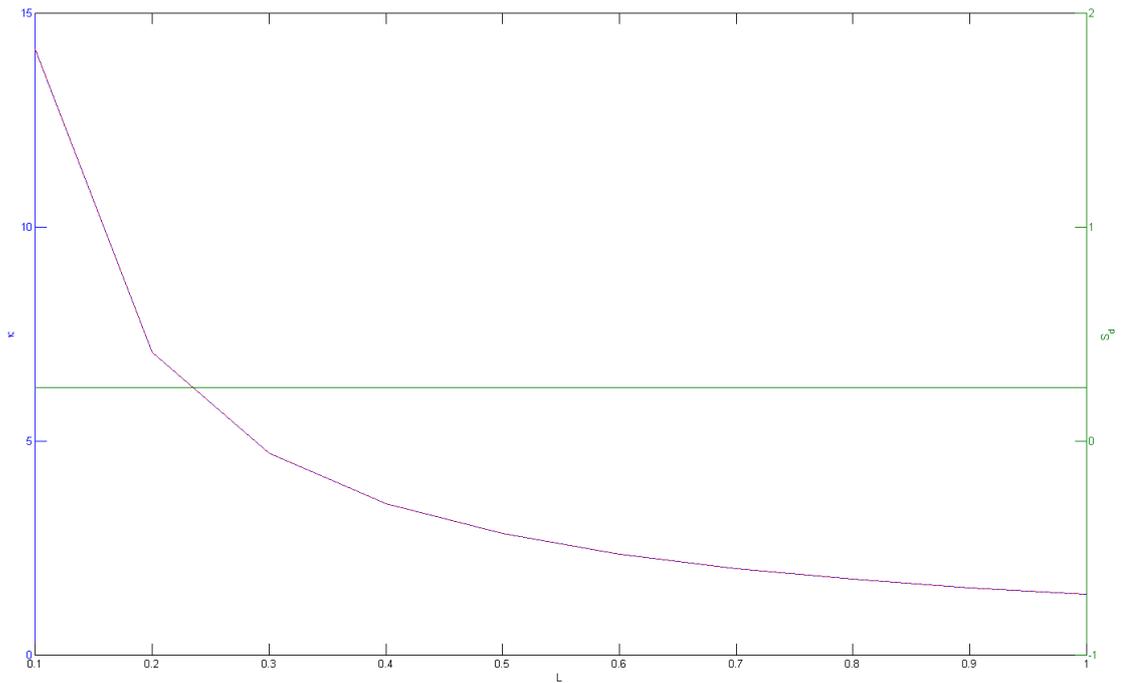


FIG. 3.12: Évolution du degré de saillance S_d et de la courbure κ en fonction des tailles des mailles L . Avec l'échelle de courbure en bleu à gauche et l'échelle de saillance en vert à droite. La courbe bleue représente l'évolution des valeurs de courbure mesurées en fonction des tailles des mailles L . La courbe rouge en pointillé représente l'évolution théorique des valeurs de courbure, établie par l'équation (3.32). La courbe verte représente l'évolution des mesures de saillance en fonction des tailles des mailles L . La mesure de saillance est indépendante de la densité de la description du contour analysé.

Ce problème se pose pour certaines méthodes d'estimation de la courbure basées sur le maillage [47].

3.2.5 Conclusion

Dans cette section, la fiabilité du degré de saillance S_d a été étudiée en établissant sa relation à la courbure. Cette relation est bijective et les valeurs S_d extraites sont normalisées $[0, 1]$, ce qui permet une classification directe des points analysés en trois classes : points saillants ($S_d < 0.5$), plats ($S_d = 0.5$) et creux ($S_d > 0.5$). Les relations décrites autorisent l'opérateur SUSAN-2D à remplacer les opérateurs de courbure, par exemple dans la recherche de minima ou maxima de courbes. A titre d'exemple, la mesure de saillance telle que nous l'avons définie a été utilisée dans [104] pour l'extraction d'extrema locaux de paramètres de polarisation. De plus, aucune opération de différentiation n'est requise pour extraire S_d , ce qui permet à cet opérateur d'analyser des courbes en des points non-différentiables, où la courbure ne peut être calculée. Pour une largeur d'opérateur donnée (rayon d'inspection), S_d dépend exclusivement de la courbe de l'objet qui traverse la fenêtre d'analyse. Enfin, la section précédente a montré la répétabilité de la mesure de saillance et son indépendance à la densité de la description analysée.

3.3 Opérateur SUSAN-3D

Nous avons étudié dans la section précédente l'opérateur SUSAN pour des formes bidimensionnelles. Nous avons montré que cet opérateur donne une valeur représentative de la forme 2D analysée. Les méthodes par approximation de courbes (CFM) [95], extraient la courbure moyenne en un point du maillage par intégration :

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \kappa^N(\theta) d\theta \quad (3.33)$$

avec $\kappa^N(\theta) = \kappa^1 \cos^2(\theta) + \kappa^2 \sin^2(\theta)$ pour chaque direction unitaire e_θ dans le plan tangent, le degré de saillance moyen, nommé \bar{S}_d peut être exprimé de la façon suivante [105] :

$$\bar{S}_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S_d^N(\theta) d\theta \quad (3.34)$$

où le degré de saillance normal peut être défini comme $S_d^N = S_d^1 \cos^2(\theta) + S_d^2 \sin^2(\theta)$,

avec S_d^1 et S_d^2 les degrés principaux de saillance, et e_1 et e_2 les directions orthogonales des saillances principales. En 3D, le calcul de l'intégrale de l'équation (3.34) revient à un calcul de volume. L'opérateur 3D, analogue à une fenêtre circulaire 2D, est une fenêtre sphérique. Nous nommerons cette boule d'inspection $\epsilon - ball$, par analogie avec les travaux de Clarentz [48, 57] et Pottmann [52, 51]. En centrant cette $\epsilon - ball$ sur un point du maillage, le degré de saillance moyen \overline{S}_d , en raison de l'isotropie de la fenêtre d'analyse, dépend du volume d'intersection entre l' $\epsilon - ball$ et la partie intérieure de l'objet. Au point d'inspection, \overline{S}_d est calculé en déterminant le volume $USAN$ (V_{USAN}) qui représente cette intersection. \overline{S}_d est défini par :

$$\overline{S}_d = \frac{V_{USAN}}{V_{\epsilon-ball}} \quad (3.35)$$

Le degré de saillance moyen \overline{S}_d , dont les valeurs sont comprises entre $[0, 1]$, est suffisant pour classer directement trois types de contours :

$$\begin{cases} \overline{S}_d > 0.5 & \text{point creux ou vallée} \\ \overline{S}_d = 0.5 & \text{point plat} \\ \overline{S}_d < 0.5 & \text{point saillant ou crête} \end{cases} \quad (3.36)$$

Afin de déterminer la valeur \overline{S}_d , un calcul du volume d'intersection est nécessaire. Pottmann a proposé dans [52, 51] une approximation du volume sous la surface à partir du patch d'intersection de l' $\epsilon - ball$ et du maillage, ainsi que de la courbe d'intersection de l' $\epsilon - sphère$ et du maillage.

Comme nous l'avons vu à la section 3.1, cette approximation limite la portée de la méthode aux maillages denses. En effet, la précision du calcul dépend du nombre de points et faces décrivant le patch d'intersection. De ce fait, sur un maillage peu dense, l'erreur d'approximation devient trop importante.

Dans ce chapitre, notre but est de définir un opérateur capable d'appréhender à la fois les maillages denses et très peu denses. Autrement dit, il s'agit de trouver une méthode permettant d'établir avec précision le volume d'intersection de l' $\epsilon - ball$, sans que la densité du maillage et la dimension de l'objet analysé influent sur le calcul.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons au calcul du volume d'intersection, puis à l'extraction des directions et valeurs de saillances principales. Dans un second temps, nous changerons la description du volume pour rendre l'opérateur le plus isotrope possible.

3.3.1 Calcul du volume USAN

Le calcul du volume *USAN*, intersection de l' ϵ -ball osculatrice et du maillage, n'est pas une problématique simple. Plusieurs approches peuvent être proposées :

- Le volume de l'objet peut être défini par voxellisation. En utilisant la technique de Fournier *et al.* [53], les voxels les plus proches de la surfaces peuvent être extraits. En parcourant ceux-ci, les voxels contenus dans l' ϵ -ball peuvent être extraits et le volume de l'intersection déduit. Cette méthode paraît simple mais l'approximation dépendra de la dimension de l'objet et de la dimension des voxels. Cette solution a été écartée, car une indépendance vis à vis de l'objet est souhaitée.
- Le volume d'un maillage peut être calculé par application du théorème de Green-Ostrograski[42, 106]. Ainsi, en définissant la sphère osculatrice comme une sphère maillée, le degré de saillance pourra être évalué en calculant le rapport du volume de l'intersection et de l' ϵ -ball, chacun des volumes étant évalués à partir de ce théorème. Cependant, très peu de références dans la littérature ont traité au calcul d'intersection de deux maillages. La bibliothèque CGAL (Computational Geometry Algorithms Library <http://www.cgal.org/>) propose quelques solutions pour le calcul d'intersection de maillages, mais ceux-ci doivent absolument être fermés, ce qui revient à calculer en chaque point du maillage l'intersection de l'objet analysé et de l' ϵ -ball. Le gain n'est donc pas évident.
- Pour terminer, le volume de l' ϵ -ball osculatrice peut être décrit par échantillonnage. La voxellisation est une technique bien maîtrisée et documentée. Le fait de ne voxelliser que l' ϵ -ball permet de réduire les ressources nécessaires au calcul par rapport à la première approche citée. D'autre part, le problème de l'intersection de deux surfaces maillées non fermées ne se pose plus. Nous avons donc retenu ce compromis entre les deux précédentes approches : sphère osculatrice voxellisée et surface maillée. En outre, nous verrons dans le Chapitre 5, que cette solution permet d'envisager une approche multi-échelle.

3.3.2 Calcul de l'intersection

Le V_{USAN} peut être approximé par une voxellisation de l' ϵ -ball, dans laquelle on ne considère que les voxels dont le centre de gravité se trouve sous la surface de l'objet. Pour déterminer si un voxel se trouve sous la surface, un algorithme de type nombre d'intersection entre un rayon projeté et les faces (triangles) du maillage est utilisé [107]. Pour diminuer le nombre de faces à tester, un patch de faces est extrait autour du point d'inspection. Ce patch est constitué de l'ensemble des points du maillage contenus dans

l' ϵ -ball, ainsi que de toutes les faces voisines de ces points (voir figure 3.14 (a) et (b)). Une suppression des faces non-connexes est également effectuée, afin d'éviter les erreurs en cas de surfaces très proches. Un vecteur de projection doit ensuite être déterminé. La normale moyenne du patch, moyenne des normales des faces du patch pondérées par des poids proportionnels aux aires des faces du patch, est tout d'abord déterminée. Ce concept, suggéré par Taubin [95], est commode et permet de trouver une direction moyenne approximative requise pour projeter les voxels sur le patch de faces extrait. Le vecteur de projection est ensuite constitué du centre de gravité des voxels comme point de départ et un point situé dans la direction de la normale du patch à une distance correspondant au rayon ϵ de l' ϵ -ball comme extrémité. L'algorithme d'intersection de rayons et de triangles proposé par Möller [108] est ensuite utilisé pour déterminer le nombre d'intersections entre le vecteur de projection et le patch de faces. Le nombre d'intersections entre les faces du patch et le vecteur de projection déterminera si un voxel est sous la surface ou non. Si le nombre d'intersections est pair, le voxel est en dehors de la surface. Si le nombre d'intersections est impair, alors le voxel est sous la surface. La figure 3.13 illustre la méthode de projection des centres de gravité des voxels sur la surface en vue de coupe.

Un exemple d'extraction de V_{USAN} est montré en figure 3.14.

La figure 3.15 illustre par un schéma l'algorithme mis en place pour l'extraction des degrés de saillance des points d'un maillage.

3.3.3 Extraction des directions et valeurs principales de saillance

La classification directe des points par le degré de saillance moyen n'est pas suffisant. En effet, dans un maillage, on peut distinguer cinq types de contours : creux, vallée, plat, crête et saillant. Nous nous sommes donc naturellement intéressés à l'orientation et aux valeurs de saillances principales pour aboutir à une classification complète des points. Les directions et valeurs principales de saillance peuvent être déduites d'une Analyse en Composante Principale après projection des centres de gravité des voxels sur le plan tangent. Inspiré par la méthode de Clarentz *et al.* [48], le vecteur normal (*i.e.* le plan tangent est perpendiculaire à ce vecteur) peut être approximé, une fois les points d'échantillons séparés et le V_{USAN} calculé, en soustrayant le point d'inspection (C_0) et le moment zéro des points échantillons constituant le V_{USAN} (voir figure 3.16) :

$$N_{\epsilon-ball} = C_0 - M_{V_{\epsilon-ball}}^0 \quad (3.37)$$

Les directions principales de saillance sont extraites par projection de l'ensemble des

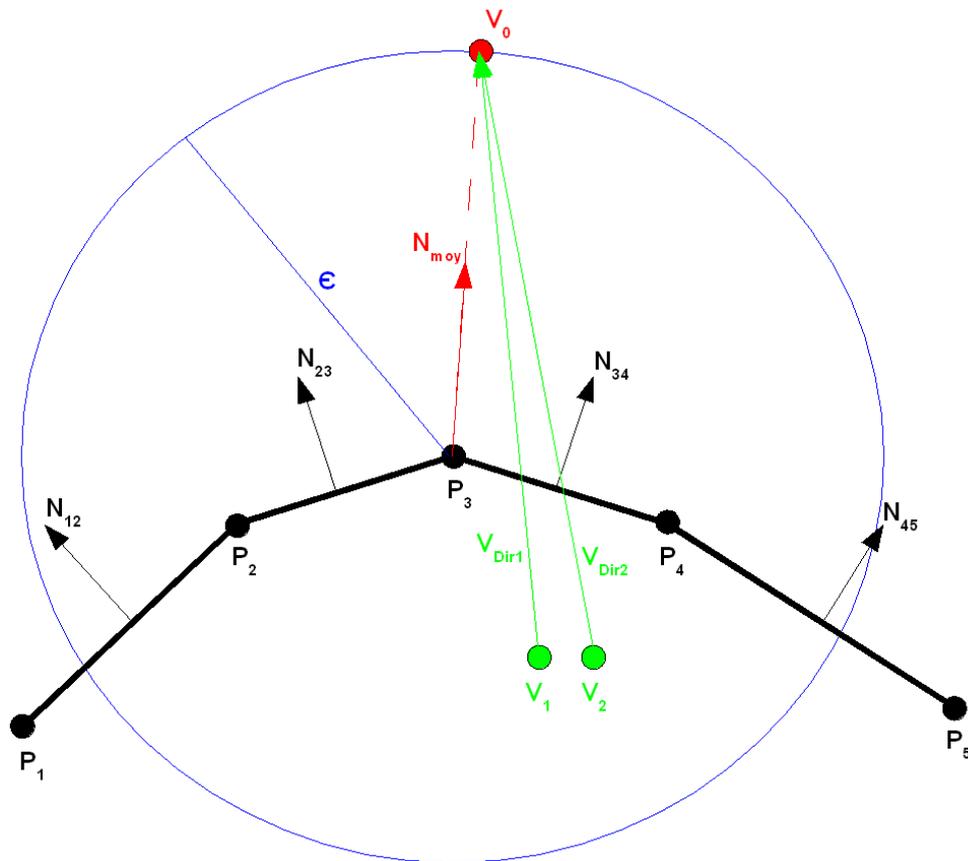


FIG. 3.13: Vue de coupe de la projection des centres de gravité de deux voxels de l' ϵ -ball sur le patch de faces extrait. En noir, le patch de faces extrait du maillage composé des points $P_{1\dots 5}$ et des normales N associées aux faces. En bleu, l' ϵ -ball centrée au point P_3 du maillage et son rayon d'inspection ϵ . En rouge, la normale moyenne N_{moy} du patch extrait et V_0 le point d'intersection (extérieur au maillage) de l' ϵ -ball et de N_{moy} . En vert, les centres de gravité des voxels V_1 et V_2 , ainsi que les directions de projection V_{dir1} et V_{dir2} , des centres de gravité des voxels sur la surface.

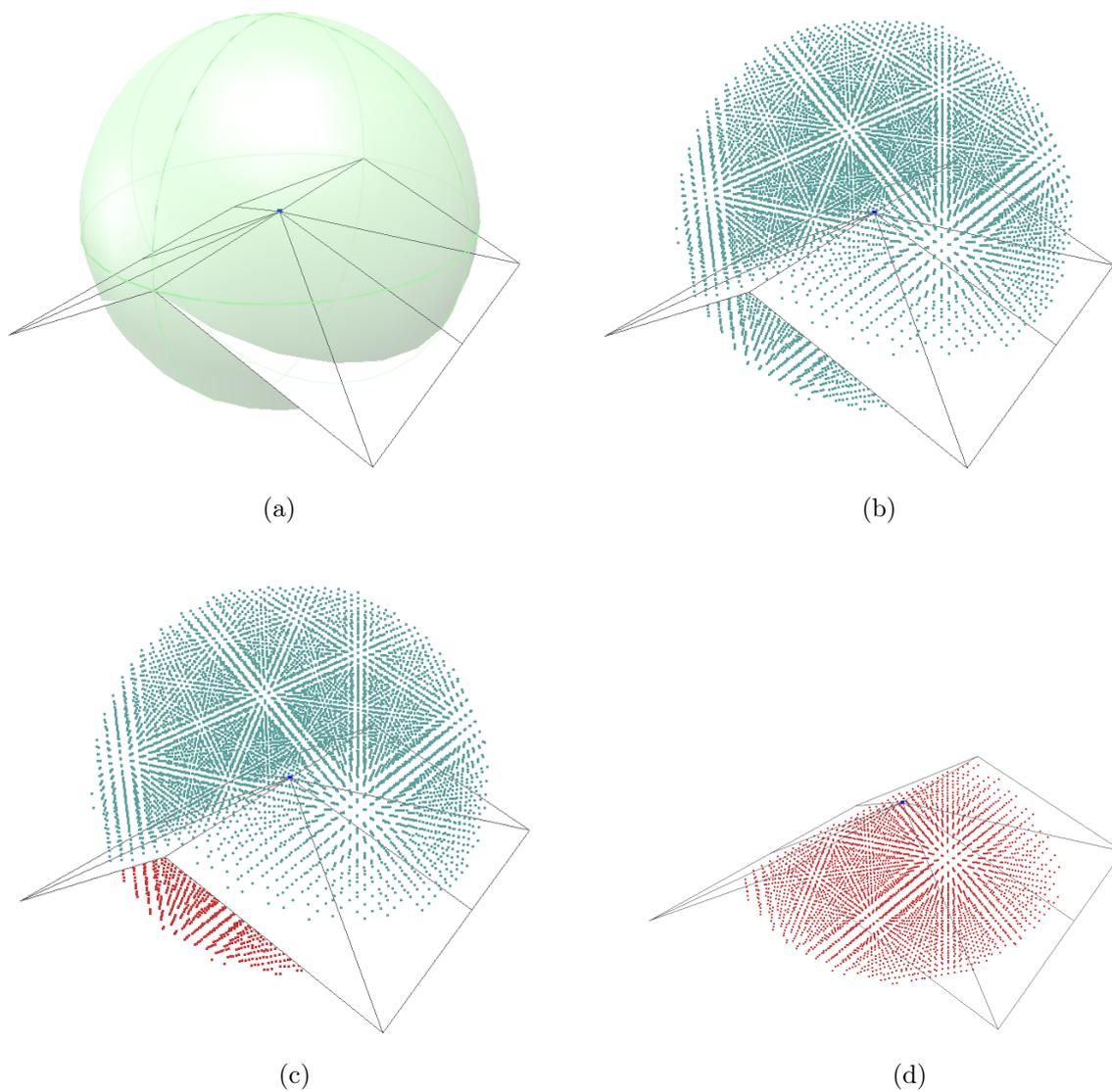


FIG. 3.14: Exemple de calcul du volume V_{USAN} . (a) ϵ -ball et surface non-différentiable. (b) Centre de gravité des voxels de l' ϵ -ball. (c) Classification des voxels Intérieur/Extérieur, avec les points rouges représentant le V_{USAN} . (d) V_{USAN} extrait.

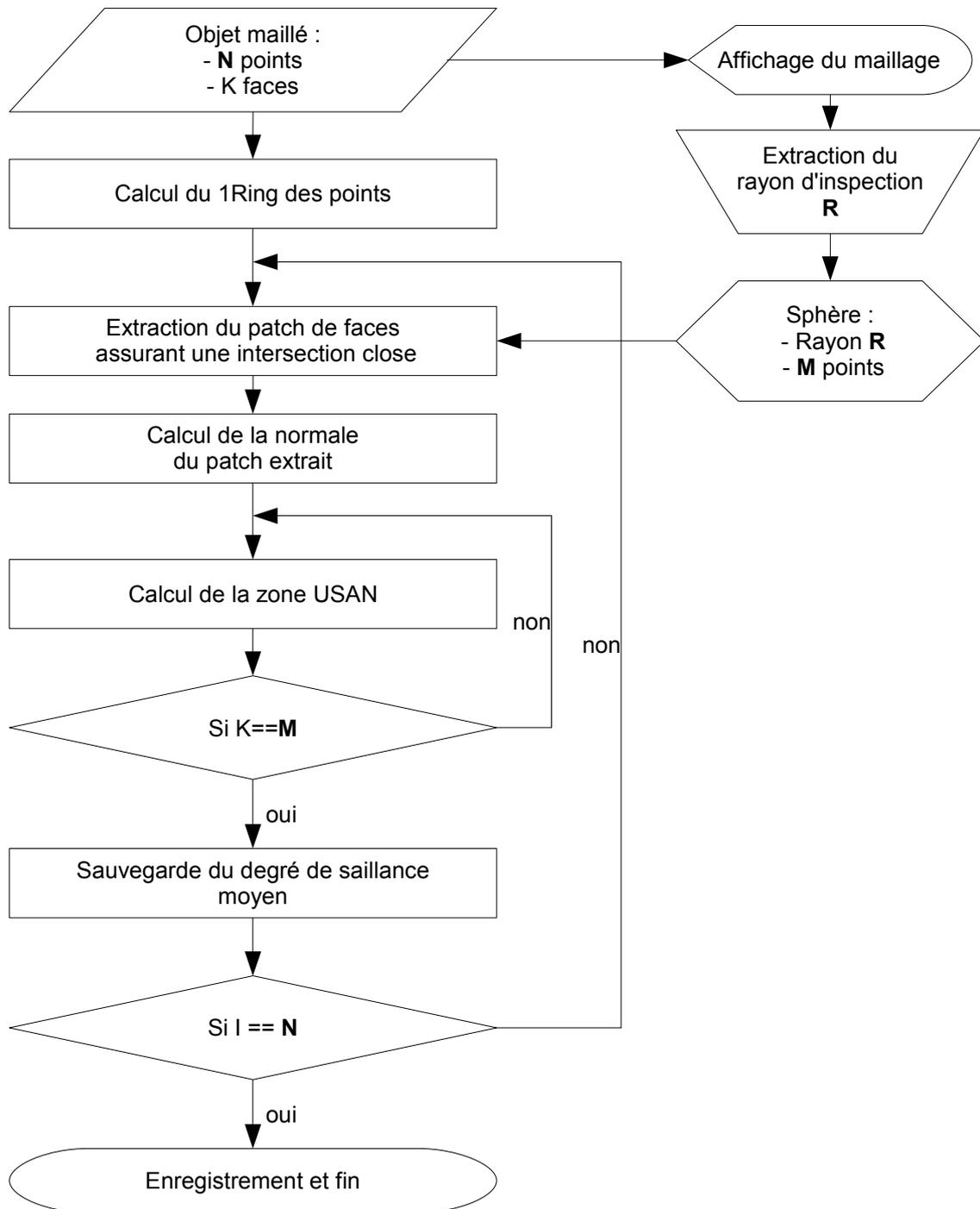


FIG. 3.15: Schéma synthétique du calcul des degrés de saillance.

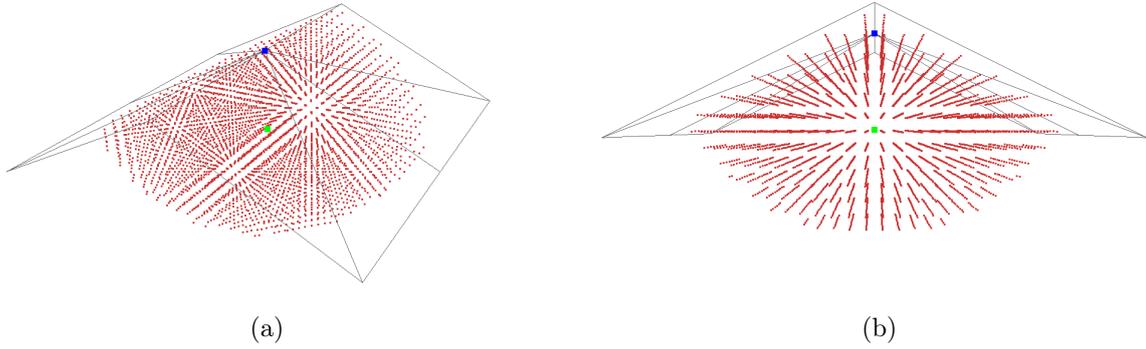


FIG. 3.16: Exemple d'extraction du V_{USAN} . En rouge, les centres de gravité des points échantillons du volume. En bleu, le point d'inspection. En vert, le moment zéro des points échantillons.

points échantillons du V_{USAN} sur le plan tangent approximé, comme décrit dans [109] et illustré sur la figure 3.17, et par le calcul des moments d'inertie des points projetés, correspondant aux valeurs et vecteurs propres de la matrice d'auto-corrélation.

A partir des moments d'inertie, les degrés principaux de saillance sont déduits des valeurs propres par les formules :

$$\begin{cases} S_d^1 = \frac{\lambda_{min}}{\bar{\lambda}} \overline{S_d} \\ S_d^2 = \frac{\lambda_{max}}{\bar{\lambda}} \overline{S_d} \end{cases} \quad (3.38)$$

avec $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_{max} + \lambda_{min}}{2}$, $\lambda_{max} = \max(\lambda_1, \lambda_2)$, et $\lambda_{min} = \min(\lambda_1, \lambda_2)$.

La valeur propre la plus importante (λ_{max}) correspond au degré de saillance minimum (S_d^2) et est proportionnelle à la longueur du plus grand axe de symétrie du nuage projeté. De même, λ_{min} correspond au degré de saillance maximum (S_d^1) et est proportionnelle à la longueur du plus petit axe de symétrie du nuage projeté. Avec les directions et les degrés de saillance principaux, l'opérateur SUSAN-3D peut maintenant distinguer cinq types de contours ou points : creux, vallées, plats, crêtes et saillants. En effet, les deux valeurs de saillance principales ($\lambda_{max}, \lambda_{min}$) extraites dans les directions principales de saillance (e_1, e_2) renseignent sur la forme du nuage de points (V_{USAN}). Si les deux valeurs de saillances principales (S_d^1, S_d^2) sont similaires, les points projetés sur le plan tangent forment un disque. Cette configuration correspond au cas d'un point creux, plat ou saillant. La valeur de saillance moyenne nous oriente vers l'un de ces types de point. En revanche, si les degrés de saillances sont différents, la projection des points forme une ellipse et le point est identifié comme étant sur une vallée ou une crête en fonction du degré de saillance moyen calculé. La figure 3.18 illustre un exemple de classification sur

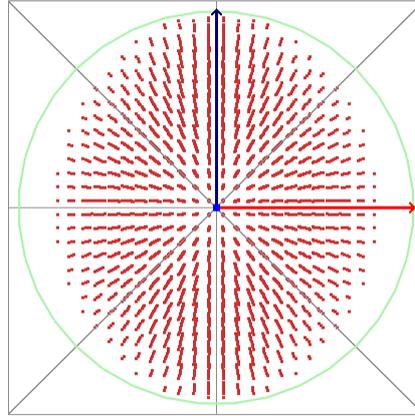


FIG. 3.17: Projection des points échantillons du V_{USAN} sur le plan tangent extrait. En bleu, le point inspecté, en rouge, les points échantillons et en vert le ϵ – *cercle* qui représente la largeur ϵ de l'opérateur. Le vecteur rouge représente la direction du degré de saillance maximum et le vecteur bleu représente la direction du degré de saillance minimum.

Type de point	Seuil de concavité/convexité	Seuil de similarité	Code couleur
saillant	$\overline{S}_d \leq 0.475$	$S_d^1/S_d^2 > 0.96$	rouge
crête	$\overline{S}_d < 0.475$	$S_d^1/S_d^2 < 0.96$	jaune
plat	$0.475 \leq \overline{S}_d \leq 0.525$	$S_d^1/S_d^2 > 0.96$	vert
vallée	$\overline{S}_d > 0.525$	$S_d^1/S_d^2 < 0.96$	bleu clair
creux	$\overline{S}_d \geq 0.525$	$S_d^1/S_d^2 > 0.96$	bleu foncé

TAB. 3.1: Tableau récapitulatif des seuils utilisés pour classer les points de maillage en cinq classes et les codes couleurs correspondant associés à chaque classe.

un silex, objet archéologique numérisé au laboratoire Le2i. Si les degrés de saillance sont proches ($S_d^1/S_d^2 > 0.96$), le degré de saillance moyen donne le type de point : creux, plat ou saillant en fonction du degré de saillance moyen \overline{S}_d . Sinon, le point est classé comme vallée si $\overline{S}_d \geq 0.525$ ou comme crête si $\overline{S}_d \leq 0.475$. Le ratio S_d^1/S_d^2 représente la similarité entre les deux valeurs principales de saillance S_d^1 et S_d^2 . Le tableau 3.1 récapitule les différentes configurations des seuils mis en places pour la classification des points.

On note sur la figure 3.18 quelques artefacts. En effet, les seuils sont fixés manuellement pour chaque objet. Une amélioration envisageable serait celle de Lai *et al.* [46] qui classent les points en utilisant une approche multi-échelle et des opérations morphologiques.

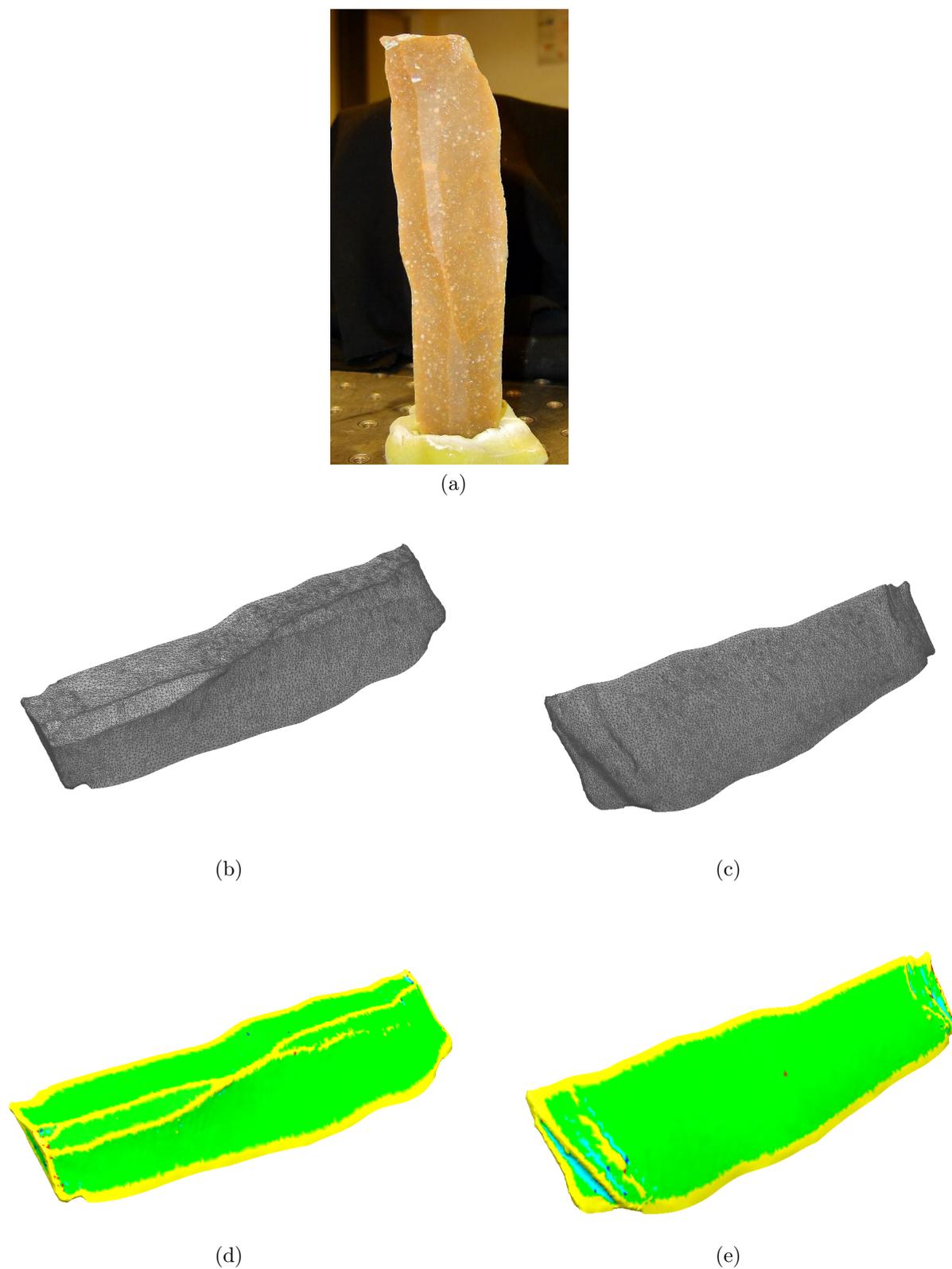


FIG. 3.18: Exemple de classification par l'opérateur SUSAN-3D d'un silex. Visualisation de l'objet réel (a), les parties supérieure et inférieure du maillage irrégulier (b et c) et les parties supérieure et inférieure du maillage classé (d et e) en fonction du type de contour.

3.3.4 Amélioration de l'échantillonnage du volume

La voxellisation introduit quelques erreurs dues à la forme non isotropique de la boule voxellisée et des dimensions des voxels. En effet, pour différentes orientations d'un même contour, la réponse de l'opérateur n'est pas constante et dépend de l'orientation du maillage autant que de la grille des voxels. De plus, lors de l'inspection d'un point plat, la réponse \overline{S}_d de l'opérateur n'est pas nécessairement exactement 0.5. Pour résoudre ce comportement non isotropique, la distribution des points, échantillons du volume de la sphère, peut être modifiée. Si l'on observe l'équation (3.39), \overline{S}_d ne dépend que du nombre de voxels sous la surface et du nombre de voxels total décrivant l' ϵ -ball.

$$\overline{S}_d = \frac{V_{USAN}}{V_{\epsilon-ball}} = \frac{N_{vox-under} \cdot V_{vox}}{N_{vox-total} \cdot V_{vox}} = \frac{N_{vox-under}}{N_{vox-total}} \quad (3.39)$$

avec $N_{vox-under}$ le nombre de voxels sous la surface, $N_{vox-total}$ le nombre total de voxels dans l' ϵ -ball, et V_{vox} le volume d'un voxel. On peut considérer les centres de gravité des voxels comme des points d'échantillonnage du volume. Nous avons étudié plusieurs répartitions des points échantillons :

- **Octree** : Décomposition du volume par des cubes. Chacun des cubes est ensuite décomposé en huit autres cubes plus petits. Les points échantillons sont les centres de gravité de ces voxels. Le volume est composé de 10144 points.
- **Coordonnées sphériques** : Distribution des points échantillons dans le volume en fonction de coordonnées sphériques. Le volume est composé de 11154 points.
- **Monte-Carlo** : Distribution aléatoire uniforme des points échantillons dans le volume. Le volume est composé de 10584 points.
- **Sphères concentriques** : Distribution des points échantillons sur la surface de plusieurs sphères concentriques. Le volume est composé de 10248 points.

Ces différentes descriptions sont illustrées sur la figure 3.19.

Pour comparer objectivement les différentes techniques d'échantillonnage, le nombre de points échantillons a été fixé à des valeurs quasi-équivalentes. Notre but est de choisir la technique d'échantillonnage du volume la plus isotrope possible et qui répond à un point d'inspection plat par $\overline{S}_d = 0.5$. La figure 3.20 montre les résultats obtenus pour une Selle, objet synthétique, pour ces différentes techniques d'échantillonnage.

Dans le cas de l'approche Octree, on remarque une erreur apparaissant au centre de la selle. Avec l'approche en coordonnées sphériques, l'anisotropie est plus importante du fait de la répartition « directionnelle » des points échantillons (3.19 (b)). Le résultat obtenu à partir de l'échantillonnage de Monte-Carlo présente une nette disparité entre les parties droite et gauche de la Selle. Finalement, on peut clairement remarquer que

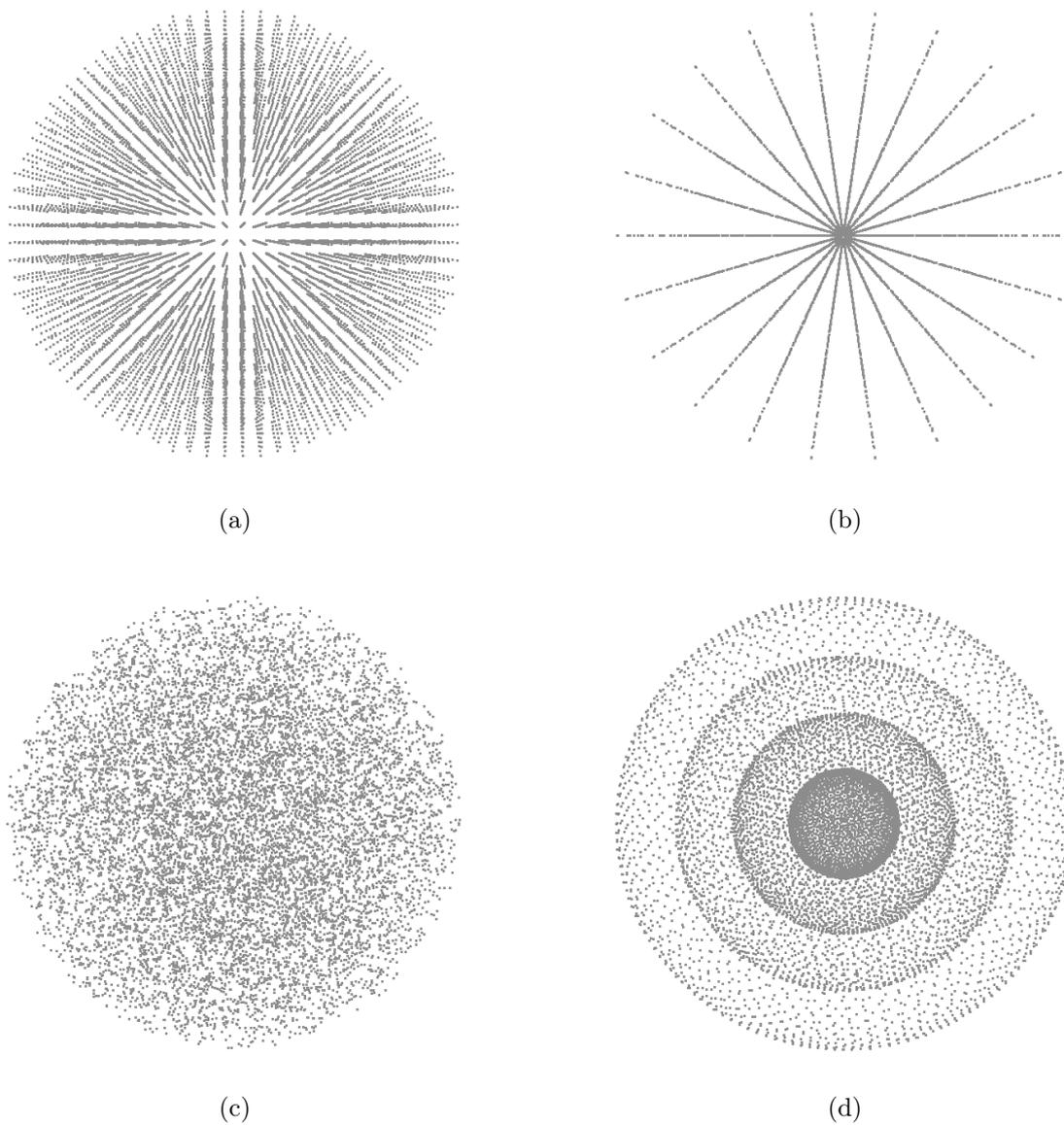


FIG. 3.19: Exemples d'échantillonnages de volume obtenus à partir d'un Octree (a), de coordonnées sphériques (b), de Monte-Carlo (c) et de sphères concentriques (d).

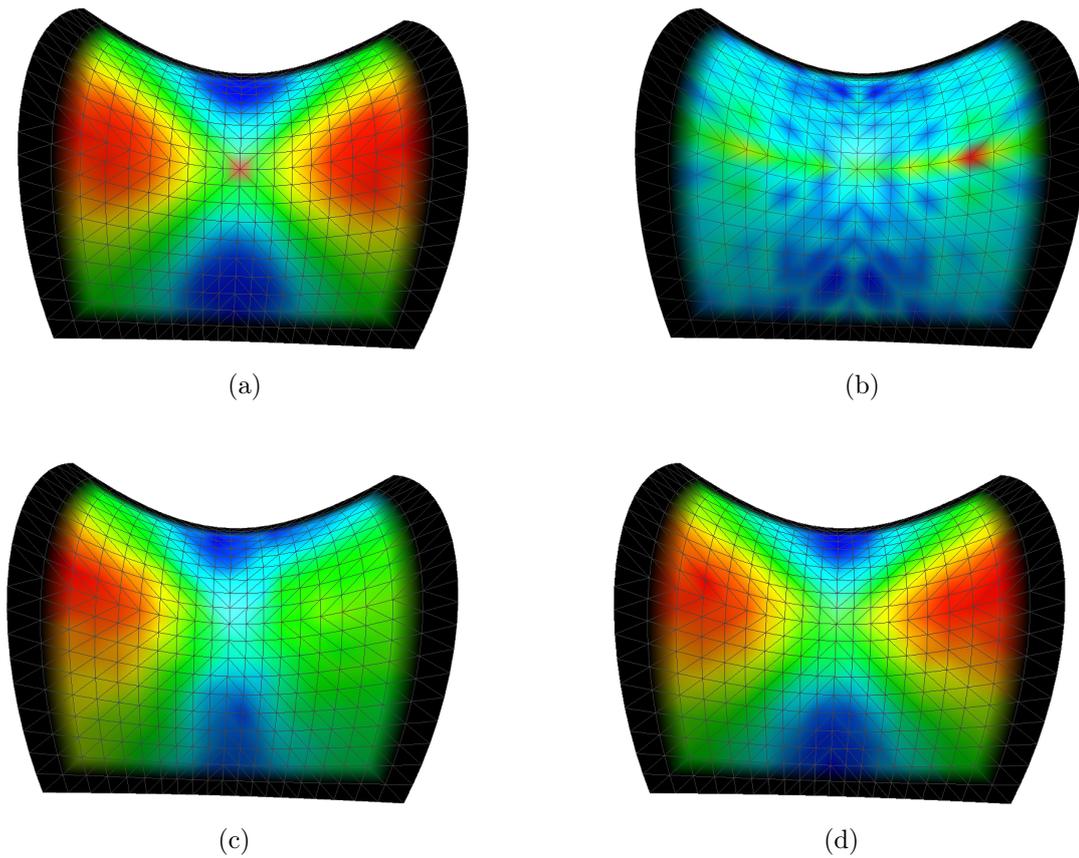


FIG. 3.20: \overline{S}_d pour un modèle de Selle, 441 points, pour un voisinage étendu : voxellisation (a), coordonnées sphériques (b), Monte-Carlo (c), et sphères concentriques (d). Les points noirs sont des points non calculés, car l'intersection entre l' ϵ -ball et le patch de faces extrait autour du point d'inspection n'est pas close.

la description par sphère concentrique est la plus fiable et la plus isotrope.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit le degré de saillance et étudié sa fiabilité, en établissant sa relation à la courbure et sa répétabilité, en montrant son indépendance vis-à-vis de la densité de la description. Nous avons ensuite étendu l'opérateur SUSAN pour le 3D et montré sa capacité à mesurer les déformations locales autour d'un point d'inspection, par une classification directe des points inspectés en trois classes : creux, plat ou saillant.

La description de l'opérateur a été ensuite affinée. Tout d'abord, afin d'obtenir une description isotrope du volume et des résultats $\overline{S_d} = 0.5$ pour des points plats, la méthode d'échantillonnage du volume par Octree a été remplacée par une méthode de description par sphères concentriques. Les résultats présentés dans la suite du document sont obtenus avec cette description. À partir du V_{USAN} extrait, les directions et degrés principaux de saillance ont pu être extraits, ce qui a permis d'affiner la classification des points d'intérêt en ajoutant deux autres classes : vallée et crête. L'opérateur SUSAN-3D est ainsi capable de produire une classification complète (cinq classes) de l'ensemble des points d'un maillage à variété uniforme sans ou avec bords.

Les maillages analysés pourront être denses ou non et les étapes de remaillage et de débruitage préliminaires au traitement seront évitées, l'opérateur rééchantillonnant localement l'espace pour la mesure $\overline{S_d}$.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons à l'étude des performances de l'opérateur SUSAN-3D et à sa comparaison avec d'autres opérateurs de détection basés sur une mesure de courbure.

Chapitre 4

Comparaison de l'opérateur SUSAN-3D aux opérateurs de courbure

L'opérateur SUSAN-3D, présenté au chapitre précédent, permet la caractérisation des points de maillage en cinq classes. La mesure $\overline{S_d}$ de l'opérateur, doit être suffisamment précise pour des mesures sur des objets réguliers ou irréguliers, denses ou non et bruités ou non. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la précision et à la fiabilité de l'opérateur SUSAN-3D. En particulier, nous analyserons son indépendance, vis à vis de la régularité, de la densité du maillage et sa résistance au bruit. Dans ce but, nous avons choisi deux opérateurs de courbure pour comparer les réponses de saillance de l'opérateur SUSAN-3D : l'opérateur de Meyer [47] et l'opérateur de Stokely [78], une version simplifiée de l'algorithme de Sander et Zucker [75].

Deux études seront menées. La première se concentrera sur l'évolution des réponses des opérateurs sur des contours de type différentiable, en fonction de la densité, de la régularité du maillage et du niveau de bruit. Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à l'évolution des réponses des opérateurs sur des contours de type non-différentiable, en fonction des types spécifiques des contours analysés. Nous montrerons les limites de la mesure de courbure sur ces points spécifiques et les avantages de l'utilisation de l'opérateur SUSAN-3D. Les différents opérateurs seront comparés, en prenant en compte les limitations de chacun d'eux. Nous concluons sur les avantages et inconvénients de la technique proposée.

4.1 Méthode de comparaison des opérateurs de courbure et de saillance

Les mesures de courbure et de saillance ne peuvent pas être comparées directement, car les résultats des opérateurs doivent l'être dans le même espace de paramètre. Une proposition de comparaison de ces résultats est de transposer les valeurs de courbure [47, 78] dans l'espace de saillance, en utilisant les valeurs des courbures principales extraites. En effet, la courbure moyenne peut être déduite des courbures principales par la formule :

$$\bar{\kappa} = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \quad (4.1)$$

En appliquant la formule (3.23) à chaque courbure principale de l'équation (4.1), un $\overline{S_d}$ peut être déduit de la façon suivante :

$$\overline{S_d} = \frac{h_1(\kappa_1) + h_1(\kappa_2)}{2} = \frac{S_d^1 + S_d^2}{2} \quad (4.2)$$

Une fois que les réponses des deux opérateurs de courbure sont transposées dans l'espace de saillance, elles peuvent être comparées aux réponses de l'opérateur SUSAN-3D. Cependant, les erreurs commises sur chaque courbure principale sont propagées lors de leurs transpositions en valeur de saillance. Ces erreurs propagées sont ensuite moyennées ce qui peut drastiquement modifier les performances des opérateurs de courbure dans l'espace de saillance et les avantager.

La figure 4.1 représente la dérivée numérique de l'équation (3.23). Pour plusieurs rayons d'inspection ϵ , la figure présente la variation du degré de saillance ΔS_d en fonction d'un écart de courbure $\Delta \kappa$. Ainsi, on constate qu'à un $\Delta \kappa = 10^{-3}$ correspond un $\Delta S_d \simeq 10^{-4}$ pour un rayon d'analyse $\epsilon = 1$. On constate un phénomène analogue pour un $\Delta \kappa = 10^{-4}$ (voir figure 4.2). Il conduit à un $\Delta S_d \simeq 10^{-5}$ pour un rayon d'analyse $\epsilon = 1$.

L'erreur transposée de l'espace de courbure à l'espace de saillance pour un rayon $\epsilon = 1$ est donc approximativement divisée par 10. Cependant, plus le rayon d'analyse diminue, plus la variation en saillance diminue, pour un même $\Delta \kappa$. Les résultats seront donc biaisés et donnent un avantage certain aux opérateurs de courbure.

Si l'on adopte la démarche inverse, transposer les valeurs de saillances dans l'espace de courbure, on obtient un phénomène similaire. En effet, à un $\Delta S_d \simeq 10^{-4}$ correspondra un $\Delta \kappa \simeq 10^{-3}$. Les erreurs commises par l'opérateur SUSAN-3D seront surévaluées dans l'espace de courbure, ce qui avantagera encore les opérateurs de courbure.

C'est pourquoi, nous avons proposé une comparaison des valeurs dans leur espace

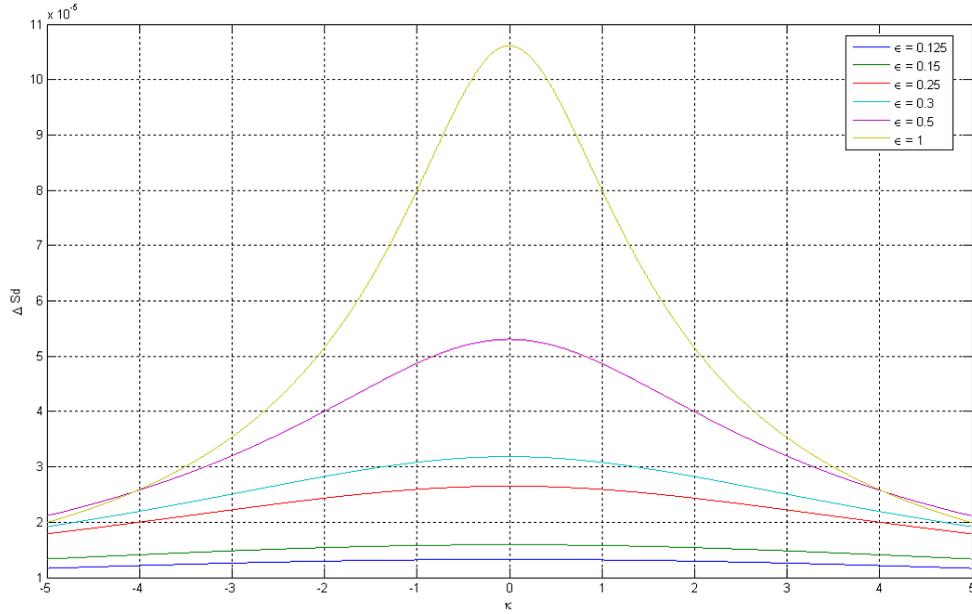


FIG. 4.1: Dérivée numérique de l'équation (3.23) pour un $\Delta\kappa = 10^{-3}$ obtenue pour différents rayons d'analyse ϵ .

respectif. Cette méthode sera développée au paragraphe suivant.

4.1.1 Stratégie pour une mesure objective des performances

Afin de comparer les performances des opérateurs, nous avons choisi de comparer les erreurs quadratiques relatives, directement et séparément dans chacun des espaces, respectivement de courbure et de saillance. Ainsi, nous mesurons les écarts de chacun des opérateurs, dans leurs espaces respectifs, par rapport à leurs références respectives. L'erreur quadratique relative est définie ainsi :

$$E_r = \frac{\Delta RMS}{|V_{Ref}|} \quad (4.3)$$

ΔRMS représente l'erreur quadratique moyenne calculée par rapport à la référence de courbure, pour les opérateurs de courbure et par rapport à la référence de saillance pour l'opérateur SUSAN-3D. V_{Ref} représente la moyenne des valeurs de référence utilisées pour le calcul du ΔRMS . Pour les opérateurs de courbure, l'erreur quadratique relative est la suivante :

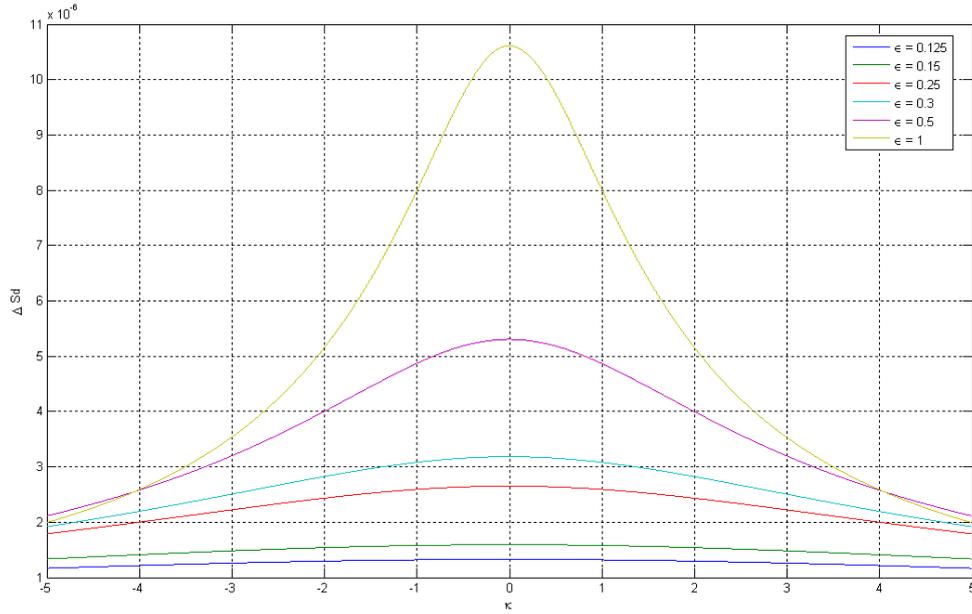


FIG. 4.2: Dérivée numérique de l'équation (3.23) pour un $\Delta\kappa = 10^{-4}$ obtenue pour différents rayons d'analyse ϵ .

$$E_{r_{\kappa}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^N (\overline{\kappa}_i - \overline{\kappa}_{ref_i})^2}}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |\overline{\kappa}_{ref_i}|} \quad (4.4)$$

Avec N le nombre de points de l'objet inspecté, $\overline{\kappa}_i$ la courbure moyenne calculée au point i et $\overline{\kappa}_{ref_i}$ la référence de courbure moyenne du point i de la carte de courbure de référence vraie, dite « vérité terrain » de l'objet inspecté.

On obtiendra pour l'opérateur SUSAN-3D l'erreur quadratique relative suivante :

$$E_{r_{S_d}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^N (\overline{S}_{d_i} - \overline{S}_{d_{ref_i}})^2}}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |\overline{S}_{d_{ref_i}}|} \quad (4.5)$$

La carte de saillance de référence sera déduite de la carte de courbure « vérité terrain » en utilisant la formule (3.23), si les courbures principales sont connues, de la manière suivante :

$$\overline{S}_{d_{ref_i}} = \frac{h_1(\kappa_{1_{ref_i}}) + h_1(\kappa_{2_{ref_i}})}{2} \quad (4.6)$$

4.1.2 Choix des objets de test

Le but des tests est de vérifier et de quantifier les réponses des opérateurs en fonction de la régularité, de la densité des maillages et des types de contours (différentiables ou non). Pour mesurer les performances des opérateurs, deux études sont proposées :

- La première étude est effectuée sur des objets dont la courbure est connue et constante en tout point du maillage : des sphères. Cette première étude se concentrera donc sur l'évolution des réponses des opérateurs en fonction de la régularité et de la densité des points pour des surfaces de type différentiable. Dans un premier temps, l'étude se concentrera sur l'évolution des réponses des opérateurs dans un voisinage direct. Dans un deuxième temps, une étude des réponses des opérateurs en fonction de l'échelle d'analyse (rayon d'inspection ϵ) est proposée dans des voisinages étendus. Enfin, nous présenterons les réponses des opérateurs en fonction de l'intensité du bruit et de l'échelle d'analyse.
- La deuxième étude est effectuée sur des objets dont la courbure ne peut être calculée et possédant des arêtes vives : des cubes. Cette deuxième étude se concentrera sur l'évolution des réponses des opérateurs en fonction des types de contours non-différentiables présents sur ces cubes de test. L'étude proposée se concentrera sur l'évolution des réponses des opérateurs pour les voisinages directs uniquement.

Les sphères

L'algorithme de Meyer est très sensible à la configuration des faces des maillages qu'il analyse. Les sphères, sur lesquelles les tests vont être effectués, doivent être créées avec attention.

Pour créer les sphères régulières, un icosaèdre de base est tout d'abord généré et les points recalés par rapport au rayon de la sphère. A partir de ce maillage, différentes décompositions des faces par trois et/ou quatre sont effectuées afin d'obtenir des densités différentes. Vingt-trois sphères ont ainsi été créées. Pour plus de précision concernant les décompositions, se reporter au tableau [A.1](#) en annexe.

Les sphères irrégulières ont été obtenues par l'ajout de bruit sur les points des maillages réguliers. Dans la littérature, on trouve principalement des travaux visant à régulariser les représentations (recherche de l'isotropie des mailles) et non à les rendre irrégulières. Notre but ici, n'est pas à bruite le maillage en ajoutant un bruit radial

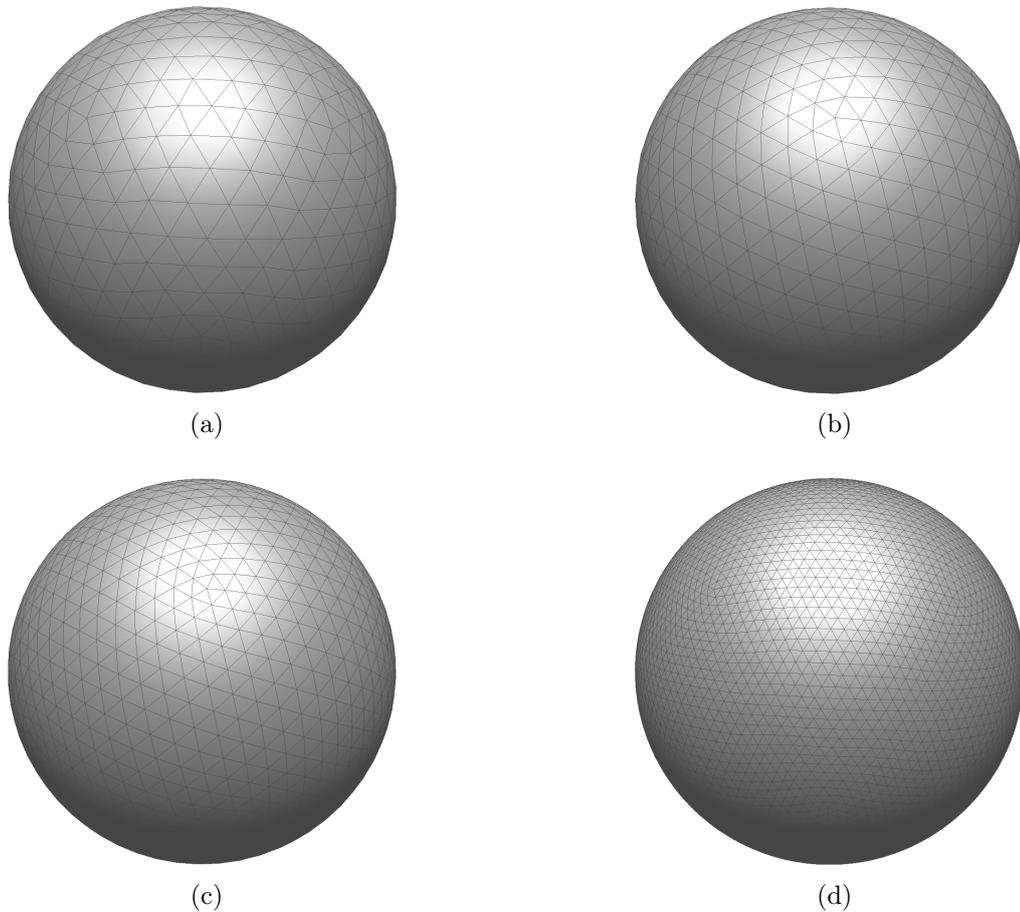


FIG. 4.3: Visualisation de quelques sphères régulières utilisées pour les mesures de précision des opérateurs. Sphères régulières 642 points (a), 812 points (b), 1442 points (c) et 5762 points (d).

(classique), mais à rendre ce maillage irrégulier en modifiant les positions des points de façon centrale (rotation autour du centre de la sphère). Afin de conserver un maillage « manifold » et correct (faces juxtaposées qui ne s'intersectent pas), les modifications maximum sont limitées par la distance point/arête minimum dans le voisinage direct de l'ensemble des points. Cinq bruits blancs gaussiens [110] ont été appliqués successivement sur les maillages réguliers des sphères, afin d'obtenir des maillages suffisamment irréguliers (visuellement). Les différences entre les maillages pseudo-réguliers et irréguliers peuvent être visualisées sur les figures 4.3 et 4.4, respectivement.

Les rayons de ces sphères ont tous été fixés à $R_{Sph} = 3$, dans le but de définir une courbure moyenne de référence unique pour toutes les sphères et simplifier les calculs d'erreurs quadratiques relatives.

En effet, la courbure sera constante en chacun des points de la sphère. Les courbures

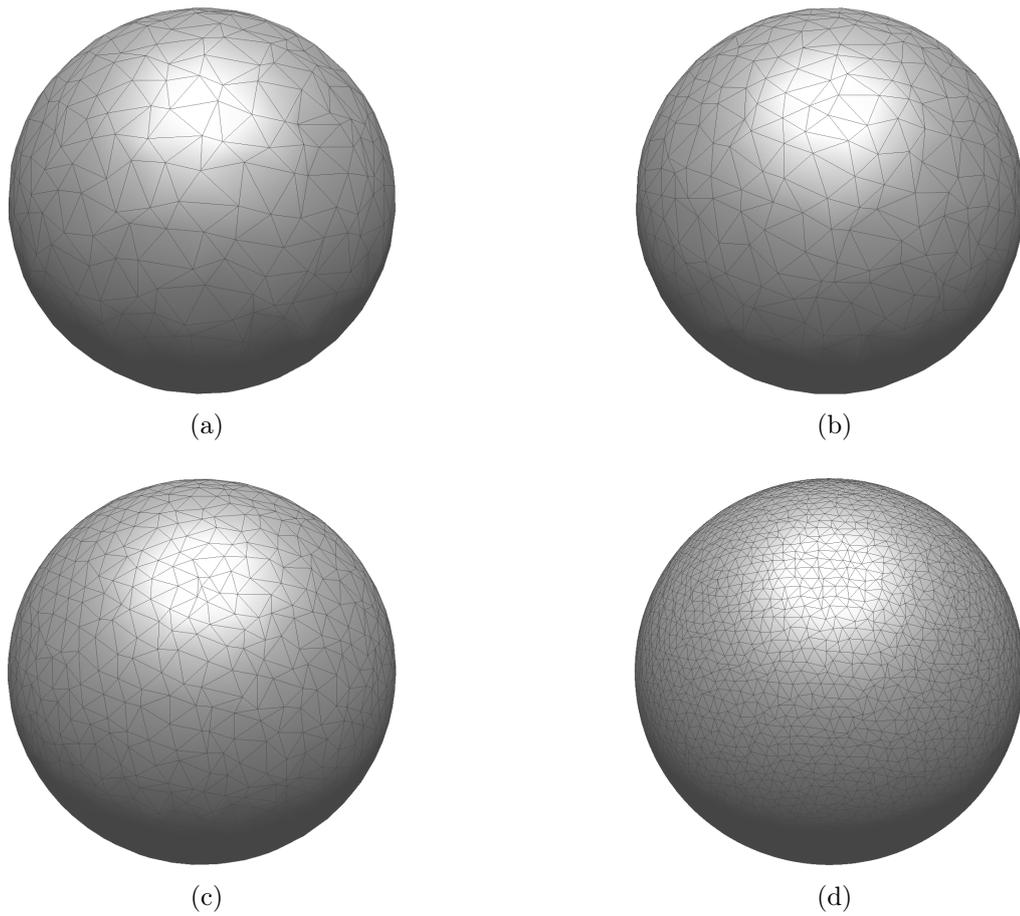


FIG. 4.4: Visualisation de quelques sphères irrégulières utilisées pour les mesures de précision des opérateurs. Sphères irrégulières 642 points (a), 812 points (b), 1442 points (c) et 5762 points (d).

principales seront égales, ainsi que la courbure moyenne. La courbure moyenne de référence (« vérité terrain » théorique) est donc égale, pour chacun des points des maillages, à :

$$\overline{\kappa_{ref}} = \kappa_1 = \kappa_2 = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} = \frac{1}{R_{Sph}} = \frac{1}{3} = 0.333 \quad (4.7)$$

Cette valeur de courbure moyenne est ensuite transposée en degré de saillance moyen de référence en utilisant les formules (3.23) et (4.6). Le degré de saillance moyen de référence sera donc égal, pour une largeur de la fenêtre d'analyse fixée à $\epsilon = 0.5$, à :

$$\overline{S_{dref}} = \frac{h_1(\kappa_1) + h_1(\kappa_2)}{2} = h_1\left(\frac{1}{R_{Sph}}\right) = 0.482 \quad (4.8)$$

L'erreur commise ici sur la valeur de référence est minime, car la précision est limitée par le type d'encodage des données et non par la précision d'une mesure. En définissant des variables de type double, l'encodage allant de : $1.7 * 10^{-308}$ à $1.7 * 10^{308}$, la précision (codage des nombres) est donc largement suffisante pour affirmer qu'aucune erreur n'est commise sur le calcul de la valeur de saillance moyenne de référence.

Les rayons ϵ qui seront utilisés pour l'inspection des sphères avec les opérateurs SUSAN-3D et Stokely, dans un voisinage direct (limitation de l'opérateur de Meyer), sont définis à partir de moyennes des distances point/point dans un voisinage direct, sur chacun des maillages réguliers et irréguliers, par la formule (4.9) :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_{reg} + \epsilon_{irreg}}{2} \quad (4.9)$$

$$\epsilon_{reg} = \frac{(M_{ed}^{reg} + E_{CT}^{reg}) + (M_{ed}^{reg} - E_{CT}^{reg}) + (M_{oy}^{reg} + E_{CT}^{reg}) + (M_{oy}^{reg} - E_{CT}^{reg})}{4} \quad (4.10)$$

$$\epsilon_{irreg} = \frac{(M_{ed}^{irreg} + E_{CT}^{irreg}) + (M_{ed}^{irreg} - E_{CT}^{irreg}) + (M_{oy}^{irreg} + E_{CT}^{irreg}) + (M_{oy}^{irreg} - E_{CT}^{irreg})}{4} \quad (4.11)$$

M_{ed}^t représente la valeur médiane, E_{CT}^t l'écart type et M_{oy}^t la moyenne des distances point/point dans le voisinage direct de chacun des maillages. t représente le type du maillage, régulier ou irrégulier.

Les valeurs médianes, moyennes et les écarts-types de ces distances pour les sphères régulières et irrégulières sont présentés dans les tableaux A.2 et A.3. Les rayons ϵ retenus pour les opérateurs sont précisés dans le tableau A.1.

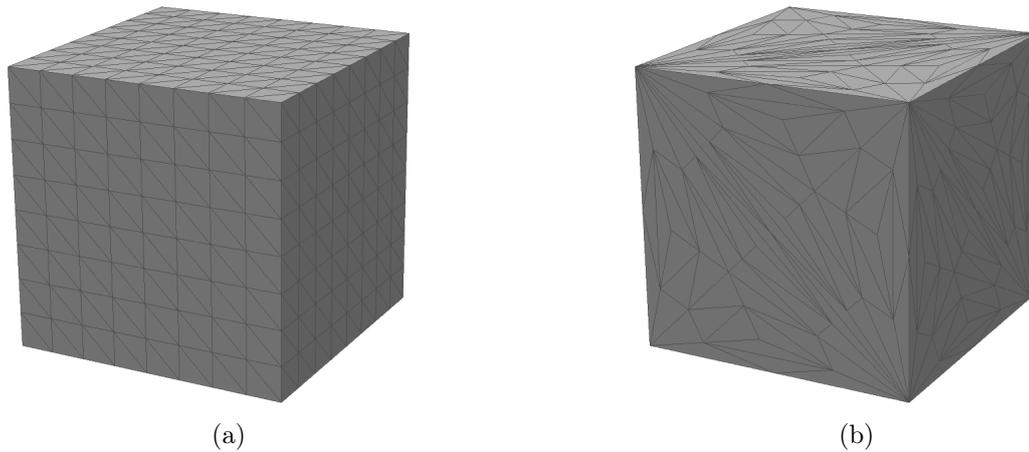


FIG. 4.5: Visualisation de deux cubes utilisés pour les mesures de précision des opérateurs. Cube 386 points (a) et cube 218 points (b).

Les cubes

Les cubes sur lesquels les tests sont effectués doivent également être créés avec attention. En effet, l'algorithme de Meyer est sensible à la configuration des faces. Afin de permettre une étude des réponses pour différentes densités, des décompositions par trois et quatre des faces d'un cube de base sont effectuées. Le cube de base est formé de huit points et douze faces (comme un voxel). La figure 4.5 présente deux différents cubes utilisés pour les tests. Le tableau A.4 en annexe présente les types et le nombre de décompositions du cube de base utilisés pour obtenir les différents cubes de test.

Ces maillages serviront à montrer la robustesse des opérateurs à la régularité ou du moins à la configuration des mailles. En effet, peu importe la configuration des mailles, la mesure doit toujours être la même pour un même type de point défini, indépendamment de son orientation.

Afin d'assurer une inspection des points dans le voisinage direct, les rayons d'inspection ont été définis en fonction des distances point/arête minimum sur l'ensemble des points de chaque maillage. Le tableau A.4 liste également les différents rayons ϵ retenus pour l'inspection des cubes.

La courbure n'existant pas sur les arêtes et coins d'un cube, la mesure sera effectuée dans l'espace de saillance. Dans cet espace, un contour franc ne possède qu'une seule mesure de saillance, ce qui nous permet de définir une carte de saillance de référence (« vérité terrain » théorique). Les valeurs de courbure seront transposées dans l'espace de saillance par la formule (4.6), mais en utilisant (3.28) à la place de (3.23) (analyse d'un contour franc).

4.2 Contours de type différentiable

Dans cette section, nous présentons les réponses des opérateurs obtenues sur les objets de type “sphère”. Ces objets sont considérés comme différentiables en tous points. Nous les considérerons comme suffisamment échantillonnés pour tester les performances des différents algorithmes.

4.2.1 Performance dans un voisinage direct

La figure 4.6 présente les erreurs quadratiques relatives obtenues pour l'inspection des différentes sphères et pour les trois opérateurs : SUSAN-3D, Meyer (voir section 2.4.4) et Stokely (voir section 2.4.3). Les valeurs mesurées sont reportées dans les tableaux A.5 et A.6 en annexe.

Ces tests permettent d'observer les comportements des différents opérateurs testés : le premier en fonction de la densité du maillage (figure 4.6 (a)) et le second en fonction de la régularité du maillage (figure 4.6 (b)).

On constate que, dans les deux cas et quel que soit l'opérateur, l'erreur diminue à mesure que le nombre de points augmente. Comme nous sommes dans le cas de maillages réguliers, l'opérateur de Meyer donne la mesure la plus précise. En effet, cet opérateur est dédié aux maillages réguliers et est donc à son avantage. Son comportement vis à vis de la densité est malgré tout difficile à interpréter. Cet algorithme calcule une courbure, à partir de l'ensemble des faces du voisinage direct de chaque point d'inspection et est très sensible à la configuration de celles-ci. C'est pourquoi les erreurs trouvées présentent de grandes variations.

L'opérateur de Stokely montre des résultats satisfaisants, compte tenu du nombre limité de points (limité par l'opérateur de Meyer à des rayons ϵ petits) dans les zones d'analyse pour les objets maillés régulièrement. Son comportement en fonction de la densité est correct. L'augmentation du nombre de points décrivant les objets, assez importante, n'est pas répercutée au niveau de la précision de l'opérateur. Son comportement vis à vis de la densité n'est donc pas très bon compte tenu des résultats plutôt constants.

On remarque enfin que l'évolution de l'erreur de SUSAN-3D est globalement comparable à celle de l'opérateur de Stokely. A partir d'un nombre de points supérieur à 642, l'erreur de SUSAN-3D devient plus faible que celle de Stokely et semble même tendre vers zéro lorsque le nombre de points d'échantillonnage tend vers l'infini.

Dans le cas des maillages irréguliers (figure 4.6 (b)), le comportement de l'algorithme de Meyer paraît médiocre, comparativement aux résultats sur des objets maillés réguliè-

rement. Il faut tout de même souligner que son comportement en fonction de la densité sur des objets maillés irrégulièrement reste normal : à mesure que la densité augmente, l'erreur diminue.

Le comportement de l'opérateur de Stokely dans le cas de maillages irréguliers reste moins bon que celui obtenu avec l'opérateur de Meyer. L'erreur en fonction de la densité sur des objets maillés irrégulièrement diminue à mesure que le nombre de points augmente, mais semble tendre vers une asymptote horizontale de valeur 0.2.

Pour SUSAN-3D, l'erreur sur les maillages irréguliers reste inférieure à celle des deux autres opérateurs dès que le nombre de points est supérieur à 42.

En conclusion, cette étude révèle le fait que l'opérateur SUSAN-3D est particulièrement bien adapté aux maillages irréguliers. On peut cependant remarquer que les résultats présentés, pour cet opérateur, sur les figures 4.6 (a) et 4.6 (b), sont quasiment identiques. Cela montre que cet opérateur présente une réponse insensible à la régularité du maillage, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres opérateurs.

4.2.2 Performance dans un voisinage étendu

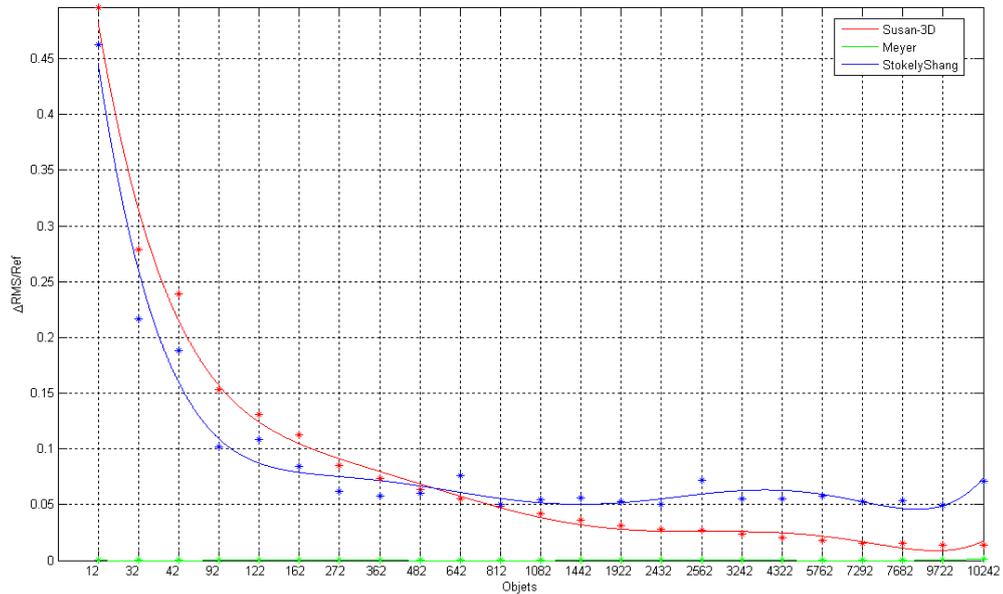
Pour cette étude, les largeurs des opérateurs de Stokely et SUSAN-3D ont été fixées à $\epsilon = 0.5$ puis à $\epsilon = 1$ pour déduire leur comportement en fonction de l'échelle d'analyse. Les figures 4.7 et 4.8 présentent les courbes de tendance des résultats obtenus dans les voisinages étendus (les valeurs sont reportées dans les tableaux A.7, A.8, A.9 et A.10 en annexe).

Ces courbes présentent les erreurs RMS relatives en fonction de la densité de points, obtenues pour les deux échelles d'analyse suivantes : $\epsilon = 0.5$ et $\epsilon = 1$.

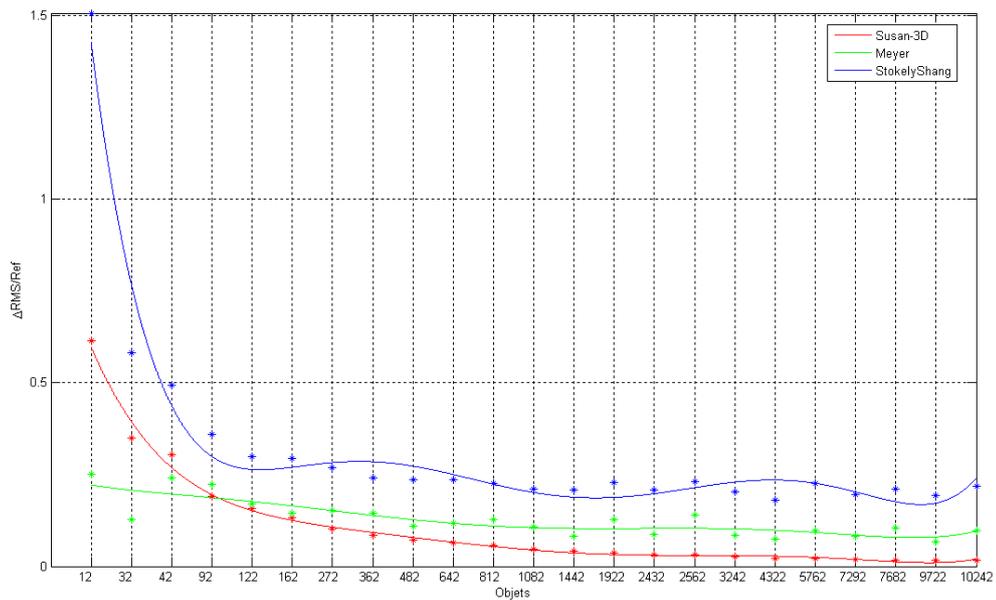
Dans un voisinage étendu, les deux opérateurs montrent une bonne stabilité en présence de maillages irréguliers. Ce comportement est normal puisqu'en augmentant le ϵ , on augmente la taille de la sphère d'analyse et donc le nombre de points du maillage pris en compte pour l'analyse.

Dans le cas de maillages peu denses et réguliers, l'opérateur SUSAN-3D présente de meilleurs résultats que l'opérateur de Stokely. Il faut atteindre un nombre de points supérieur à 362 pour que les performances des deux opérateurs soient similaires (4.7 (a)) avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$. Lorsque le rayon d'analyse est doublé ($\epsilon = 1$), il faut atteindre un nombre de points supérieur à 92 pour que les performances de SUSAN-3D et Stokely soient similaires.

Dans le cas de maillages peu denses et irréguliers, l'opérateur SUSAN-3D présente

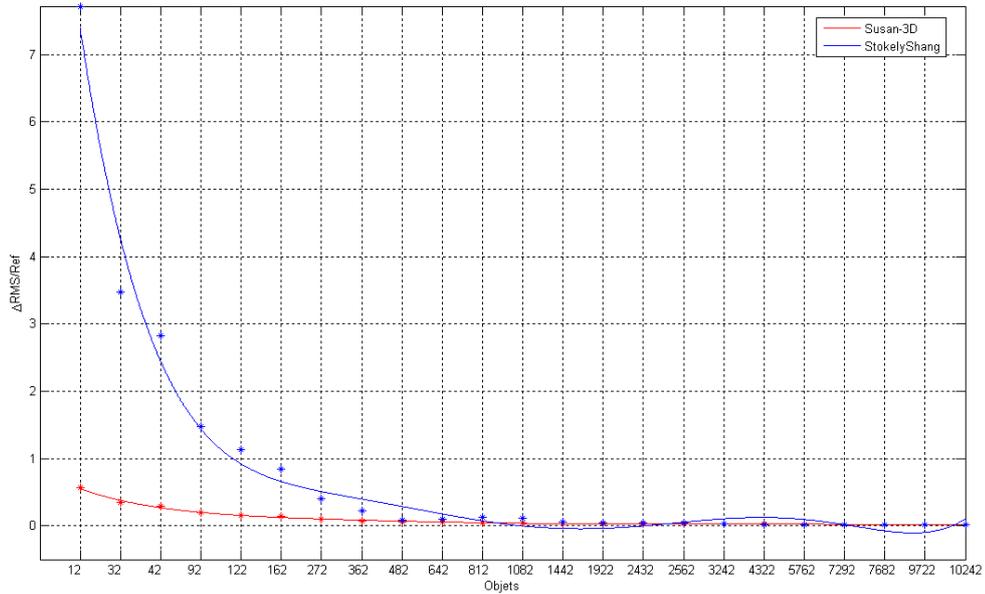


(a)

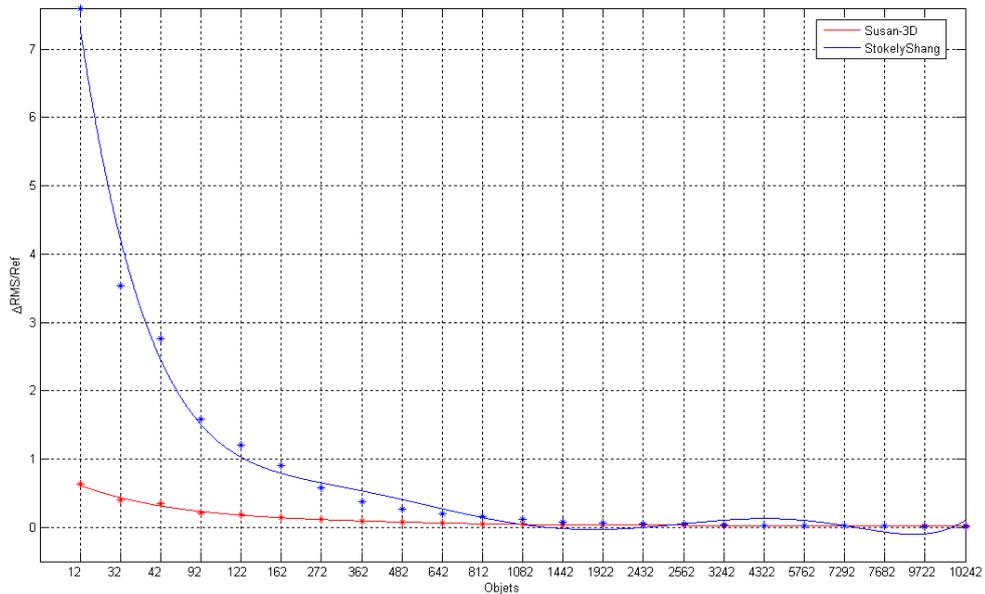


(b)

FIG. 4.6: Courbes de tendances des erreurs RMS relatives obtenues dans un voisinage direct, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.5 et A.6 en Annexe). Les courbes ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.

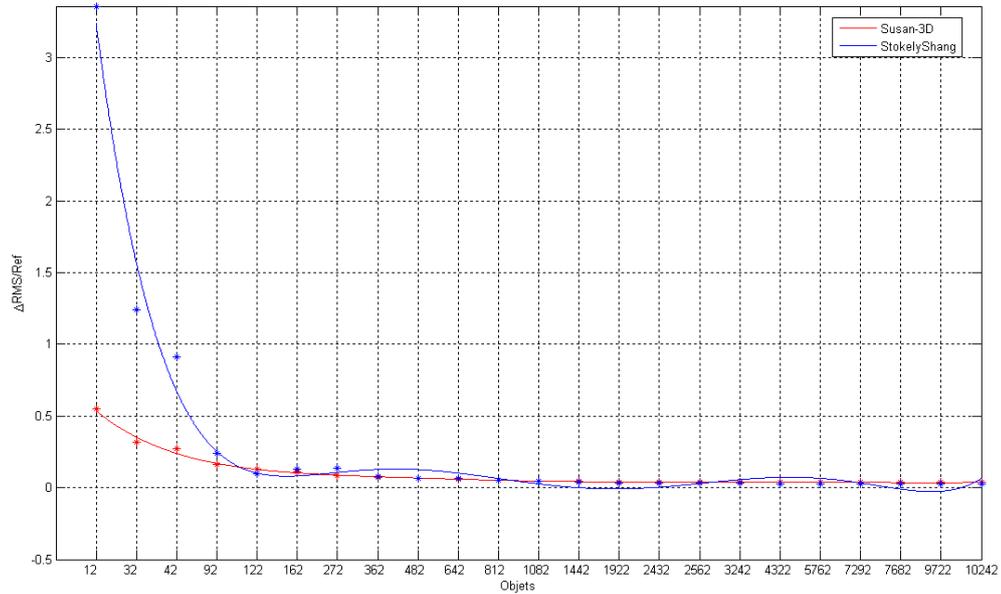


(a)

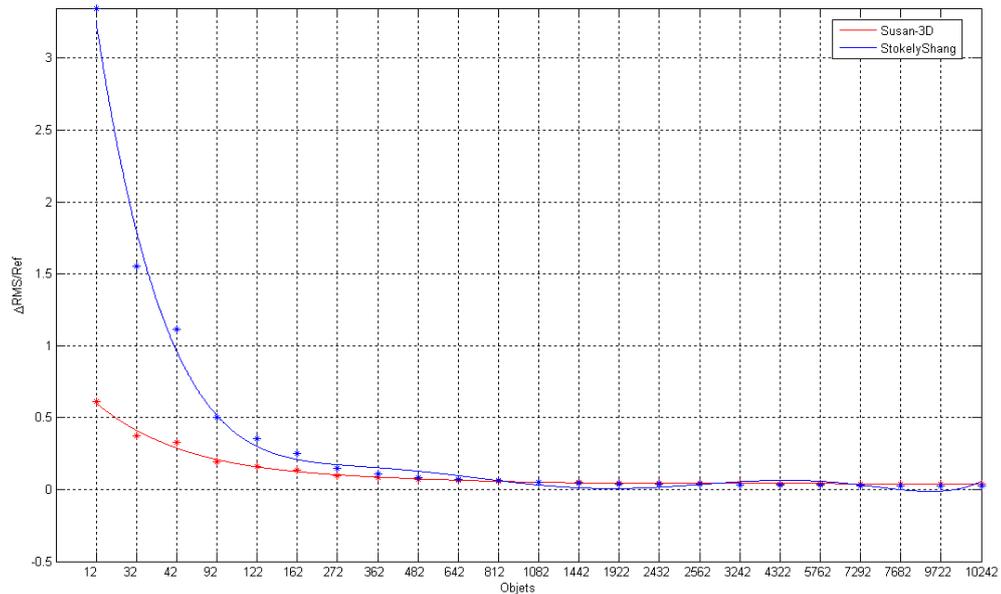


(b)

FIG. 4.7: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.7 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.



(a)



(b)

FIG. 4.8: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 1$, sur des sphères régulières (a) et irrégulières (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.9 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.

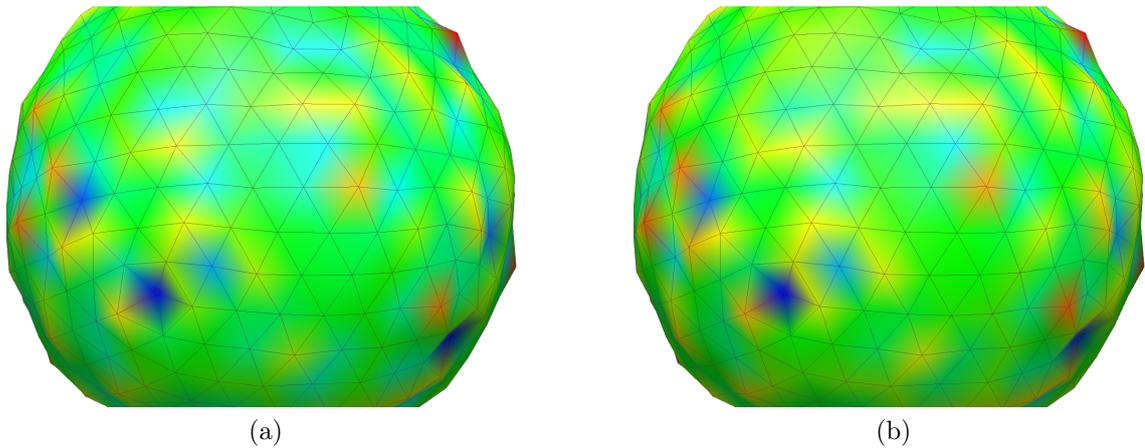


FIG. 4.9: $\bar{\kappa}$ et $\overline{S_d}$ extraits sur la sphère ; 642 points maillés régulièrement avec un bruit d'écart-type de 0.04, une largeur de fenêtre d'analyse de $\epsilon = 0.5$, avec l'opérateur de Stokely (a) et l'opérateur SUSAN-3D (b). L'opérateur SUSAN-3D montre plus de sensibilité que l'opérateur de Stokely au niveau de la détection des arêtes et points saillants.

de meilleures performances que l'opérateur de Stokely. On remarque que l'opérateur de Stokely a besoin d'environ deux fois plus de points pour atteindre la précision de l'opérateur SUSAN-3D, comparativement aux résultats obtenus pour les maillages réguliers.

4.2.3 Résistance au bruit

Afin d'établir une référence en niveau de bruit introduit par un scanner, le scanner Trimble GS 101 a été analysé pour définir le RMS du bruit introduit lors de la mesure. Pour ce faire, un plan a été scanné à des distances de 5 à 40 mètres avec un pas de 5 mètres et différentes résolutions : 2, 4, 6, 10 mm. Les nuages de points, résultant de ces différentes numérisations, ont été analysés en calculant le plan approximant le plus proche [111] et en évaluant l'erreur RMS sur l'ensemble des points.

Cette expérience a permis d'évaluer une erreur RMS moyenne (sur l'ensemble des numérisations effectuées) de 2.298 mm, indépendante de la distance de numérisation (de 5 à 40 m) et une distribution de bruit Gaussienne. Ces valeurs correspondent aux spécifications du constructeur. Par conséquent, nous avons utilisé un modèle de bruit blanc Gaussien [110] pour mesurer la résistance des opérateurs à différents niveaux de bruit.

Deux sphères pseudo-régulières et irrégulières possédant respectivement 642 points et 2432 points ont été utilisées pour cette étude. Les figures 4.9 et 4.10 présentent les résultats obtenus avec les opérateurs de Stokely et SUSAN-3D pour deux niveaux de bruit différents.

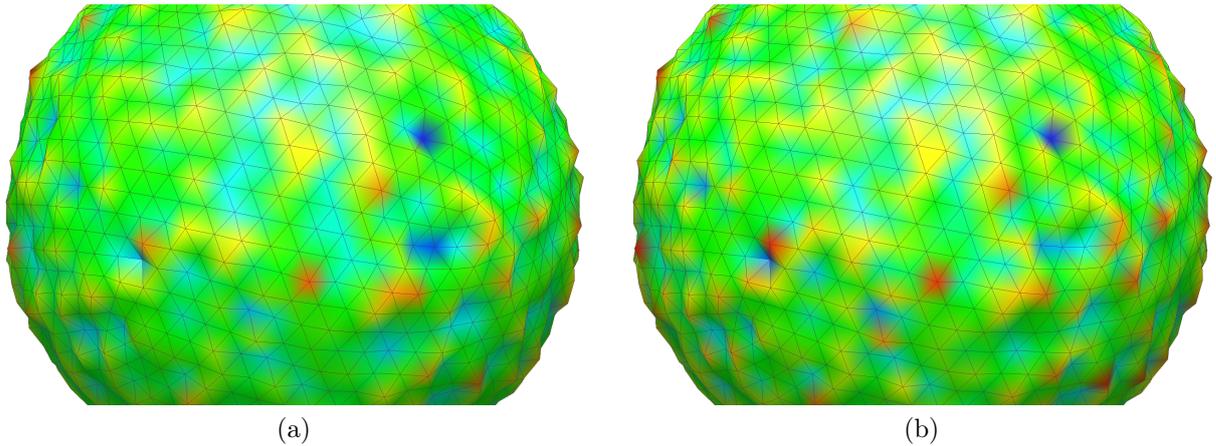
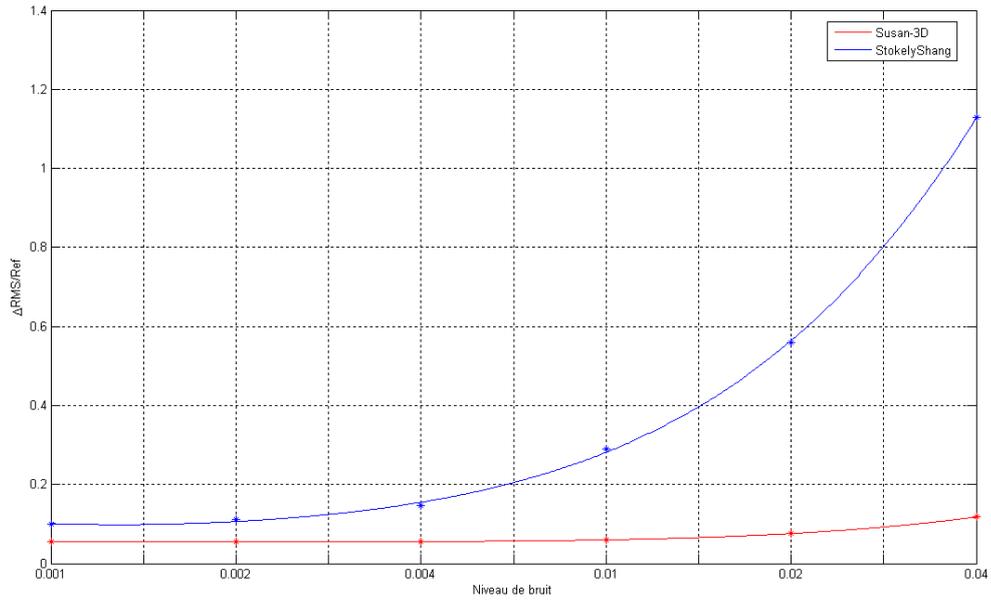


FIG. 4.10: $\bar{\kappa}$ et $\overline{S_d}$ extraits sur la sphère; 2432 points maillés régulièrement avec un bruit d'écart-type de 0.04, une largeur de fenêtre d'analyse de $\epsilon = 0.5$, avec l'opérateur de Stokely (a) et l'opérateur SUSAN-3D (b). L'opérateur SUSAN-3D montre plus de sensibilité que l'opérateur de Stokely au niveau de la détection des arêtes et points saillants.

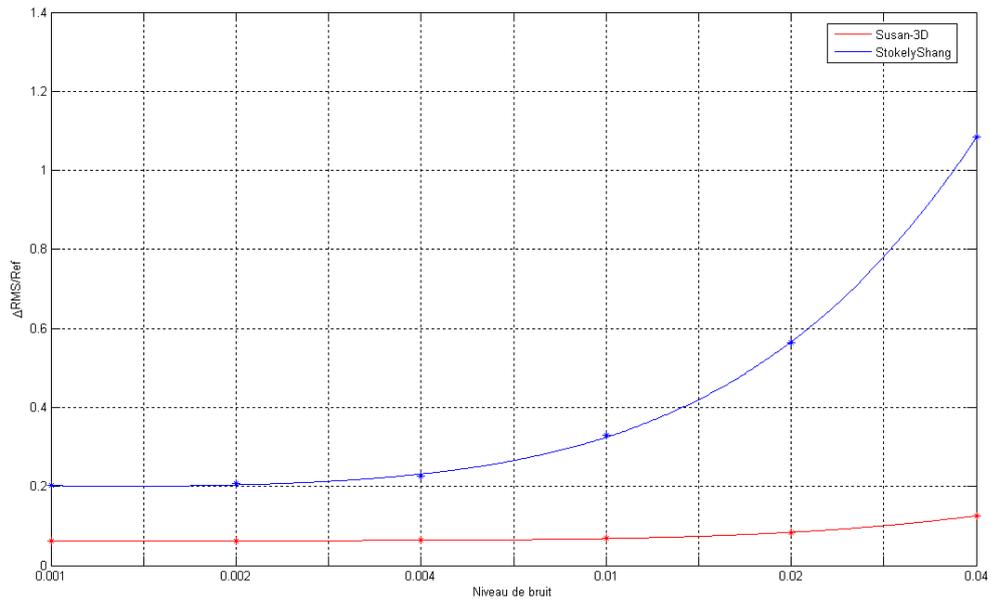
Deux largeurs ϵ de fenêtre d'analyse ont été utilisées pour assurer l'inspection de chaque point dans un voisinage étendu (pour diminuer l'influence du bruit) : $\epsilon = 0.5$ et $\epsilon = 1$. Les tableaux A.11, A.12, A.13 et A.14 (en Annexe) résument les erreurs RMS relatives obtenues sur les deux sphères testées avec les deux largeurs de fenêtre d'analyse ϵ et les différents bruits. Les figures 4.11, 4.12, 4.13 et 4.14 présentent l'évolution du ΔRMS en fonction du niveau de bruit.

Pour les deux opérateurs, on constate que l'erreur mesurée augmente à mesure que le niveau de bruit s'accroît. Pour un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, l'opérateur de Stokely, disposant de plus de points pour calculer la courbure (voisinage étendu), donne de meilleurs résultats lorsque le bruit est faible, mais ses erreurs augmentent rapidement en fonction du niveau de bruit. Dans tous les autres cas, nous pouvons remarquer que l'erreur relative de l'opérateur SUSAN-3D, est systématiquement inférieure à celle de l'opérateur de Stokely. L'erreur de SUSAN-3D paraît plus stable et moins dépendante du niveau de bruit.

On peut remarquer une augmentation rapide des erreurs RMS sur les trois dernières lignes du tableau A.12, due à la présence de faux contours, introduits par un niveau trop important de bruit par rapport à l'objet, que l'on peut observer sur la figure 4.10. La détection de ces faux contours montre bien la sensibilité de notre opérateur aux discontinuités et aux contours, mais aussi la précision de celui-ci vue que ses mesures restent plus précises que celle de l'opérateur de Stokely (l'erreur RMS relative reste

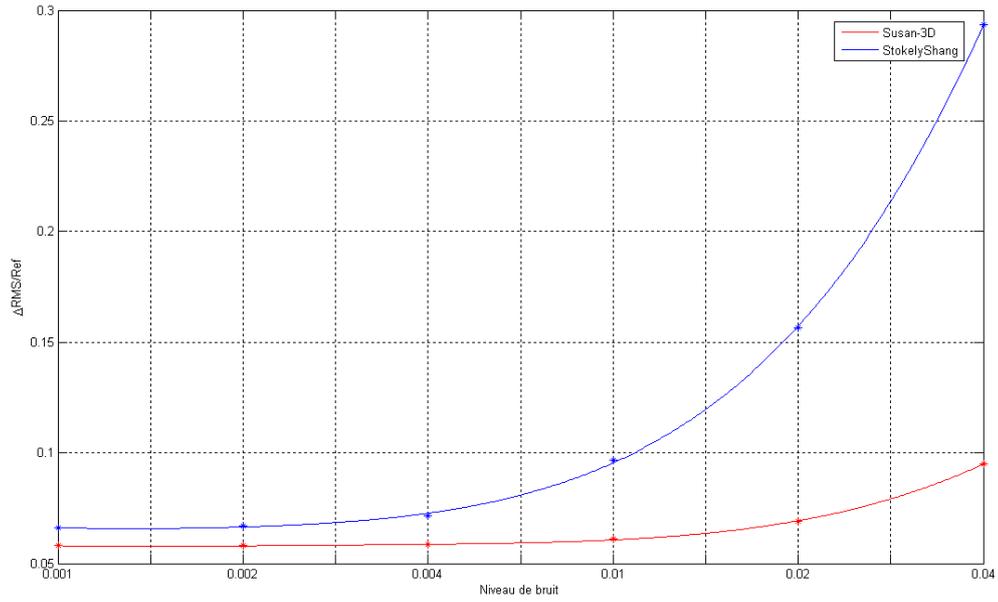


(a)

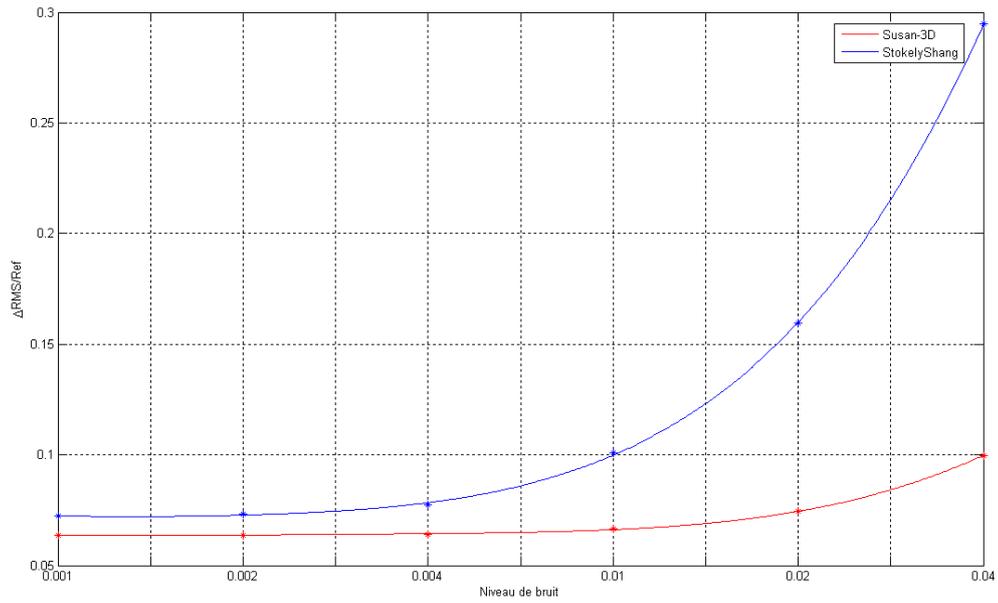


(b)

FIG. 4.11: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L'écart-type de bruit est de 0.001. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.11 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.

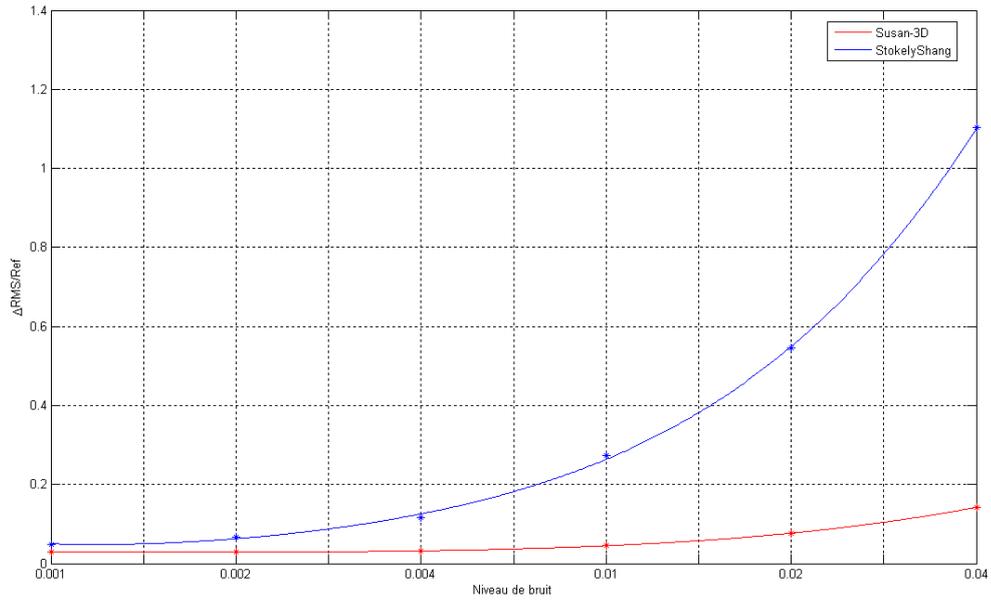


(a)

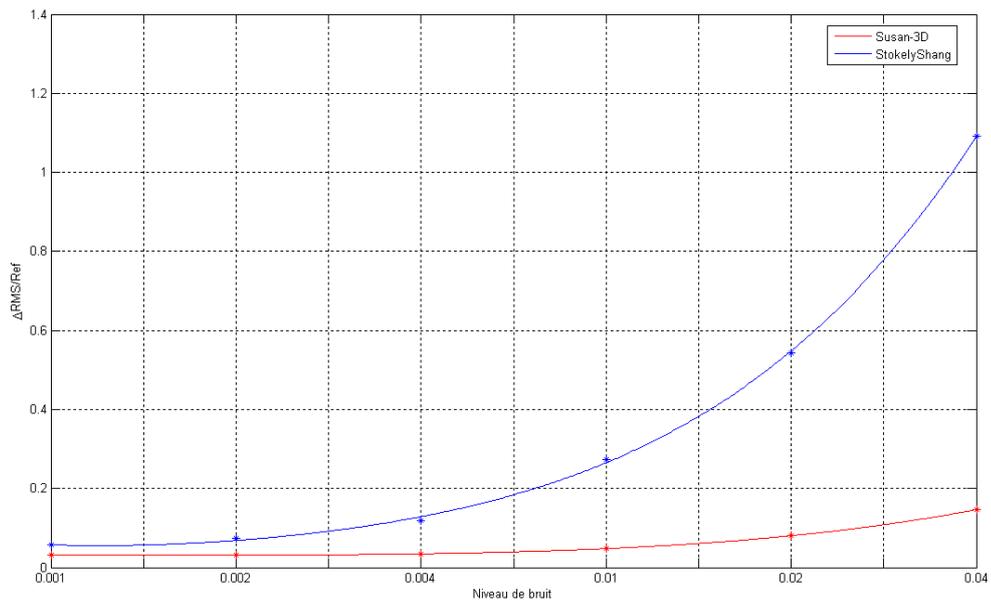


(b)

FIG. 4.12: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 1$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L'écart-type de bruit est de 0.002. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir les tableaux A.12 (a) et (b) en Annexe). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.

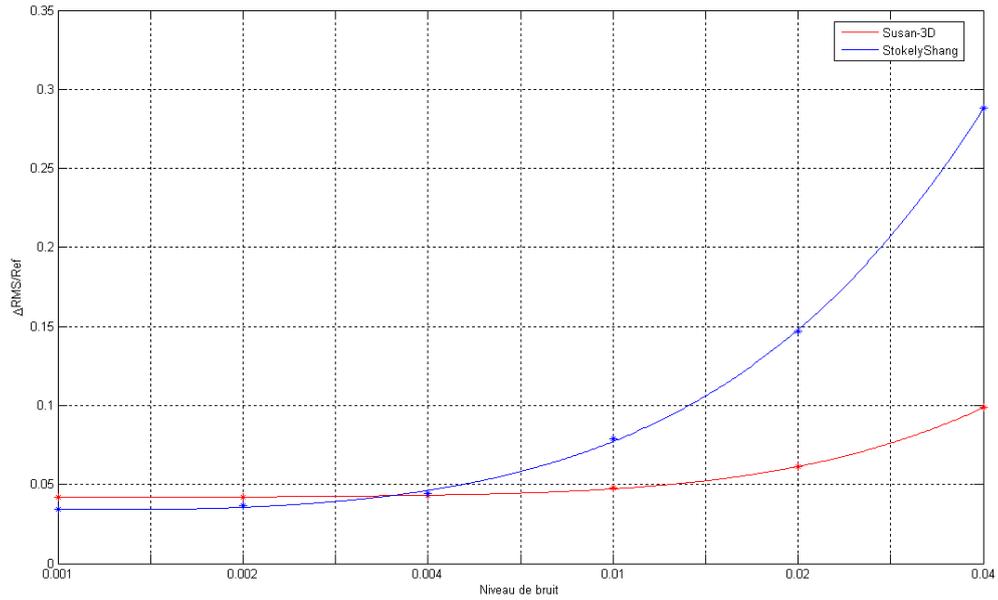


(a)

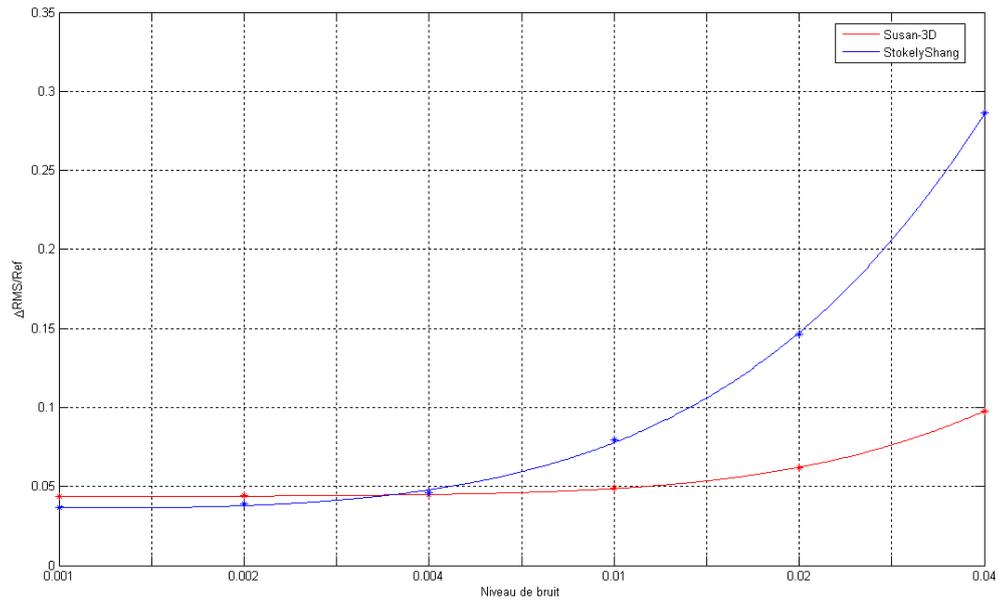


(b)

FIG. 4.13: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L'écart-type de bruit est de 0.004. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.13 (a) et (b)). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.



(a)



(b)

FIG. 4.14: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage étendu avec un rayon d'analyse $\epsilon = 1$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b). L'écart-type de bruit est de 0.008. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.14 (a) et (b)). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 4.

voisinage	robustesse	Meyer	Stokely	SUSAN-3D
direct	densité	+	–	0
direct	régularité	–	0	+
étendu	densité	×	–	+
étendu	régularité	×	–	+
étendu	bruit	×	–	+

TAB. 4.1: Tableau récapitulatif des performances des opérateurs. Les symboles –, 0, + indiquent le moins, moyen, et le plus de performances, respectivement. Le symbole × indique qu'il n'y a pas de résultat pour cette configuration.

inférieure à celle obtenue avec Stokely).

4.2.4 Conclusion sur les performances de l'opérateur SUSAN-3D pour les surfaces différentiables

L'opérateur SUSAN-3D a montré un bon comportement à travers les différents tests menés sur les sphères. Les résultats des études menées pour les surfaces différentiables sont synthétisés dans le tableau 4.1. La précision de l'opérateur, étudiée dans un voisinage direct ou étendu, augmente quand la densité de points décrivant l'objet augmente. L'opérateur SUSAN-3D présente une robustesse et une fiabilité intéressante pour l'inspection de maillages réguliers et irréguliers, en présence ou non de bruit, en particulier sur des objets de densité réduite.

4.3 Contours de type non-différentiable

Nous avons vu dans l'étude précédente que les performances de l'opérateur SUSAN-3D sont assez similaires à l'opérateur de Stokely, sauf en cas de maillage peu dense, où SUSAN-3D a démontré de meilleures performances. Afin de mettre en évidence et d'accentuer les avantages de l'opérateur SUSAN-3D par rapport aux opérateurs de courbure, une étude des erreurs RMS relatives est proposée sur des objets saillants : des cubes. En effet, sur une arête ou un coin de cube, aucune courbure ne peut-être calculée. En revanche, les degrés de saillance sont tout à fait calculables. Les opérateurs de courbure proposent une approximation de la courbure pour ces points, mais cette approximation est-elle réellement significative de la forme analysée et est-elle répétable ?

Afin de réaliser une comparaison avec l'opérateur de Meyer et pour respecter ses limitations, la valeur du rayon de la sphère d'analyse a été choisie afin de réaliser une inspection limitée au voisinage direct du point analysé, le cas d'un voisinage étendu

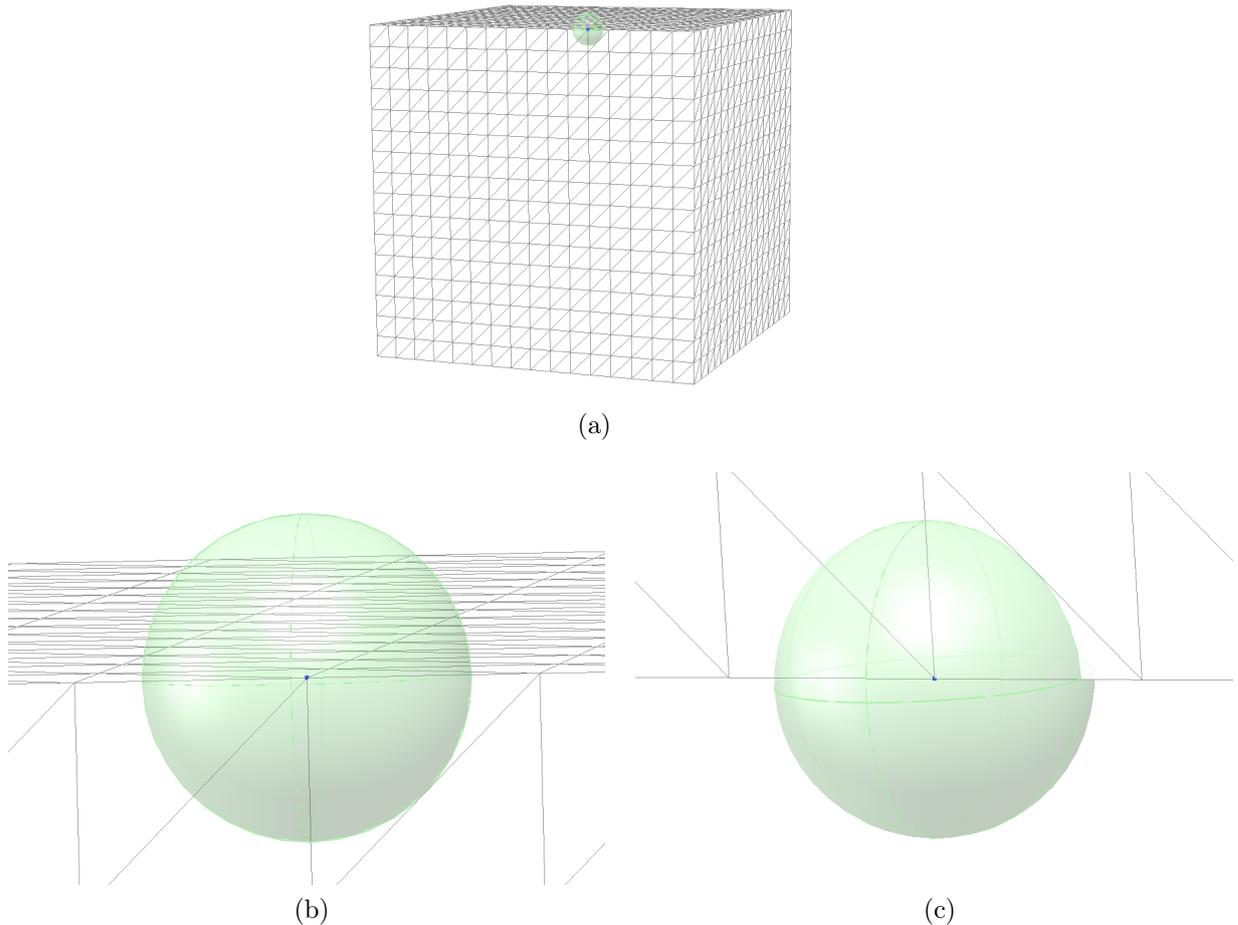


FIG. 4.15: Illustration du rayon d'inspection déduit sur les cubes pour respecter les limitations de l'opérateur de Meyer. Avec la sphère de rayon $\epsilon = 0.311$, déduite pour le maillage de cube 1538 points, en vert et le point d'inspection en bleu. Vue globale du cube 1538 points (a), zoom sur la sphère vue de face (b) et vue du dessus de la sphère (c).

étant plus complexe. Les rayons ont été calculés par la distance minimale « point/arête opposée » pour les voisinages directs de chaque point des maillages de cubes. On assure ainsi sur chaque maillage et pour chaque point que l'information apportée par le patch extrait n'est pas supérieure à celle utilisée par l'opérateur de Meyer. En effet, cette information peut être critique, surtout pour les points de maillage situés près des coins et arêtes des cubes. La figure 4.15 illustre le rayon ϵ déduit pour un point arête du Cube 1538.

Après différents tests, il est apparu que l'opérateur de Stokely n'a pas la capacité de mesurer une courbure pour certains points, spécifiquement les points plats. En effet, cet opérateur est basé sur la résolution d'un système d'équation dépendant du nombre de point dans la fenêtre d'analyse et de la distance de ces points par rapport au plan

Type de point des cubes	$\overline{S}_{d_{ref}}$
plat	0.5
arête	0.25
coin	0.125

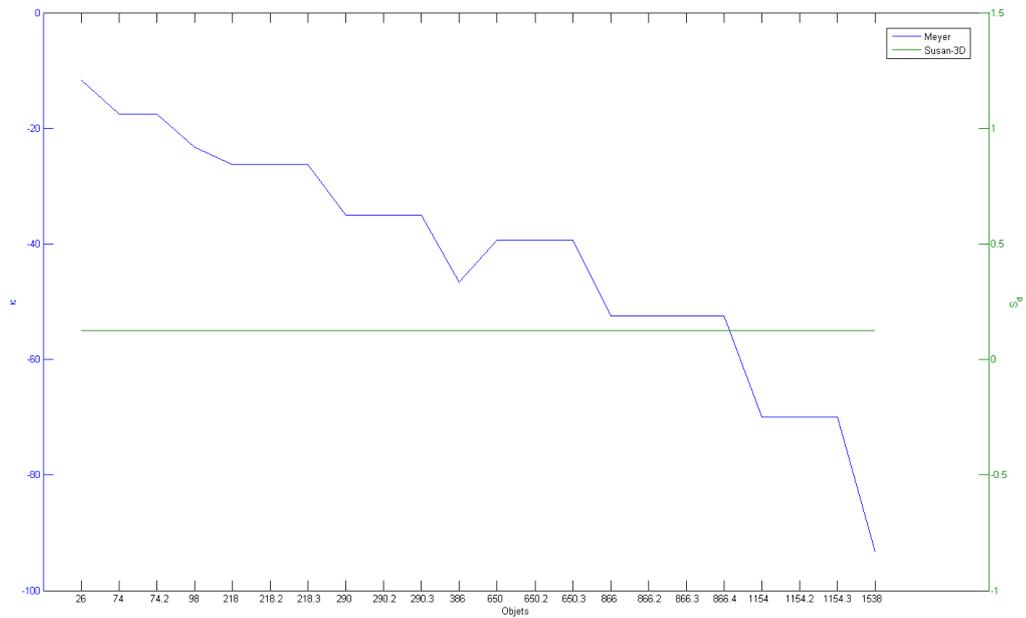
TAB. 4.2: Valeurs de saillance moyennes de référence pour les différents types de point des cubes.

tangent à la surface au point d'inspection (plan de paramétrisation). Le nombre de points étant faible (voisinage direct) et les distances au plan tangent étant toutes égales à zéro, l'algorithme de résolution du système par le pivot de gauss ne peut aboutir et aucune courbure ne peut être calculée. Nous n'utiliserons donc pas cet opérateur pour la comparaison.

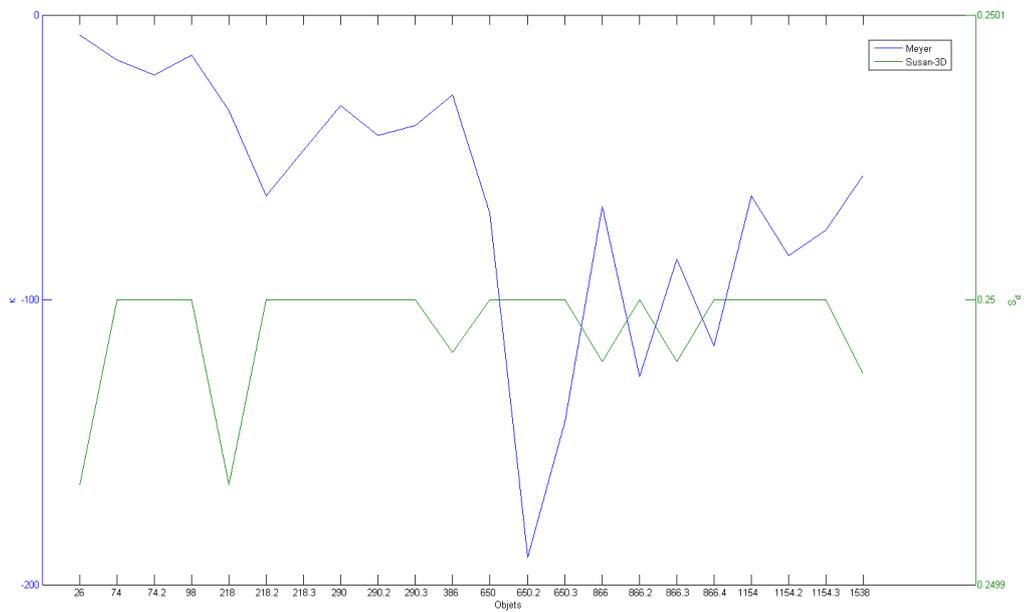
Afin de montrer les avantages en terme de caractérisation de notre opérateur, la figure 4.16 présente pour chacun des maillages de cube, la moyenne des résultats de courbure moyenne $\bar{\kappa}$ de l'opérateur de Meyer [47], ainsi que la moyenne des résultats de saillance moyenne \overline{S}_d de notre opérateur, pour chacun des types de contours coin et arête. Comme dans la section 3.2.4, la mesure de courbure varie fortement en fonction du maillage. Plus la taille des mailles diminue et plus la courbure augmente au sens absolu, le signe négatif de $\bar{\kappa}$ indique que la forme est convexe. Une même forme n'aura pas la même valeur de courbure d'une description à l'autre. La mesure de courbure n'est donc pas adaptée à la caractérisation des surfaces non-différentiables car elle n'est pas répétable d'une description à l'autre.

Afin de comparer les précisions des opérateurs, et comme aucune courbure de référence ne peut être établie, la comparaison se fera dans l'espace de saillance uniquement. La transposition des valeurs de courbure principale en valeur de saillance sera effectuée par la méthode exposée en section 4.1, mais avec la formule (3.28), afin de respecter le type de contour analysé. Le tableau 4.2 reporte les degrés de saillance de référence des points plats, arêtes et coins des cubes dans un voisinage direct. Ces valeurs seront prises comme carte de référence de saillance, « vérité terrain » (théorique) des points des maillages des cubes testés.

Il s'agit ici d'étudier les réponses des opérateurs de Meyer et SUSAN-3D à des types de contours spécifiques. Une étude des erreurs RMS relatives de chacun des types de contour, ainsi que de l'erreur RMS relative globale pour les objets est proposée. On verra ainsi apparaître les différences de comportement des opérateurs plus clairement. Les figures 4.17 et 4.18 présentent, en fonction de la densité du cube analysé, les erreurs RMS relatives globales (figure 4.17 (a)), pour les contours de type coin (figure 4.17 (b)),



(a)



(b)

FIG. 4.16: Evolution des moyennes de $\bar{\kappa}$ et \bar{S}_d mesurées sur les points de type coin (a) et de type arête (b). La saillance ne varie pas en fonction de la description du maillage (variation maximum inférieure à 3×10^{-4}) que ce soit pour les coins ou les arêtes. La courbure varie fortement en fonction de la description du maillage, à la fois sur les coins et les arêtes.

arête (figure 4.18 (a)) et plat (figure 4.18 (b)) (les valeurs sont reportées en annexe dans les tableaux A.15, A.16, A.17 et A.18).

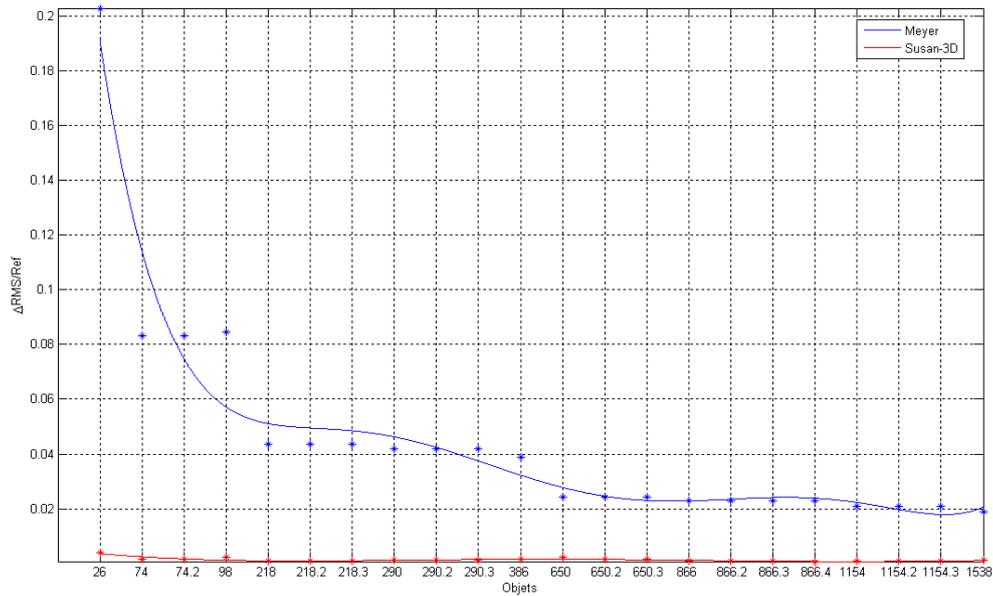
On remarque que l'opérateur SUSAN-3D donne une meilleure précision dans le cas où la surface présente un point saillant de type coin. La précision de l'opérateur SUSAN-3D est environ cent fois supérieure à celle de Meyer. Dans le cas d'une surface plane, l'opérateur de Meyer conduit à une erreur faible comparativement à l'opérateur SUSAN-3D. Remarquons qu'il ne s'agit que de petites variations de l'ordre de 10^{-3} . Dans le cas d'arêtes saillantes, on remarque que les précisions des deux opérateurs sont comparables pour des cubes suffisamment denses. SUSAN-3D reste néanmoins plus précis pour des objets de faible densité. Globalement (tous types de contours confondus), la précision de l'opérateur SUSAN-3D semble rester supérieure à celle de l'opérateur de Meyer.

4.4 Conclusion

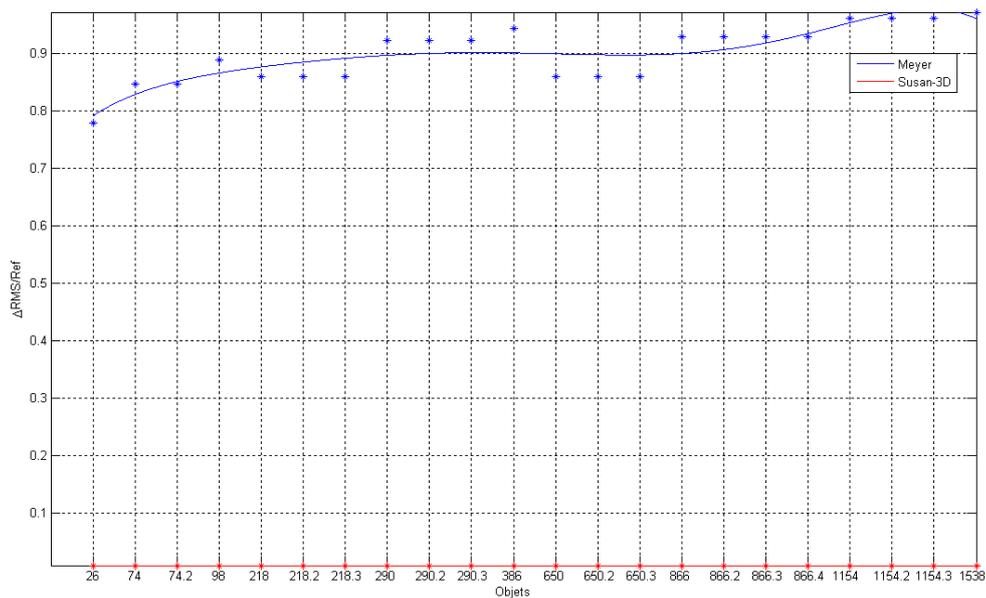
Dans ce chapitre, nous avons étudié la fiabilité de l'opérateur SUSAN-3D. Dans ce but, une stratégie permettant la comparaison avec des opérateurs de courbure a été établie, mesurant les erreurs RMS relatives des opérateurs dans leurs espaces propres, respectivement l'espace de saillance et de courbure. Les résultats de l'opérateur SUSAN-3D ont ensuite été comparés aux résultats de deux opérateurs : celui de Meyer et celui de Stokely. Dans un premier temps, le comportement de l'opérateur SUSAN-3D a été établi, sur des objets différentiables (des sphères) en mesurant les erreurs RMS relatives en fonction de différentes densités et régularités de ces objets. Sa résistance au bruit a également été étudiée par la mesure des erreurs RMS relatives en fonction de différents niveaux de bruit blanc gaussien introduit sur les sphères. A travers les résultats de ces expériences, nous avons pu remarquer le bon comportement de l'opérateur SUSAN-3D en fonction de la densité et de la régularité des maillages. L'ensemble de ces travaux ont donné lieu à plusieurs publications : [105, 112, 113, 109].

La capacité de l'opérateur à mesurer des points non-différentiables a ensuite été testée. Des cubes de différentes densités ont été utilisés pour ces tests. L'opérateur SUSAN-3D a également donné de bonnes performances comparativement à l'opérateur de Meyer, surtout sur les contours de types coin et arête. En ces points, la mesure de courbure $\bar{\kappa}$ n'est pas répétable et dépend de la taille des mailles, de la densité de la description. Les degrés de saillances \bar{S}_d extraits par l'opérateur SUSAN-3D sont tout à fait répétables et ne dépendent pas de la densité de la description.

Ces résultats illustrent les différents avantages et inconvénients de l'opérateur SUSAN-3D. La seule « vraie » contrainte, vis à vis de la mesure automatique, pour cet opéra-

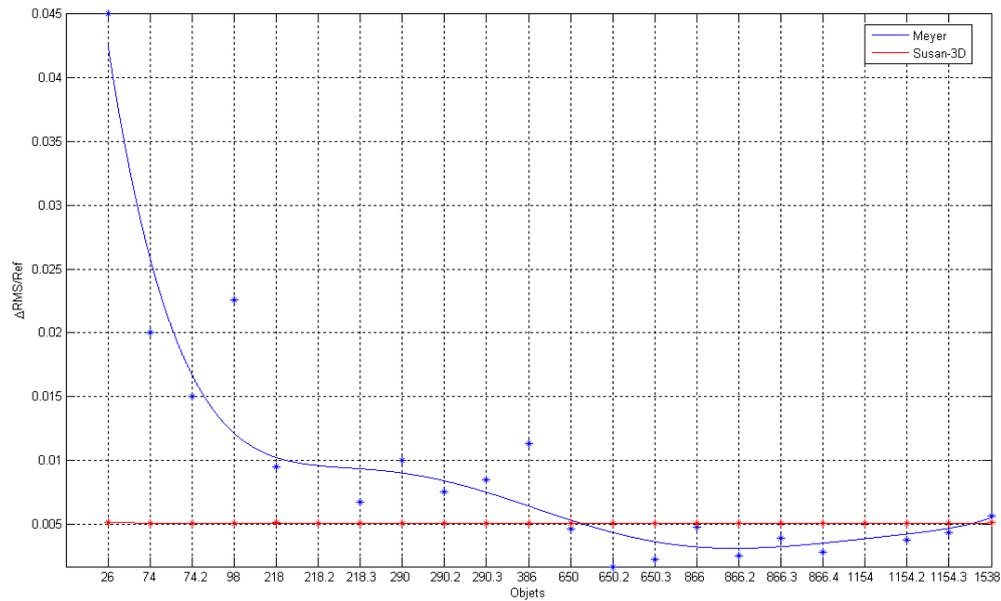


(a)

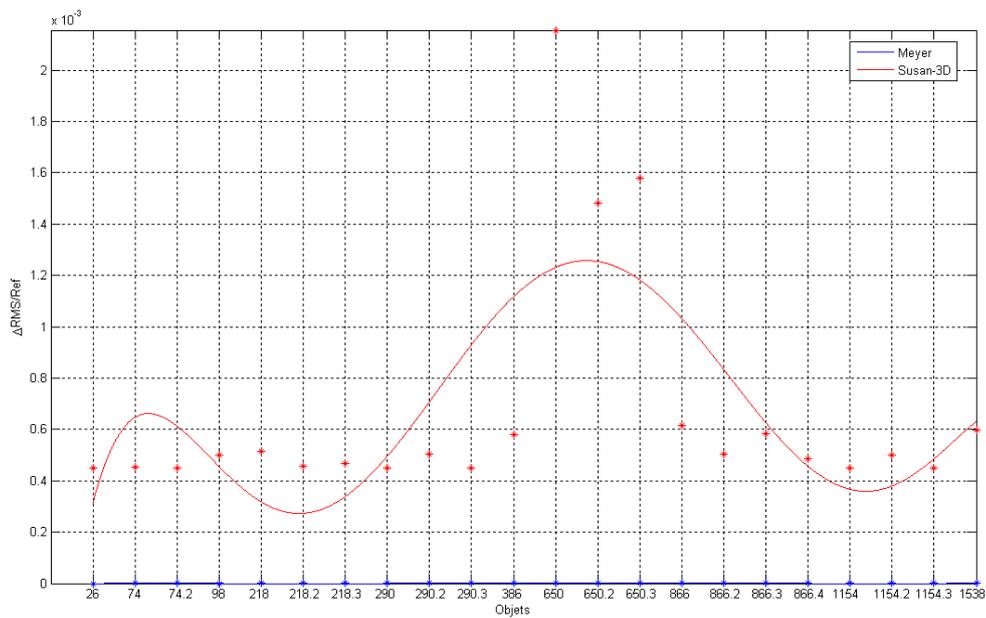


(b)

FIG. 4.17: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage direct sur les différents cubes. Erreurs RMS relatives globales (a), pour les contours de type coin (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.15 et A.16). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 6.



(a)



(b)

FIG. 4.18: Courbes de tendance des erreurs RMS relatives des opérateurs, obtenues dans un voisinage direct sur les différents cubes. Erreurs RMS relatives pour les contours de type arête (a) et plat (b). Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux A.17 et A.18). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 6.

teur est la définition du rayon d'inspection, qui peut bien sûr être déduite d'une prévisualisation de l'objet à analyser. Malheureusement, si le rayon d'inspection choisi est trop petit, l'opérateur sera aussi sensible au bruit que l'opérateur de Meyer. Il apparaît donc qu'une analyse simple (une seule échelle) d'un maillage, peut s'avérer insuffisante pour la caractérisation d'objets bruités et/ou possédant des contours présents sur plusieurs échelles. La détermination manuelle du rayon d'inspection peut également s'avérer ardue dans le cas d'objets très complexes.

Dans le chapitre suivant, une extension multi-échelle de l'opérateur SUSAN-3D est proposée, ainsi qu'une méthode de détermination automatique du/des rayon(s) d'inspection, afin de produire une automatisation complète du processus d'analyse.

Chapitre 5

Multi-échelle

Dans le cas de maillages bruités, comme rappelé en Section 4.4, si le rayon d'analyse utilisé est trop petit, l'opérateur est très sensible au bruit. De faux points saillants ou creux sont détectés, ce qui peut s'avérer critique en terme de résultats pour les opérations futures (débruitage, segmentation, etc.).

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à une extension multi-échelle de l'opérateur SUSAN-3D. Une détermination automatique des rayons des échelles d'analyse ϵ sera également proposée afin de limiter la sensibilité au bruit de l'opérateur et de produire une automatisation complète du processus d'analyse. La résistance au bruit de l'opérateur sera ensuite étudiée le long des échelles, et comparée aux résultats obtenus avec l'opérateur de Stokely. Enfin, quelques résultats multi-échelles sur différents objets synthétiques et réels seront présentés.

5.1 Principe de l'analyse multi-échelle

L'analyse multi-échelle doit être différenciée de l'analyse multi-résolution. En effet, l'analyse multi-résolution, telle qu'elle a été introduite par Mallat [114, 115, 116], est un outil de traitement du signal qui permet de décomposer un signal en plusieurs signaux de résolutions différentes et de le reconstruire à partir des éléments de cette décomposition. Le but ici n'est pas de décomposer le signal, mais d'étudier celui-ci à différentes échelles, *i.e.* d'obtenir plusieurs informations caractérisant la forme locale du maillage en chacun des points. Les informations de saillance moyenne, ainsi que les directions et valeurs de saillances principales extraites à différentes échelles renseignent sur la déformation locale du maillage. Elles sont utiles pour l'étude d'objets bruités obtenus après une numérisation, mais également pour les objets complexes possédant divers types et tailles de contours. En effet, dans le cadre d'une analyse d'objets bruités à une trop petite échelle,

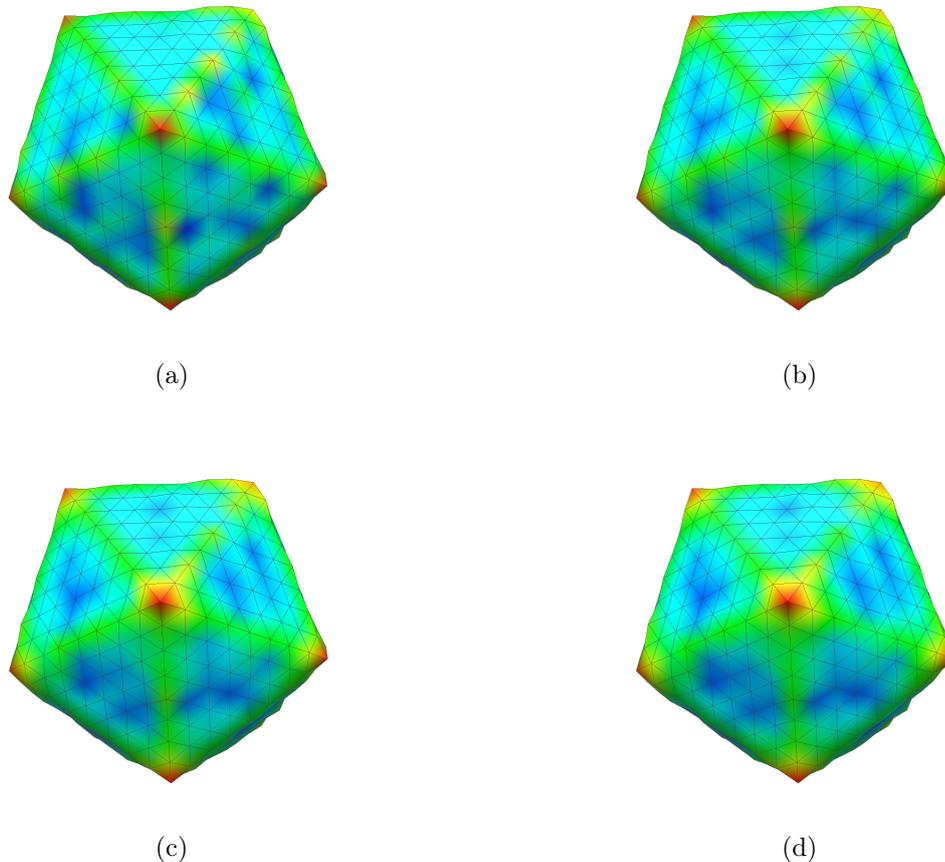


FIG. 5.1: Illustration d'un résultat multi-échelle obtenu sur un icosaèdre (642 points) bruité, niveau de bruit égal à 0.008, pour quatre différentes échelles d'analyse, avec un rayon ϵ limité au voisinage direct pour l'échelle la plus fine et environ quatre fois plus grande pour l'échelle la plus grossière. Les résultats sont présentés de l'échelle la plus fine (a) à la plus grossière (d), respectivement. Les artefacts détectés à l'échelle la plus fine sont atténués à l'échelle la plus grossière.

les résultats sont grandement influencés par le bruit. Dans ce cas, le bruit est considéré comme du signal et des artefacts, donc des points saillants ou creux, apparaissent là où ils ne devraient pas, comme on peut le voir sur la figure 5.1.

En effet, on voit bien qu'à l'échelle la plus fine, des artefacts sont présents sur les faces planes et sur les arêtes de l'icosaèdre. Si l'analyse se limite à cette seule échelle, les points saillants (en jaune) situés sur les arêtes ont une plus grande influence que leurs voisins situés sur cette même arête. On a donc une erreur d'interprétation de la forme. En revanche, on peut remarquer que l'influence du bruit diminue nettement le long des échelles, puisqu'à l'échelle la plus grossière, l'influence de la déformation due au bruit s'affaiblit.

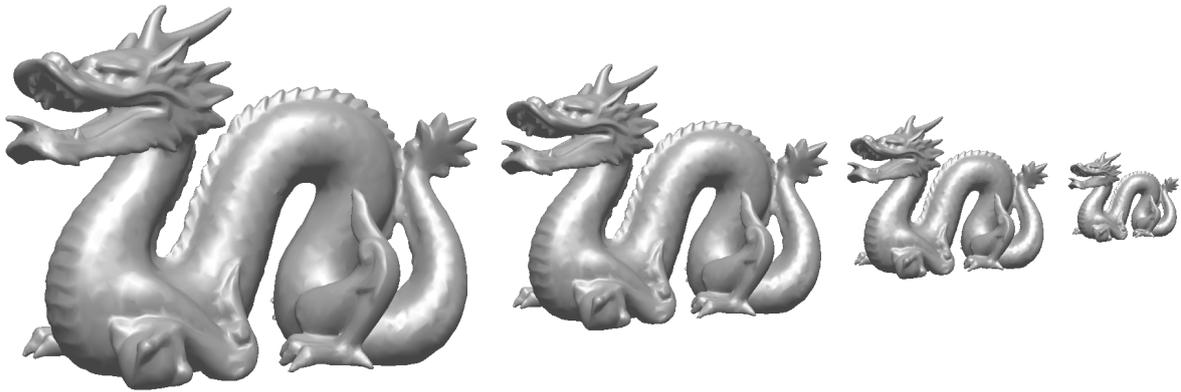


FIG. 5.2: Phénomène de disparition des détails sur l’objet Dragon de Stanford lors de l’augmentation de l’échelle d’analyse.

Il est donc nécessaire soit de connaître le bruit introduit par la numérisation pour déterminer l’échelle d’analyse la plus pertinente, soit d’effectuer plusieurs analyses à différentes échelles en aveugle, *i.e.* effectuer une analyse multi-échelle. Une fois l’analyse multi-échelle effectuée, les résultats des différentes échelles doivent être fusionnés pour déduire les « vraies » informations de forme et conclure sur le type de contour. Cette partie ne sera pas traitée dans ce manuscrit.

Lors de la numérisation, la résolution, ainsi que la distance de l’objet au scanner, ne sont pas forcément transmises ou enregistrées dans le fichier contenant le nuage de points ou le maillage. Cela renforce l’intérêt d’une analyse multi-échelle. Chaque échelle pourra être vue comme une analyse de l’objet effectuée à une certaine distance. En effet, quand on observe un objet de très près, tous les petits détails, et donc également le bruit, sont visibles. En observant le même objet à des distances de plus en plus importantes, les petits détails ainsi que le bruit deviennent imperceptibles (voir figure 5.2).

En définissant une boule d’analyse (ϵ – *ball*) de plus en plus grosse, les influences des petits détails et du bruit sont atténuées progressivement le long des échelles, compte tenu de l’augmentation de la quantité d’information contenue dans la fenêtre d’intérêt. Dans le but d’effectuer des analyses de plus en plus grossière, il est nécessaire de définir différents rayons d’analyse ϵ des boules inspectrices. Ils pourront être déterminés à partir du maillage lui-même. En effet, les dimensions des faces du maillage dépendent des positions des points les constituant et donc de la résolution du scanner utilisé lors de la numérisation et du bruit introduit par celui-ci. Les dimensions des plus petits et plus gros détails, *i.e.* les distances directes points/points ou encore les distances points/arêtes des faces vont donc contraindre les tailles des échelles à utiliser.

Dans la section suivante, nous décrivons l’application de l’opérateur SUSAN-3D à

l'analyse multi-échelle.

5.2 Extension multi-échelle de l'opérateur SUSAN-3D

Dans la section 3.3.4, nous avons présenté une distribution de l'échantillonnage de la boule osculatrice (ϵ -ball), par sphères concentriques. Chaque sphère concentrique peut être vue comme une approximation du V_{USAN} à une échelle donnée. En ajoutant le V_{USAN} de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière, on affine le volume des échelles les plus grossières.

Sur la figure 5.3, nous avons reporté l'application de SUSAN-3D sur un icosaèdre pour quatre échelles d'analyse différentes. Le calcul qui conduit aux quatre résultats a été effectué en une seule passe. La figure 5.3 (a) donne la réponse de l'opérateur en ne considérant que la sphère échantillonnée de plus faible rayon. Les figures 5.3 (b, c et d) donnent les réponses en considérant successivement les sphères de rayons supérieurs.

A titre comparatif, la figure 5.4 présente la réponse de l'opérateur de Stokely pour les mêmes échelles. On peut observer l'influence des points saillants sur ces mesures. En effet, l'opérateur de Stokely détecte principalement les coins. Les points crêtes sont nettement moins mis en valeur, comparativement aux résultats obtenus avec l'opérateur SUSAN-3D. De plus il est difficile de distinguer les points crêtes et les points plats situés près des points saillants sur les échelles les plus grossières. Des échelles les plus fines vers les échelles les plus grossières, l'influence des coins prévaut sur les informations des points crêtes (voir figure 5.4) pour l'opérateur de Stokely. Comparativement, les informations des échelles les plus fines sont préservées le long des échelles avec l'opérateur SUSAN-3D (voir figure 5.3) et les points crêtes et plats près des coins sont bien identifiés.

Enfin, l'algorithme de Stokely requiert quatre exécutions différentes avec quatre échelles ϵ , alors que l'opérateur SUSAN-3D ne requiert qu'une seule passe.

5.3 Automatisation des mesures et détermination des échelles d'analyse

Les paramètres pour l'analyse multi-échelle sont les largeurs $\epsilon_1, \dots, \epsilon_N$ des différentes ϵ -ball (boules d'inspection). Premièrement, l'utilisateur choisit le nombre d'échelles (N). Deuxièmement, le seul paramètre de l'opérateur SUSAN-3D est le rayon de l' ϵ -ball. Dans le cas d'une analyse multi-échelle, le rayon de l'échelle la plus fine doit être choisi avec attention, spécialement si le maillage à analyser est irrégulier et/ou bruité. En effet,

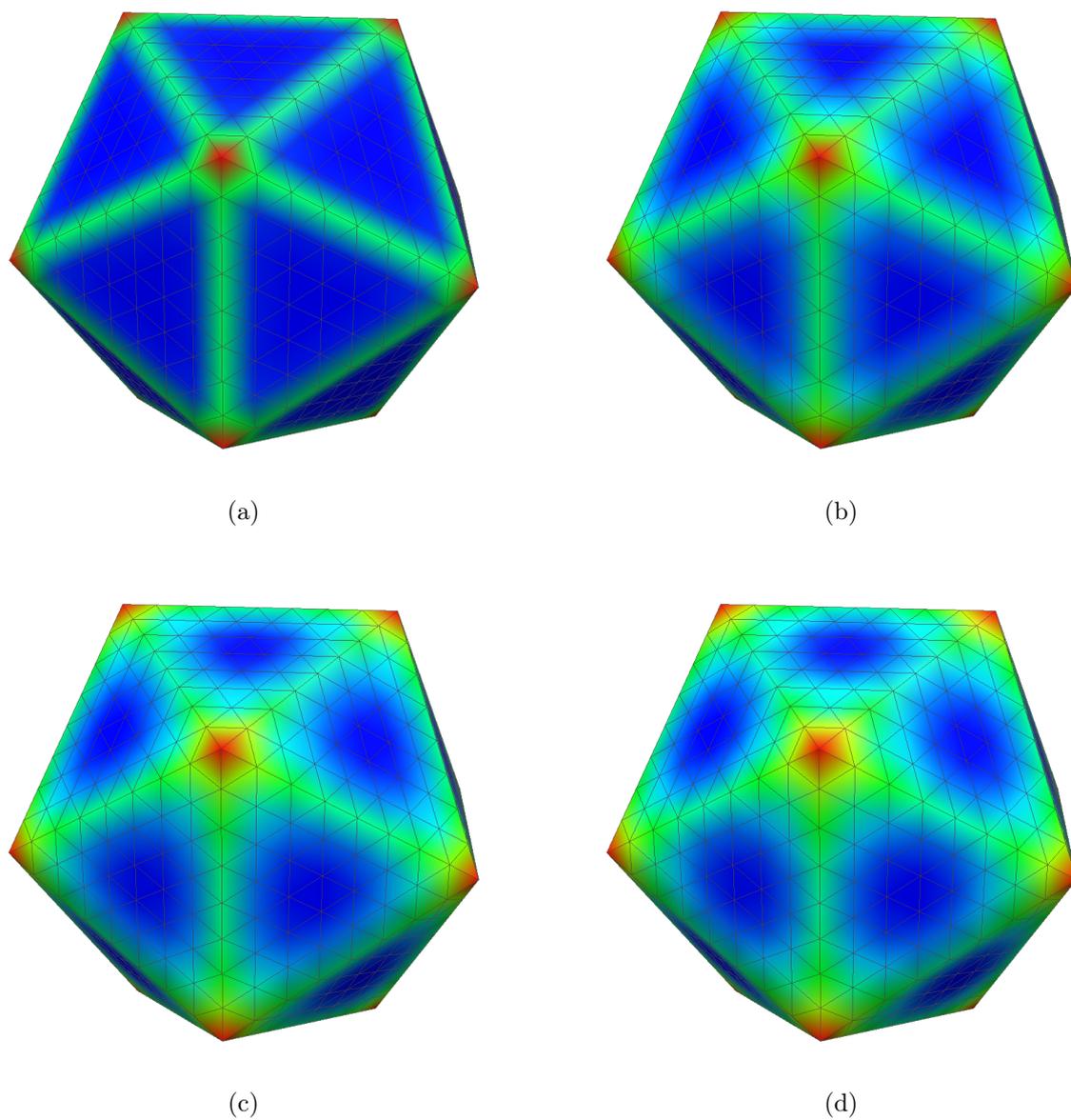


FIG. 5.3: Résultats de l'analyse d'un icosaèdre 642 points sur quatre échelles avec l'opérateur de SUSAN-3D.

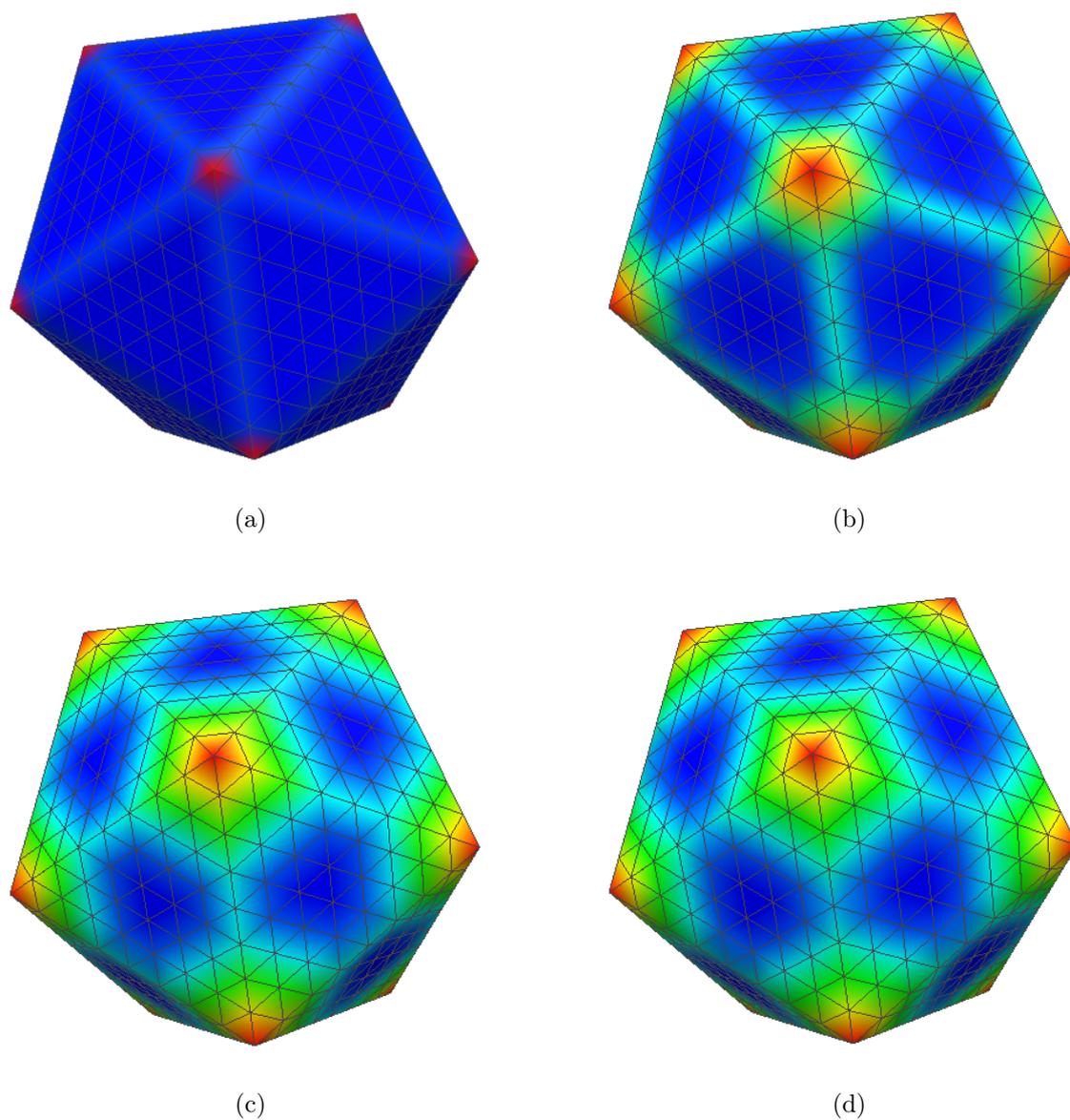


FIG. 5.4: Résultats de l'analyse d'un icosaèdre 642 points sur quatre échelles avec l'opérateur de Stokely.

si le rayon de l'échelle la plus fine est déterminé en fonction des plus petites faces du maillage, les échelles plus grossières ne donneront pas d'informations supplémentaires mais amèneront une redondance de l'information déduite de l'échelle la plus fine. De même, si le rayon de l'échelle la plus fine est déterminé en fonction des plus grosses faces du maillage, les petits détails ne seront pas correctement appréhendés par l'analyse.

C'est pourquoi nous avons proposé de choisir le rayon des différentes échelles en se basant sur la valeur de la médiane des distances point/point des voisins directs sur l'ensemble du maillage. Cette distance médiane est considérée comme le rayon de l'échelle la plus fine et comme distance de référence séparant les échelles. Par la suite, les échelles plus grossières sont régulièrement réparties en fonction de la valeur de la médiane. Cette stratégie permet une détermination automatique des rayons d'inspection $(\epsilon_1, \dots, \epsilon_N)$ sans aucune connaissance a priori sur le maillage. Pour des maillages pseudo-réguliers, ces échelles correspondent approximativement aux voisins directs, aux deux voisins, ..., N voisins. Pour des maillages irréguliers, la médiane peut être vue comme un compromis qui assure une inspection du maillage à une échelle ni trop fine ni trop grossière. La figure 5.5 illustre les distances médianes et les échelles, les plus fines et les plus grossières, obtenues pour des maillages pseudo-réguliers et irrégulier.

5.4 Résistance au niveau de bruit le long des échelles

Dans le but d'analyser la résistance au bruit de l'opérateur SUSAN-3D, différents niveaux de bruits blancs gaussiens ont été ajoutés à un plan. Les valeurs de saillance obtenues doivent tendre vers la valeur de référence $\overline{S_d} = 0.5$. Comme pour l'étude réalisée sur les sphères dans la section 4.2, la courbure est constante en chacun des points du maillage. Les différents bruits ainsi que les erreurs RMS relatives des opérateurs de Stokely et SUSAN-3D sont listés dans les tableaux 5.1, 5.2, 5.3 et 5.4. Ces tableaux, ainsi que les figures 5.6 et 5.7 présentent les erreurs RMS relatives mesurées avec quatre échelles d'analyse différentes.

Nous pouvons observer, sur la figure 5.6, pour les deux opérateurs, que plus la largeur d'échelle ϵ augmente, plus le bruit est régularisé. Comme les résultats obtenus en section 4.2.3, l'opérateur SUSAN-3D démontre une meilleure fiabilité en présence de bruit que l'opérateur de Stokely.

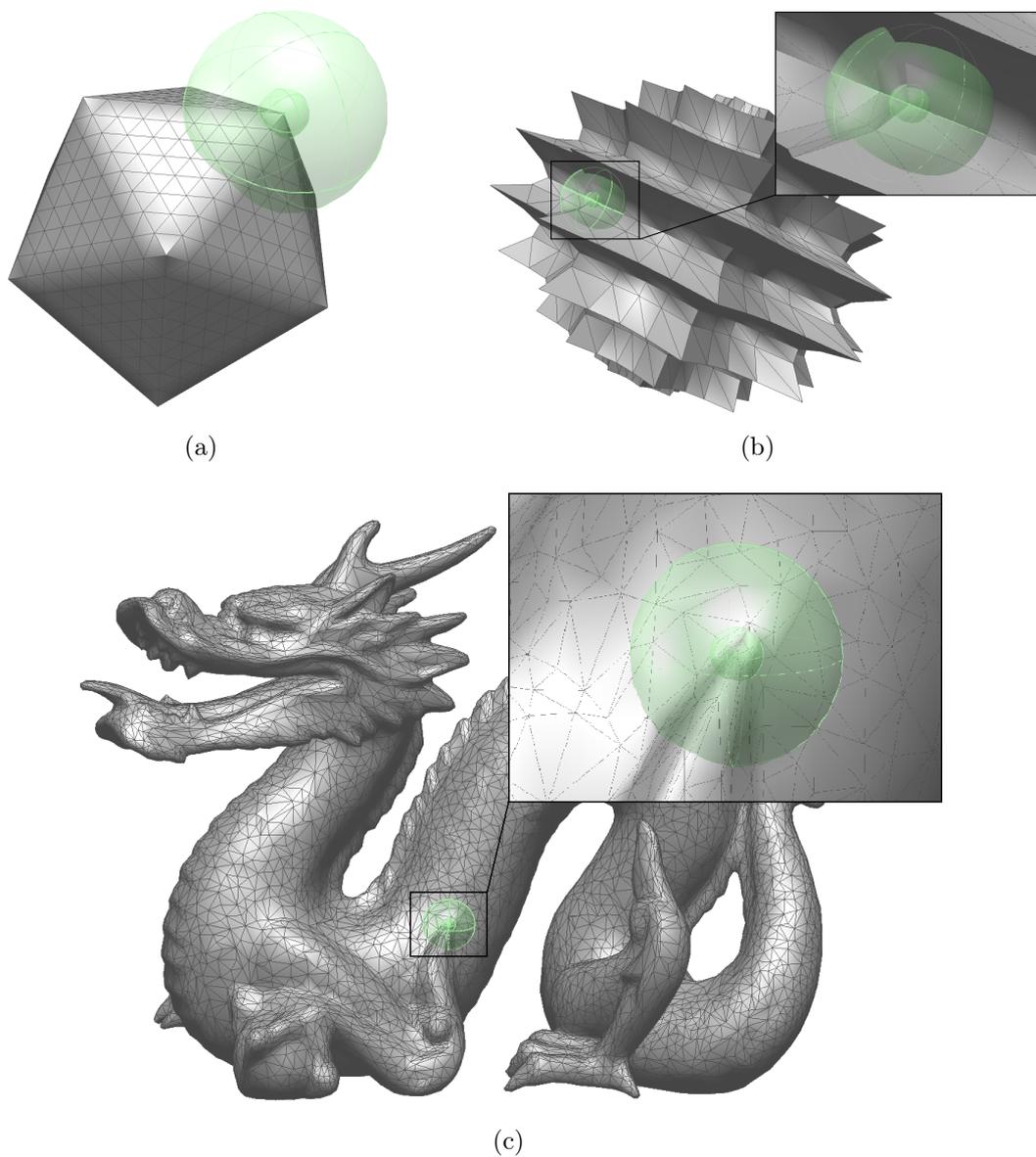


FIG. 5.5: Exemples d'échelles les plus fines et les plus grossières extraites sur un icosaèdre (642 points) avec un maillage pseudo-régulier (a), sur une supershape (1026 points) avec un maillage pseudo-régulier (b) et sur une version simplifiée du dragon de Stanford (12499 points) avec un maillage irrégulier (c).

Erreur RMS relatives en fonction de l'échelle pour un niveau de bruit $\sigma_b = 0.001$	ϵ	Stokely	SUSAN-3D
1	0.0502	0.658	0.00741
2	0.1	0.168	0.00496
3	0.151	0.074	0.00375
4	0.201	0.042	0.00306

TAB. 5.1: Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.001. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.

Erreur RMS relatives en fonction de l'échelle pour un niveau de bruit $\sigma_b = 0.002$	ϵ	Stokely	SUSAN-3D
1	0.0509	1.28	0.0148
2	0.102	0.328	0.0109
3	0.153	0.144	0.00854
4	0.203	0.082	0.007

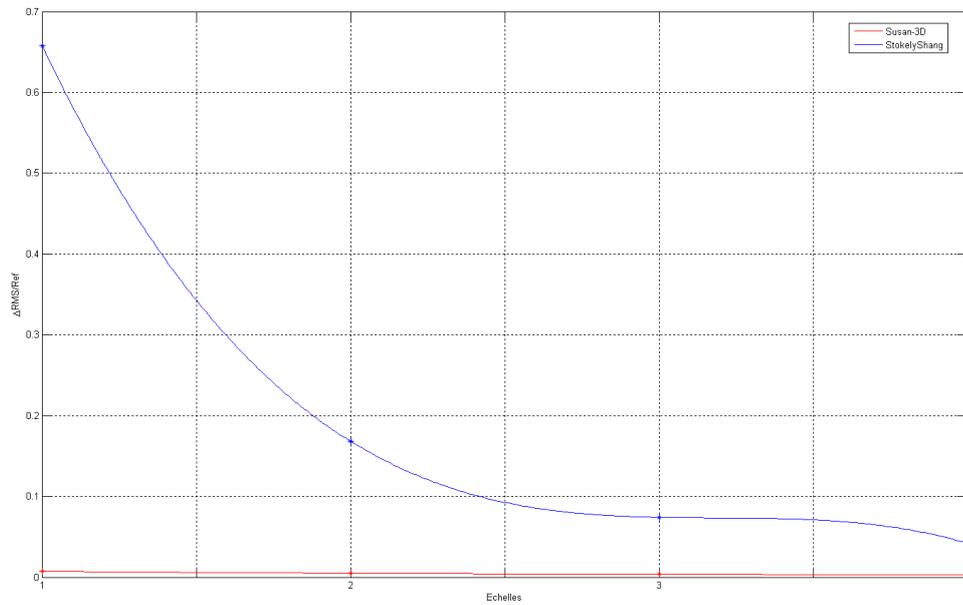
TAB. 5.2: Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.002. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.

Erreur RMS relatives en fonction de l'échelle pour un niveau de bruit $\sigma_b = 0.004$	ϵ	Stokely	SUSAN-3D
1	0.0533	2.356	0.0285
2	0.107	0.597	0.0211
3	0.16	0.263	0.017
4	0.213	0.149	0.0144

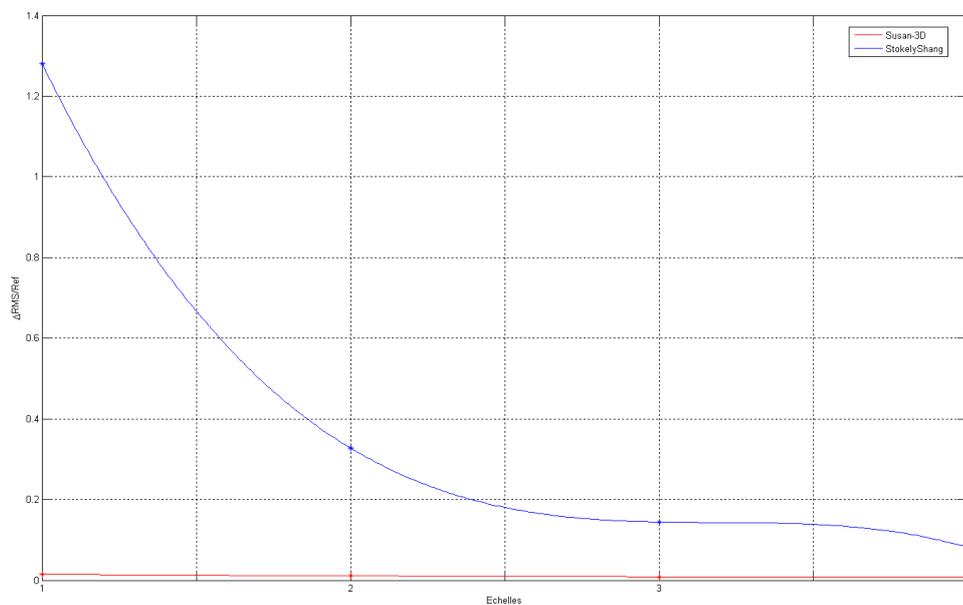
TAB. 5.3: Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.004. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.

Erreur RMS relatives en fonction de l'échelle pour un niveau de bruit $\sigma_b = 0.008$	ϵ	Stokely	SUSAN-3D
1	0.0623	3.643	0.0499
2	0.125	0.89	0.0367
3	0.187	0.393	0.0296
4	0.249	0.228	0.0252

TAB. 5.4: Erreurs RMS relatives obtenues sur le plan 1638 points avec un niveau de bruit de 0.008. Les ϵ listés représentent les rayons des différentes échelles.

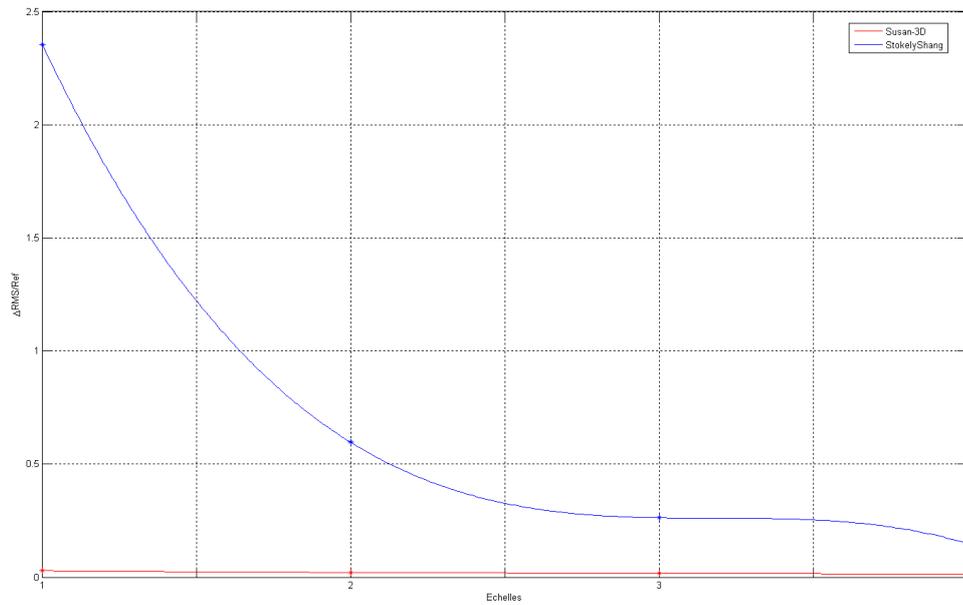


(a)

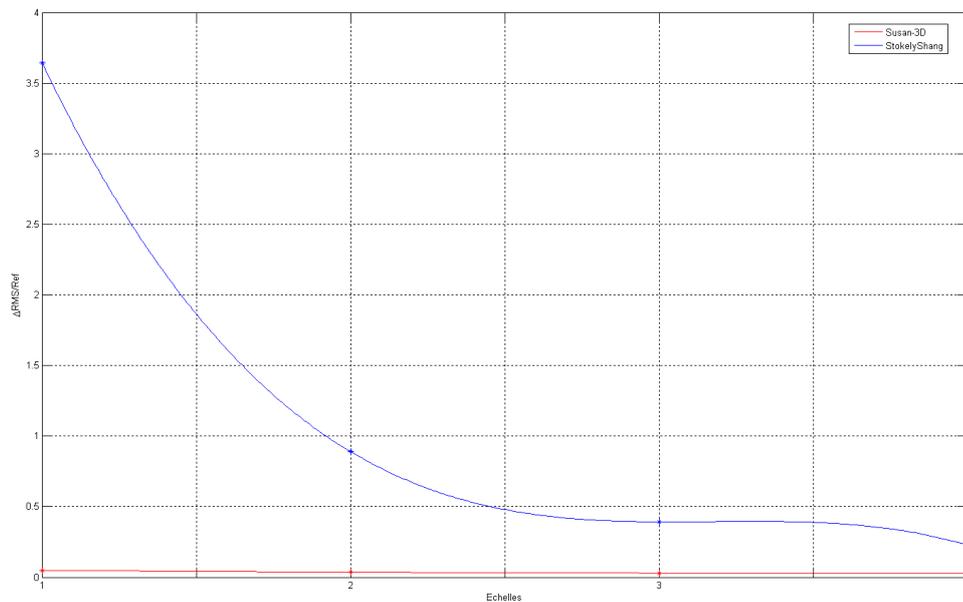


(b)

FIG. 5.6: Courbes de tendances des Erreurs RMS relatives des différents opérateurs, obtenues sur le plan 1638 points bruité avec un écart type de bruit de 0.001 (a), 0.002 (b). L'axe des abscisses représente les échelles par ordre croissant, de la plus fine, numéroté 1, à l'échelle la plus grossière, numéroté 4. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux 5.1 et 5.2). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 3.



(a)



(b)

FIG. 5.7: Courbes de tendances des Erreurs RMS relatives des différents opérateurs, obtenues sur le plan 1638 points bruité avec un écart type de bruit de 0.004 (a), 0.008 (b). L'axe des abscisses représente les échelles par ordre croissant, de la plus fine, numéroté 1, à l'échelle la plus grossière, numéroté 4. Les étoiles représentent les valeurs réelles des erreurs RMS relatives des opérateurs (voir tableaux 5.3 et 5.4). Les courbes de tendance ont été obtenues par approximation des erreurs RMS relatives par un polynôme d'ordre 3.

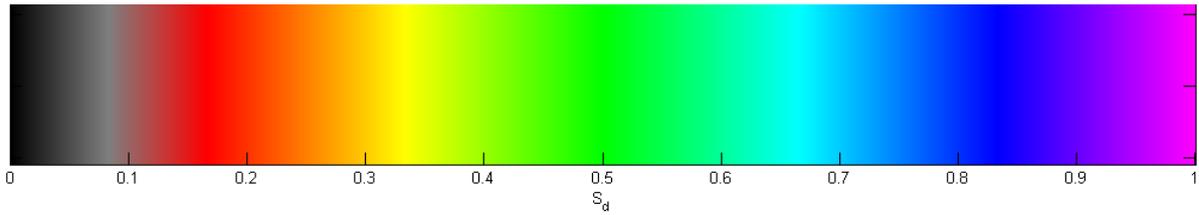


FIG. 5.8: Echelle de couleurs mise en place pour la représentation des degrés de saillance sur des objets non bruités.

5.5 Quelques résultats

Nous allons présenter dans cette partie quelques résultats d'extraction de \overline{S}_a multi-échelles, obtenus sur des objets synthétiques et numérisés. Nous utiliserons une échelle de couleurs pour représenter les mesures de saillances. L'échelle de couleur principale utilisée est présentée en figure 5.8. Cette échelle de couleur est bien adaptée et suffisante pour visualiser les détails des objets non bruités que nous allons présenter.

La figure 5.9 présente les résultats de caractérisation d'un objet synthétique de forme simple : un cube. Les arêtes saillantes sont bien détectées par l'opérateur SUSAN-3D. On peut également observer que ces arêtes restent bien mises en évidence le long des échelles, surtout pour les points près des coins.

La figure 5.10 présente les résultats de caractérisation d'un objet mécanique modélisé (CAO), une roue à ailettes, disponible sur internet sur le site : http://artist-3d.com/free_3d_models/07misc_items.php. Cet objet peut être téléchargé à l'adresse suivante : http://artist-3d.com/free_3d_models/uploads/03machinery-part.zip. On voit que sur ce type d'objet, l'apport de l'analyse multi-échelle est faible. La caractérisation permet tout de même d'identifier clairement les crêtes et points saillants caractéristiques de cet objet.

La figure 5.11 présente les résultats de caractérisation d'un objet mécanique modélisé (CAO), un boulon, disponible sur internet sur le site : http://artist-3d.com/free_3d_models/07misc_items.php. Cet objet peut être téléchargé à l'adresse suivante : http://artist-3d.com/free_3d_models/uploads/02screw-model3d.zip. La caractérisation permet d'identifier les parties les plus saillantes et creuses, comme sur le pas de vis, mais également les parties présentant moins de déformations, comme les bords des chanfreins en début et fin du pas de vis. On voit également que l'opérateur régularise bien le petit chanfrein sous la tête du boulon dans les échelles plus grossières.

La figure 5.12 présente les résultats de caractérisation d'un objet réel numérisé, classique en traitement et analyse de maillage : Le Dragon de Stanford. Il s'agit ici d'un modèle simplifié de 12499 points. Cet objet est intéressant car le maillage est irrégulier et

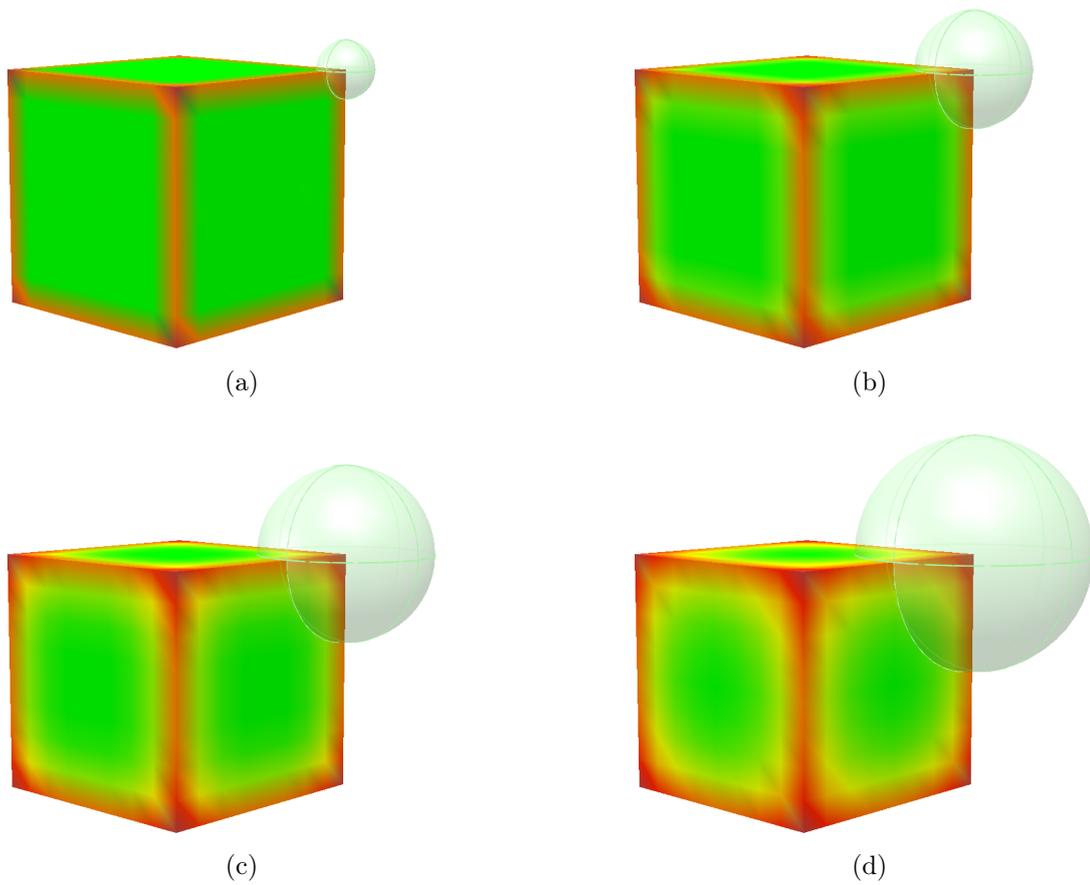


FIG. 5.9: Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique de cube. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

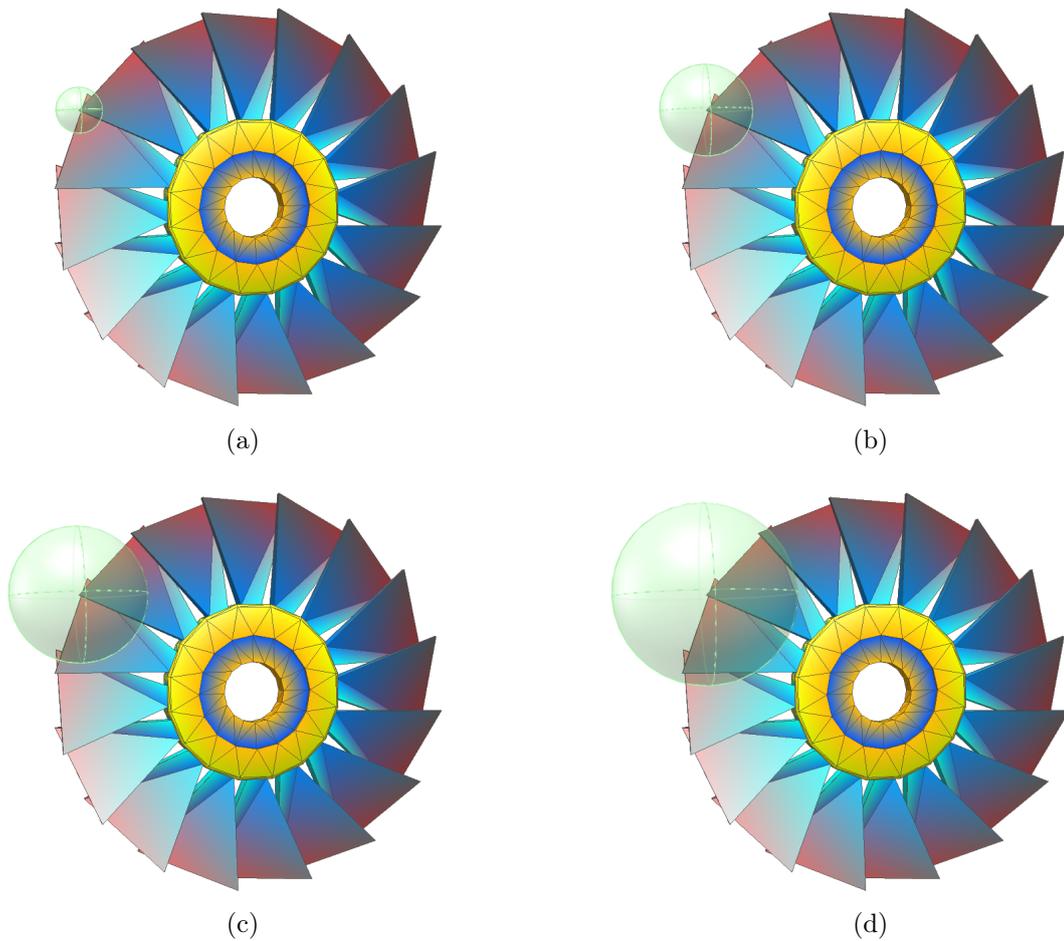


FIG. 5.10: Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique (CAO) de roue à ailettes. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

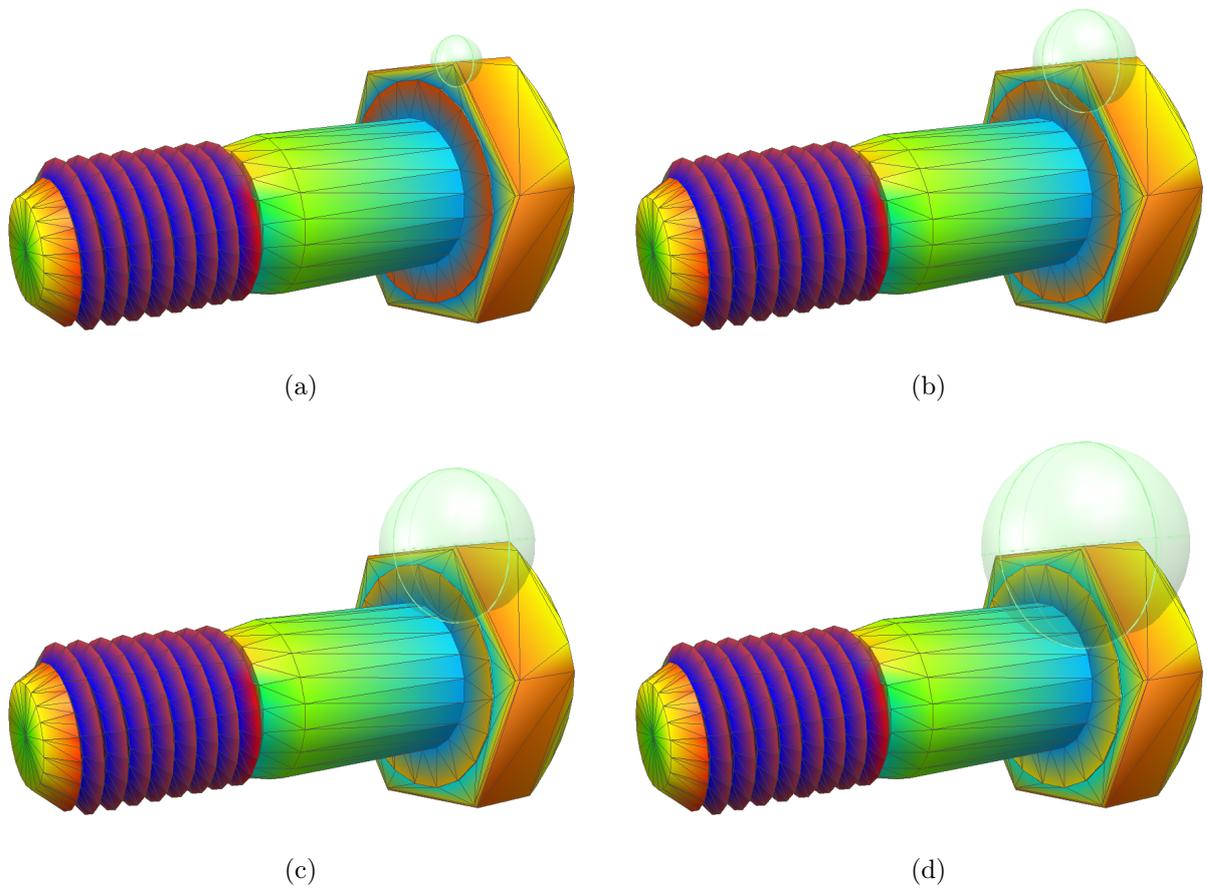


FIG. 5.11: Résultats d'extractions \overline{S}_d , d'une analyse multi-échelle d'un modèle synthétique (CAO) d'un boulon. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

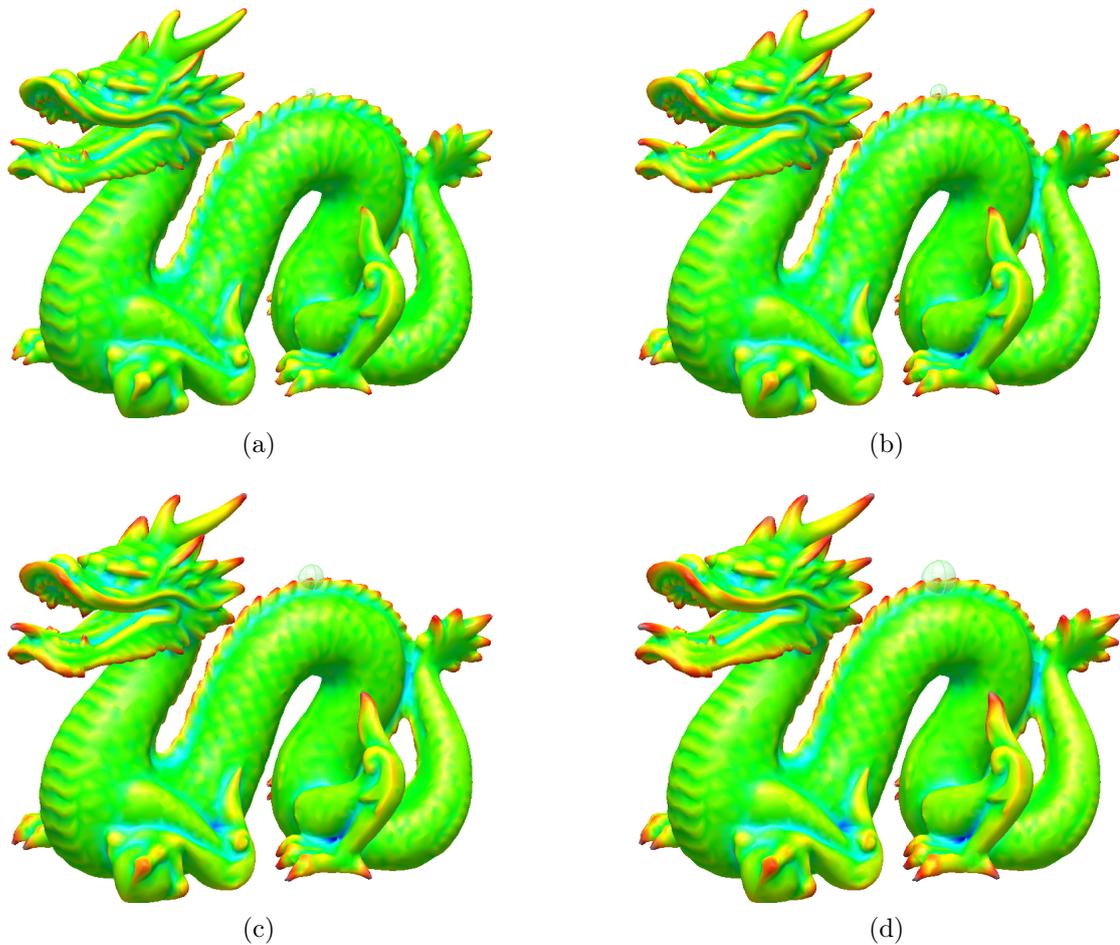


FIG. 5.12: Résultats d'extractions $\overline{S_d}$, d'une analyse multi-échelle du Dragon de Stanford simplifié. Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

contient de nombreux reliefs, de petites et grandes dimensions. On peut observer que les écailles, bien détectées sur l'échelle la plus fine (en jaune), sont beaucoup plus atténuées sur l'échelle la plus grossière. On voit également sur les cornes, contours de grande dimension sur l'objet, que la zone saillante (en rouge) augmente le long des échelles. Ces deux exemples montrent la capacité de l'opérateur SUSAN-3D à régulariser les petites variations et à augmenter les zones d'influence des contours de grande dimension dans les échelles plus grossières.

Les figures 5.14 et 5.15 présentent les résultats de caractérisation d'un objet réel numérisé au laboratoire : un silex. Il s'agit d'une pièce de musée qui a été numérisée et analysée pour aider les archéologues à affiner leur compréhension du processus de fabrication [117]. L'intérêt d'analyser cet objet est qu'il présente un maillage irrégulier



FIG. 5.13: Echelle de couleurs mise en place pour la représentation des degrés de saillance du silex, objet bruité. Le rouge représentant le minimum de degré de saillance et le bleu le maximum à une échelle donnée.

avec des contours francs. La surface arrière de l'objet (figure 5.14) présente des variations importantes, assimilables à du bruit qui est bien atténué à mesure que l'échelle d'analyse augmente. Afin de mieux visualiser les résultats et apprécier les variations de mesure, les valeurs de saillance extraites ont été égalisées sur une nouvelle échelle de couleur. La figure 5.13 présente l'échelle de couleur utilisée pour représenter les valeurs de saillance. Malheureusement, nous ne pouvons pas fournir de référence de saillance pour chacune des couleurs, les valeurs minimum et maximum variant d'une échelle à l'autre.

Notre but ici est de montrer la capacité de notre opérateur à régulariser le bruit tout en conservant une bonne caractérisation des contours. On peut ainsi apprécier la régularisation du bruit sur les deux faces du silex le long des échelles. On voit clairement que son influence est atténuée d'autant plus que l'échelle d'analyse augmente. On peut également remarquer que la surface avant présente des contours de grande dimension, mais moins saillants que ceux du bord du silex. Ces contours sont bien détectés le long des échelles, surtout celui en bas à droite, qui s'atténue progressivement vers le coin du silex. La caractérisation montre ce phénomène sur les échelles trois et quatre, la mesure donnant moins d'importance aux points près du coin. Le contour reste tout de même bien détecté.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une approche d'analyse multi-échelle sans connaissances a priori des maillages. La stratégie d'échantillonnage développée et retenue au chapitre 3 est apparue parfaitement adaptée à ce type d'analyse. Ainsi, en une seule passe de calcul, il est possible d'obtenir une analyse à plusieurs échelles, là où l'opérateur de Stokely nécessite plusieurs passes. L'étude, effectuée en présence de bruit, a confirmé la supériorité de l'opérateur SUSAN-3D par rapport à l'opérateur de Stokely. Finalement, l'opérateur SUSAN-3D a montré que l'information déduite sur l'échelle la plus fine était préservée le long des échelles et jusqu'à l'échelle la plus gros-

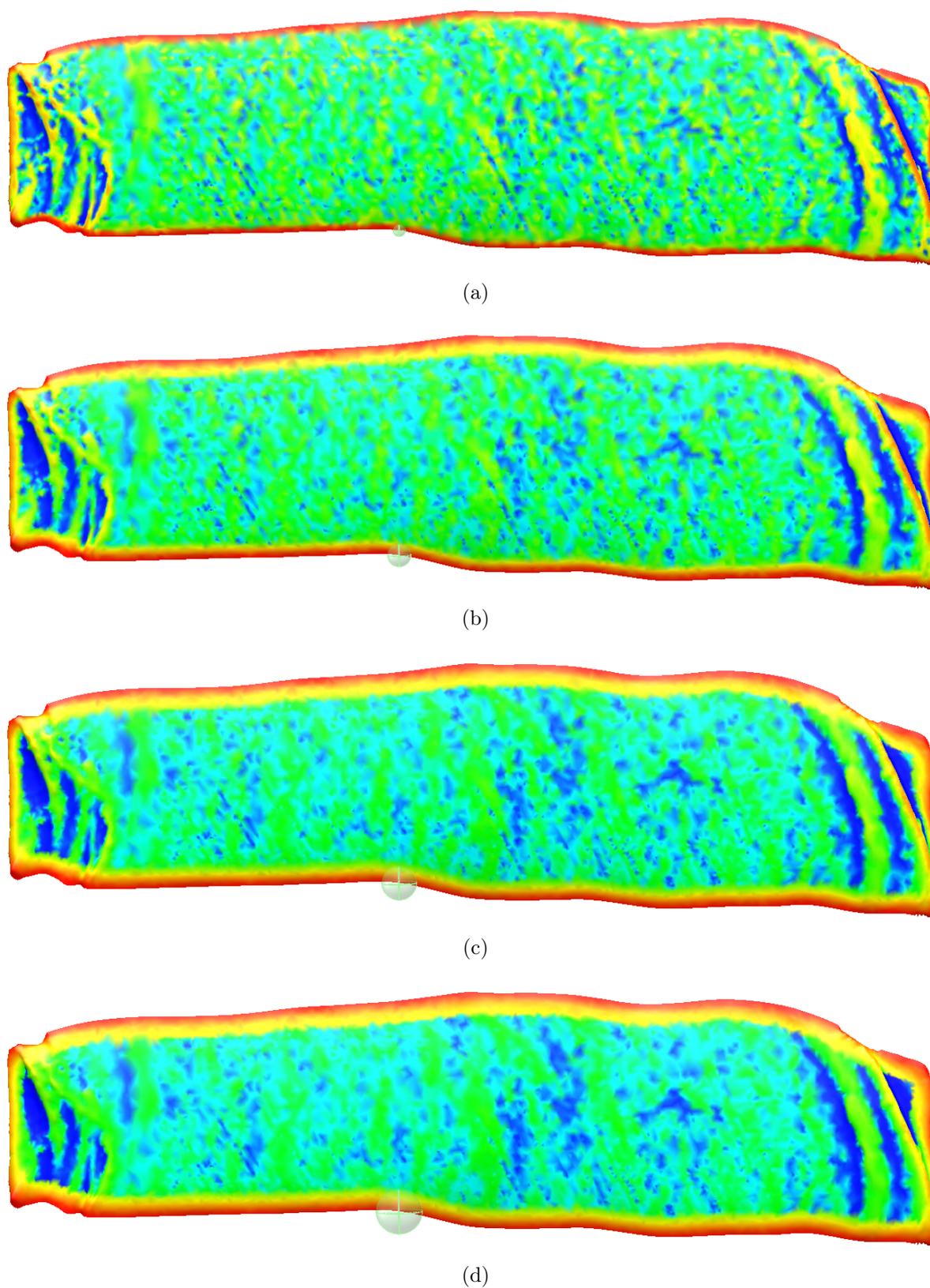


FIG. 5.14: Résultats d'extractions $\overline{S_d}$, d'une analyse multi-échelle d'un silex (face arrière). Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

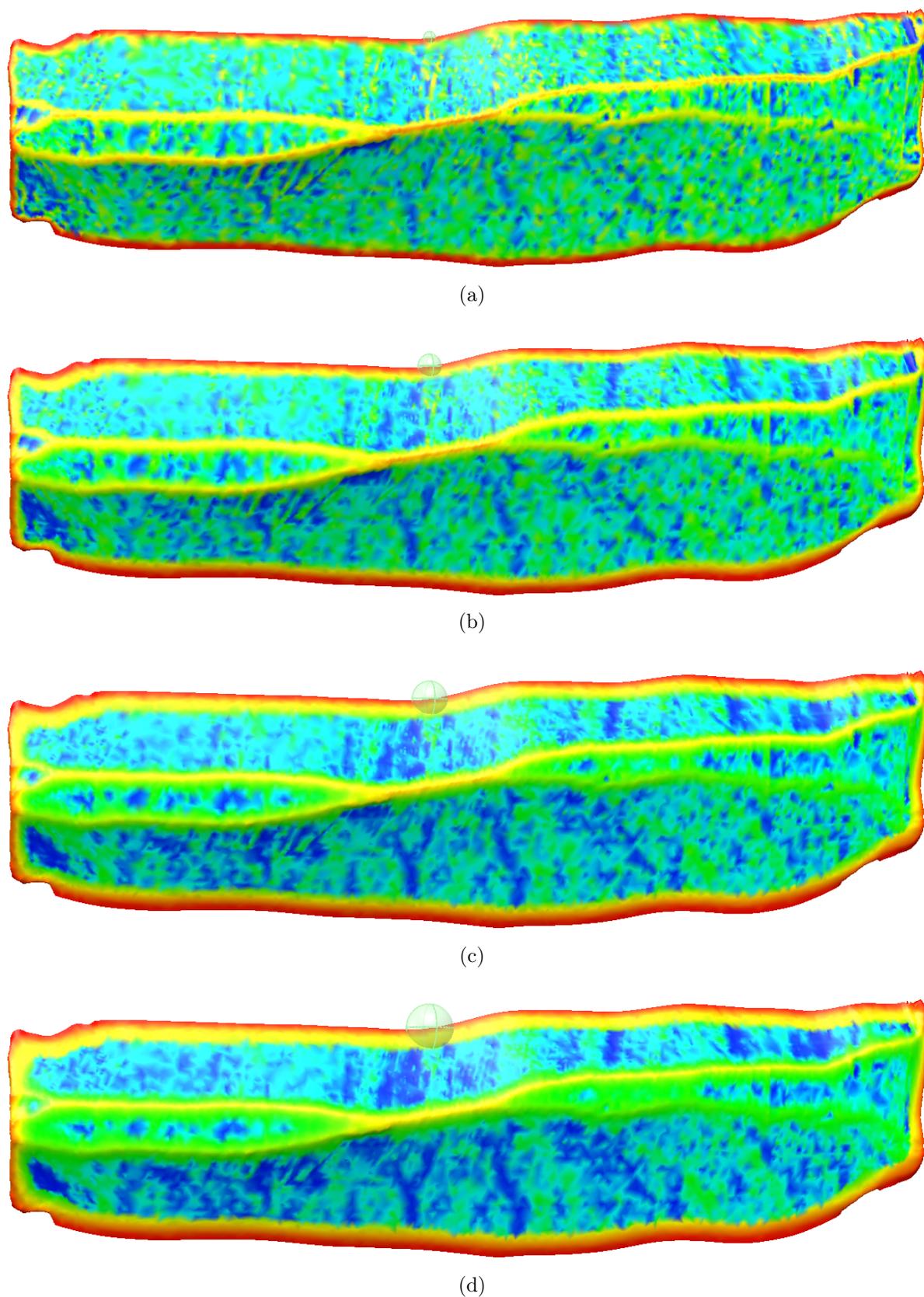


FIG. 5.15: Résultats d'extractions $\overline{S_d}$, d'une analyse multi-échelle d'un silex (face avant). Quatre échelles d'analyse sont présentées, de l'échelle la plus fine à l'échelle la plus grossière (a,b,c,d), respectivement. Les sphères vertes représentent les échelles d'analyse.

sière. Par conséquent, la présence d'un point saillant (bruit ou non) influencera moins l'information des points voisins aux échelles les plus grossières. Lors des tests sur des objets synthétiques (CAO), il est apparu que l'analyse multi-échelle ne produisait pas de grands changements dans les résultats. Il sera judicieux d'étudier une répartition des échelles différente pour ce genre d'objet, par exemple une répartition géométrique des échelles, couramment utilisée dans le domaine de l'analyse multi-résolution.

Lors des analyses sur des objets réels (Dragon de Stanford et silex), certains points détectés comme saillants à l'échelle la plus fine ne le sont pas aux échelles plus grossières. Il sera également intéressant de rechercher un critère de localisation des contours 3D, basé par exemple sur la variation des valeurs et directions de saillance le long des échelles. Cette mesure de localisation, comme celle établie par Canny pour le 2D permettra, par exemple, de valider la présence et la position d'un contour lors d'une segmentation. Elle pourra également permettre l'extraction de caractéristiques principales pour la reconnaissance rapide d'objets ou de scènes.

Chapitre 6

Conclusion

Dans le domaine de l'analyse de maillages et plus précisément en ce qui concerne la détection et la caractérisation de points d'intérêt, l'évaluation de la courbure est couramment utilisée. Tout au long de cette thèse, nous avons montré les limitations de la mesure de courbure aux points non-différentiables. Sur ce type de contour spécifique, la courbure évaluée dépend fortement de la densité du maillage, de la configuration des mailles (régulières ou irrégulières) et n'a pas grande signification. De plus, la mesure de courbure est d'autant plus difficile que la surface inspectée est peu dense.

Les méthodes de mesure de courbure introduites dans l'état de l'art 3D présentent toutes des difficultés, voir des impossibilités de mesure sur des contours francs ou des maillages peu denses. Les méthodes TCM, limitées au voisinage direct, sont sensibles au bruit, fortement dépendantes à la configuration des mailles ainsi qu'à la densité du maillage. Les méthodes CFM et SFM sont assez similaires, moins sensibles au bruit que les TCM, ne dépendent pas de la configuration des mailles mais, comme nous l'avons souligné dans le chapitre 4, rencontrent des difficultés, voir des impossibilités de mesure quand le maillage est peu dense. Les méthodes « Feature Sensitive » et « Integral Invariant » rencontrent les mêmes difficultés que les CFM et SFM. Les méthodes « Feature Sensitive » et « Integral Invariant » apportent tout de même une amélioration au niveau de la robustesse au bruit, puisque la courbure est calculée par intégration. Sur les contours francs de type arête, la mesure « Feature Sensitive » dépend de la courbure de chaque portion de surface formant l'arête, ainsi que de l'angle entre ces deux surfaces. La mesure ne dépend plus uniquement de la courbure. Les auteurs ne traitent pas le cas des coins, où le nombre de surfaces formant ce coin rend le calcul trop complexe. De plus, les mesures sont toujours fortement dépendantes de la densité du maillage.

La solution mise en avant par la plupart des auteurs pour résoudre le cas des surfaces peu denses, ou des contours francs (non-différentiable) est le remaillage. Cependant,

celui-ci peut introduire une déformation au niveau des zones discontinues ou requiert un certain nombre de paramètres qui doivent être fixés manuellement par l'utilisateur.

La problématique principale de cette thèse est la mesure automatique sur des objets manufacturés ou usinés. Sur ce genre d'objet réel, on trouve un grand nombre de contours francs. Le maillage de sortie n'est pas toujours dense, suivant la technique de numérisation employée et souvent bruité. De même, que le maillage soit dense ou non, des contours francs peuvent toujours être présents.

Nous inspirant d'un opérateur non-linéaire 2D SUSAN, nous avons décrit l'opérateur SUSAN-3D et montré l'intérêt de sa mesure (la saillance) pour la caractérisation des contours francs. L'intérêt de la méthode proposée est que celle-ci est capable de mesurer tous les types de contours, sans aucune dépendance à la densité ou la régularité du maillage. En effet, l'opérateur ré-échantillonne localement l'espace autour du point d'inspection et caractérise en une seule valeur la géométrie de la forme (sa convexité ou concavité). La courbure quant à elle doit être complétée d'une étude de signe pour interpréter la forme. Le degré de saillance est une mesure adaptée à la caractérisation de forme, qui conserve la même signification que le contour soit différentiable ou non-différentiable et dont la représentation peut être dense ou non. De plus, l'extension multi-échelle mise en place permet à l'opérateur SUSAN-3D de régulariser le bruit au cours de l'analyse. La détermination automatique des rayons d'inspection permet l'analyse de maillages sans connaissance a priori sur l'objet ou la scène analysée. L'opérateur SUSAN-3D est un outil automatique dédié à la caractérisation de forme, adapté à une mesure générale de numérisations réels d'objets ou de scènes décrits par un maillage régulier ou non et dense ou non. Nous avons évalué sa précision au cours de deux études en comparant ses résultats à ceux de deux opérateurs : celui de Meyer et de Stokely. Ces études nous ont permis d'analyser ses performances en présence de maillages réguliers ou irréguliers, denses ou non et bruités ou non. Les résultats présentés montrent une nette amélioration de la caractérisation des surfaces peu denses et des contours francs, de type arête ou coin. Les mesures de saillance restent également cohérentes sur les surfaces densément décrites. Cette mesure permet donc un traitement efficace pour, par exemple, réduire la représentation (simplification), segmenter le maillage ou filtrer le bruit. L'opérateur SUSAN-3D est un opérateur générique et autonome pour l'analyse de maillages.

Ces travaux ont donné lieu à quatre communications dans des conférences internationales [105, 112, 109, 113] et à une communication lors d'une journée thématique organisée par le GDR-ISIS¹.

¹Groupement De Recherche : Information, Signal, Images et viSion

Actuellement, l'écriture de deux publications revues est en cours. La première résumera les travaux effectués au cours de cette thèse sur l'analyse des maillages. La seconde portera sur la normalisation de l'opérateur SUSAN pour le traitement des images et son application au matching, dans une architecture embarquée (robot Tino), pour la reconstruction 3D automatique de son environnement et sa navigation.

Les futurs travaux se focaliseront sur la recherche d'un critère de localisation des contours en 3D. Ce critère permettra de valider la présence et la position d'un contour le long des échelles. Il pourra également servir à l'extraction de caractéristiques principales pour la reconnaissance rapide d'objets ou de scènes. Nos travaux s'orienteront également vers la recherche d'une méthode de calcul de l'intersection boule inspectrice/surface plus performante, ainsi que sur une extraction des valeurs principales de saillance plus précises.

Bibliographie

- [1] Olivier MOREL, Christophe STOLZ, Patrick GORRIA et Ralph SEULIN : Eclairage sectorisé pour la reconstruction tridimensionnelle par imagerie polarimétrique, 2005. [1](#)
- [2] Rindra RANTOSON, Fabrice MERIAUDEAU, David FOFI et Christophe STOLZ : 3d reconstruction process exploiting fluorescence emitted by transparent object surface under uv laser irradiation, 2009. [1](#)
- [3] Olivier AUBRETON, Aytul ERÇIL, Gonen EREN, David FOFI, Fabrice MERIAUDEAU, Luis Alonzo SANCHEZ SECADES et Frédéric TRUCHETET : 3d scanner based on scanning from heating, 2009. [1](#)
- [4] Yohan FOUGEROLLE, A. GRIBOK, Sebti FOUFOU, Frédéric TRUCHETET et Mongi ABIDI : Boolean operations with implicit and parametric representation of primitives using r-functions. *IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics*, 11 (5):529–539, 2005. [1](#)
- [5] Michaël ROY, Sebti FOUFOU, Andreas KOSCHAN, Frédéric TRUCHETET et Mongi ABIDI : Multiresolution analysis for meshes with appearance attributes. *In IEEE International Conference on Image Processing*, 2005. [1](#)
- [6] C. SCHMID, R. MOHR et C. BAUCKHAGE : Evaluation of interest point detectors. *International Journal of Computer Vision*, 37(2):151–172, 2000. [6](#)
- [7] H. ASADA et M. BRADY : The curvature primal sketch. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(1):2–14, 1986. [6](#)

- [8] F. MOKHTARIAN et A. MACKWORTH : Scale-based description and recognition of planar curves and two-dimensional shapes. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(1):34–43, 1986. 6
- [9] G. MEDIONI et Y. YASUMOTO : Corner detection and curve representation using cubic b-splines. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 39:267–278, 1987. 6
- [10] R. HORAUD, T. SKORDAS et F. VEILLON : Finding geometric and relational structures in an image. *In Proceedings of the 1st European Conference on Computer Vision*, 1990. 6
- [11] E. SHILAT, M. WERMAN et Y. GDALYAHU : Ridge’s corner detection and correspondence. *In Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997. 6
- [12] F. MOKHTARIAN et R. SUOMELA : Robust image corner detection through curvature scale space. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(12):1376–1381, 1998. 6
- [13] A. PIKAZ et I. DINSTEIN : Using simple decomposition for smoothing and feature point detection of noisy digital curves. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(8):808–813, 1994. 6
- [14] K. ROHR : Recognizing corners by fitting parametric models. *International Journal of Computer Vision*, 9(3):213–230, 1992. 6
- [15] R. DERICHE et T. BLASZKA : Recovering and characterizing image features using an efficient model based approach. *In Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1993. 6
- [16] S. BAKER, S. NAYAR et H. MURASE : Parametric feature detection. *International Journal of Computer Vision*, 27(1):27–50, 1998. 6
- [17] L. PARIDA, D. GEIGER et R. HUMMEL : Junctions : Detection, classification, and reconstruction. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(7):687–698, 1998. 6
- [18] C. HARRIS et M. STEPHENS : A combined corner and edge detector. *In Alvey Vision Conference*, 1988. 6
- [19] H. P. MORAVEC : Towards automatic visual obstacle avoidance. *In Proceedings of the 5th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1977. 6
- [20] S. BEAUDET : Rotationally invariant image operators. *In Proceedings of the 4th International Joint Conference on Pattern Recognition*, 1978. 6

- [21] L. KITCHEN et A. ROSENFELD : Gray-level corner detection. *Pattern Recognition letters*, 1:95–102, 1982. 6
- [22] L. DRESCHLER et H. H. NAGEL : Volumetric model and trajectory of a moving car derived from monocular tv frame sequences of a street scene. *Computer Graphics and Image Processing*, 20:199–228, 1982. 6
- [23] W. FÖRSTNER et E. GÜLCH : A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features. *In Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data*, 1987. 6
- [24] W. FÖRSTNER : A framework for low level feature extraction. *In Proceedings of the 3rd European Conference on Computer Vision*, 1994. 6
- [25] C. TOMASI et T. KANADE : Detection and tracking of point features. Rapport technique, Carnegie Mellon University, 1991. 6
- [26] F. HEITGER, L. ROSENTHALER, R. von der HEYDT, E. PETERHANS et O. KUEBLER : Simulation of neural contour mechanism : from simple to end-stopped cells. *Vision Research*, 32(5):963–981, 1992. 6
- [27] J. COOPER, S. VENKATESH et L. KITCHEN : Early jump-out corner detectors. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(8):823–833, 1993. 6
- [28] D. REISFELD, H. WOLFSON et Y. YESHURUN : Context-free attentional operators : The generalized symmetry transform. *International Journal of Computer Vision*, 14:119–130, 1995. 6
- [29] R. LAGANIÈRE : Morphological corner detection. *In Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision*, 1998. 6
- [30] Stephen M. SMITH et J. Michael BRADY : Susan - a new approach to low level image processing. *International Journal of Computer Vision*, 23(1):45–78, 1997. 6, 22, 30, 31
- [31] A. HUBELI et M. GROSS : A survey of surface representations for geometric modeling. Rapport technique, ETH Zürich, 2000. 7
- [32] V. KOIVUNEN et R. BAJCSY : *Spline representations in 3D vision*. Springer, 1995. 7
- [33] L. PIEGL et W. TILLER : *The NURBS Book. (2nd Ed.)*. Springer, 1997. 7
- [34] E. E. CATMULL et J. H. CLARK : Recursively generated b-spline surfaces on topological meshes. *Computer Aided Design*, 19:350–355, 1978. 7

- [35] N. DYN, D. LEVINE et J. A. GREGORY : A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control. *ACM Transaction on Graphics*, 9 (2):160–169, 1990. 7
- [36] L. KOBBELT : $\sqrt{3}$ -subdivision. In *International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 2000. 7, 13
- [37] C. M. HOFFMANN : *Geometric and Solid Modeling : An Introduction*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1989. 7
- [38] A. E. KAUFMAN : The CUBE workstation : a 3-d voxel-based graphics environment. *The Visual Computer*, 4 (4):210–221, 1988. 7
- [39] D. J. MEAGHER : Geometric modeling using octree encoding. *Computer Graphics and Image Processing*, 19 (2):129–147, 1982. 7
- [40] W. E. LORENSEN et H. E. CLINE : Marching cubes : A high resolution 3d surface construction algorithm. *Computer Graphics*, 21 (4):163–169, 1987. 7, 14
- [41] A. HILTON, A. STODDART, J. ILLINGWORTH et T. WINDEATT : Marching triangles : range image fusion for complex object modeling. In *IEEE International Conference on Image Processing*, pages 381–384, 1996. 8
- [42] C. ZHANG et T. CHEN : Efficient feature extraction for 2d/3d objects in mesh representation. In *IEEE International Conference on Image Processing*, 2001. 10, 50
- [43] P. ALLIEZ, E.C. de VERDIRE, O. DEVILLERS et M. ISENBURG : Isotropic surface remeshing. In *IEEE International Conference on Shape Modeling*, 2003. 13, 15
- [44] Mario BOTSCH, Christian RÖSSL et Leif KOBBELT : Feature sensitive sampling for interactive remeshing. *Proceedings of Vision, Modeling, and Visualization*, 1:129–136, 2000. 13, 14
- [45] Gabriel PEYRE et D. Laurent COHEN : Geodesic remeshing using front propagation. *International Journal of Computer Vision*, 69(1):145–156, 2006. 14, 15
- [46] Yu-Kun LAI, Qian-Yi ZHOU, Shi-Min HU, Johannes WALLNER et Helmut POTTMANN : Robust feature classification and editing. *IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics*, 13(1):34–45, 2007. 14, 17, 20, 25, 30, 56
- [47] Mark MEYER, Mathieu DESBRUN, Peter SCHRÖDER et Alan H. BARR : Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds. In *International Workshop on Visualization and Mathematics (VisMath)*, pages 35–57. Springer-Verlag, 2002. 16, 17, 23, 26, 30, 48, 62, 63, 84

- [48] U. CLARENZ, M. RUMPF et A. TELEA : Robust feature detection and local classification for surfaces based on moment analysis. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(5):516–524, 2004. [16](#), [17](#), [24](#), [25](#), [30](#), [49](#), [51](#)
- [49] M. P. do CARMO : *Differential geometry of curves and surfaces*. Prentice Hall, 1976. [17](#)
- [50] Christian RÖSSL, Leif KOBELT et Hans-peter SEIDEL : Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. *In American Association for Artificial Intelligence*, pages 71–75, 2000. [17](#)
- [51] H. POTTMANN, J. WALLNER, Q-X. HUANG et Y-L. YANG : Integral invariants for robust geometry processing. *Elsevier Science Publishers B. V.*, 26(1):37–60, 2009. [17](#), [21](#), [25](#), [29](#), [30](#), [41](#), [49](#)
- [52] H. POTTMANN, J. WALLNER, Y-L. YANG, Y-K. LAI et Hu S-M. : Principal curvatures from the integral invariant viewpoint. *Elsevier Science Publishers B. V.*, 24(8-9):428–442, 2006. [17](#), [25](#), [29](#), [30](#), [41](#), [49](#)
- [53] Marc FOURNIER, Jean-Michel DISCHLER et Dominique BECHMANN : 3d distance transform adaptive filtering for smoothing and denoising triangle meshes. *In International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pages 407–416, New York, NY, USA, 2006. ACM. [17](#), [21](#), [26](#), [50](#)
- [54] Pierre KRAEMER, Marc FOURNIER et Dominique BECHMANN : Surface reconstruction : 3d mesh filtering with feature preserving bi-adaptive algorithms. *In IEEE International Conference on Signal Image Technology and Internet Based Systems*, pages 466–473, Washington, DC, USA, 2008. IEEE Computer Society. [17](#), [22](#)
- [55] X. SUN, P. L. ROSIN, R. R. MARTIN et F. C. LANGBEIN : Fast and effective feature-preserving mesh denoising. *IEEE Transaction on Visualisation and Computer Graphics*, 13(5):925–938, 2007. [17](#), [25](#)
- [56] Zhihong MAO, Lizhuang MA, Mingxi ZHAO et Xuezhong XIAO : Susan structure preserving filtering for mesh denoising. *International Journal of Computer Graphics*, 22(4):276–284, 2006. [17](#), [22](#)
- [57] U. CLARENZ, M. GRIEBEL, M. RUMPF, M. A. SCHWEITZER et A. TELEA : Feature sensitive multiscale editing on surfaces. *International Journal of Computer Graphics*, 20(5):329–343, 2004. [17](#), [23](#), [24](#), [30](#), [49](#)
- [58] U. CASTELLANI, M. CRISTANI, S. FANTONI et V. MURINO : Sparse points matching by combining 3d mesh saliency with statistical descriptors. *Computer Graphics Forum, EUROGRAPHICS*, 27(2):643–652, 2008. [18](#)

- [59] M. R. RUGGERI, G. PATANE, M. SPAGNUOLO et D. SAUPE : Spectral-driven isometry-invariant matching of 3d shapes. *International Journal of Computer Vision*, Springer Netherlands:1–18, 2009. 18
- [60] G. ZOU, J. HUA, M. DONG et H. QIN : Surface matching with salient keypoints in geodesic scale space. *Computer Animation and Virtual Worlds*, 19(3-4):399–410, 2008. 18
- [61] J. HU et J. HUA : Salient spectral geometric features for shape matching and retrieval. *The visual computer*, 25(5-7):667–675, 2009. 18
- [62] D. L. PAGE, Y. SUN, A. F. KOSCHAN, J. PAIK et M. A. ABIDI : Normal vector voting : Crease detection and curvature estimation on large, noisy meshes. *Graphical Models*, 64:199–229, 2002. 19, 30
- [63] H. POTTMANN, T. STEINER, M. HOFER, C. HAIDER et A. HANBURY : The isophotic metric and its application to feature sensitive morphology on surfaces. In T. PAJDLA et J. MATAS, éditeurs : *Computer Vision - ECCV 2004, Part IV*, volume 3024 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 560–572. Springer, 2004. 20, 25
- [64] D HULIN et M TROYANOV : Mean curvature and asymptotic volume of small balls. *The American mathematical monthly*, 110(10):947–950, 2003. 21, 25, 29
- [65] F. CAZALS et M. POUGET : Estimating differential quantities using polynomial fitting of osculating jets. *Proceedings of the 2003 Eurographics ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing*, 43:177–187, 2003. 21, 25, 29
- [66] N. GELFAND, N. J. MITRA, L. J. GUIBAS et H. POTTMANN : Robust global registration. *Proceedings of the third Eurographics symposium on Geometry processing*, 255:197, 2005. 21, 25, 29
- [67] O. MONGA et R. DERICHE : 3d edge detection using recursive filtering : application to scanner images. Rapport technique, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 1988. 21
- [68] R. DERICHE : Using canny’s criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, 1(2):167–187, 1987. 21, 22
- [69] P. J. FLYNN et A. K. JAIN : On reliable curvature estimation. In *Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1989. 22
- [70] M. SUK et S.M. BHANDARKAR : *Three-Dimensional Object Recognition from Range Images*. Springer-Verlag, 1992. 22

- [71] H. HAGEN, S. HEINZ, M. THESING et T. SCHREIBER : Simulation based modeling. *International Journal on Shape Modeling*, 4:143–164, 1998. 22
- [72] C. RÖSSL, L. KOBELT et Seidel H-P. : Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. *In Proceedings of the 2000 American Association for Artificial Intelligence Symposium*, 2000. 22
- [73] F. FERRIE et M. LEVINE : Deriving coarse 3d models of objects. *In Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1988. 22
- [74] P. J. FLYNN et A. K. JAIN : Surface classification : Hypothesis testing and parameter estimation. *In Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1988. 22
- [75] Peter T. SANDER et Steven W. ZUCKER : Stable surface estimation. *In International Conference on Pattern Recognition*, pages 1165–1167, octobre 1986. 22, 26, 62
- [76] S. M. NAIK et R. C. JAIN : Spline-based surface fitting on range images for cad applications. *In Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1988. 22
- [77] B. VEMURI, A. MITICHE et J. AGGARWAL : Curvature-based representation of objects from range data. *Image and Vision Computing*, 4:107–114, 1986. 22
- [78] E.M. STOKELY et S.Y. WU : Surface parametrization and curvature measurement of arbitrary 3-d objects : five practical methods. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:833–840, 1992. 22, 62, 63
- [79] S. PULLA : Curvature based segmentation for 3-dimensional meshes. Mémoire de D.E.A., Arizona State University, 2001. 22
- [80] C. LIN et M.J. PERRY : Shape description using surface triangulation. *In Processing of the IEEE Workshop on Computer Vision : Representation and Control*, 1982. 23
- [81] M. E. MORTENSON : *Geometric Modeling 2nd Edition*. John Wiley & Sons, 1997. 23
- [82] H. DELINGETTE : Simplex meshes : A general representation for 3d shape reconstruction. Rapport technique, INRIA Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 1994. 23
- [83] H. DELINGETTE : General object reconstruction based on simplex meshes. *International Journal of Computer Vision*, 32:111–146, 1999. 23

- [84] K. POLTHIER et M. SCHMIES : Straightest geodesics on polyhedral surfaces. *In Mathematical Visualization*, 1998. 23
- [85] K. POLTHIER et M. SCHMIES : Geodesic flow on polyhedral surfaces. *In Proceedings of the Joint Eurographics and IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics Symposium on Visualization*, 1999. 23
- [86] C.S. GOURLEY : *Pattern Vector Based Reduction of Large Multimodal Data Sets for Fixed Rate Interactivity during Visualization of multiresolution Models*. Thèse de doctorat, University of Tennessee, 1998. 23
- [87] A. P. MANGAN et R.T. WHITAKER : Partitioning 3d surface meshes using watershed segmentation. *IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics*, 5:308–321, 1999. 23
- [88] K. WU et M. D. LEVINE : 3d part segmentation using simulated electrical charge distribution. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19:1223–1235, 1997. 23
- [89] R. R. MARTIN : Estimation of principal curvatures from range data. *International Journal of Shape Modeling*, 4:99–109, 1998. 24
- [90] R. M. TOOKEY et A. A. BALL : *The mathematics of surfaces VII : Estimation of curvatures from planar point data*. Winchester, 1997. 24
- [91] T. VARADY et T. HERMANN : *The Mathematics of Surfaces VI : Best fit surface curvature at vertices of topologically irregular curve networks*. Oxford University Press, 1996. 24
- [92] C. K. TANG et G. MEDIONI : Robust estimation of curvature information from noisy 3d data for shape description. *In Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision*, 1999. 24
- [93] G. MEDIONI, M-S. LEE et Tang C-H. : *A Computational Framework for Segmentation and Grouping*. Elsevier, 2000. 24
- [94] X. CHEN et F. SCHMITT : Intrinsic surface properties from surface triangulation. *In Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, 1992. 24
- [95] G. TAUBIN : Estimating the tensor of curvature of a surface from a polyhedral approximation. *In IEEE International Conference on Computer Vision*, page 902, Washington, DC, USA, 1995. IEEE Computer Society. 24, 26, 30, 48, 51
- [96] M. GOPI, S. KRISHNAN et C.T. SILVA : Surface reconstruction based on lower dimensional localized delaunay triangulation. *Computer Graphics Forum*, 19(3): 467–478, 2000. 24

- [97] P. S. HECKBERT et M. GARLAND : Optimal triangulation and quadric-based surface simplification. *Computational Geometry : Theory and Application*, 14(1-3):49–65, 1999. [24](#)
- [98] M. GARLAND et P. S. HECKBERT : Surface simplification using quadric error metrics. In *Proceedings of the 24th conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH'97)*, 1997. [24](#)
- [99] P. LINDSTROM et G. TURK : Fast and memory efficient polygonal simplification. In *Proceedings Visualization'98*, 1998. [24](#)
- [100] Siddharth MANAY, Byung-Woo HONG, Anthony J. YEZZI et Stefano SOATTO : Integral invariant signatures. In *Proceedings of ECCV 2004 Vol. 3024 of Lecture notes in Computer Science. Springer*, volume 3024, pages 87–99, 2004. [25](#), [41](#)
- [101] Siddharth MANAY, Daniel CREMERS, Byung-Woo HONG, Anthony J. YEZZI et Stefano SOATTO : Integral invariants for shape matching. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(10):1602–1618, 2006. [29](#), [35](#), [41](#)
- [102] J. CANNY : A computational approach to edge detection. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698, 1986. [33](#)
- [103] D. G. KENDALL : The diffusion of shape. *Advances in Applied Probability*, 9:428–430, 1977. [38](#)
- [104] Mathias FERRATON, Christophe STOLZ et Fabrice MERIAUDEAU : Optimization of a polarization imaging system for 3d measurements of transparent objects. *Optics Express*, 17 (23):21077–21082, 2009. [48](#)
- [105] Nicolas WALTER, Olivier AUBRETON et Olivier LALIGANT : Salient point characterization for low resolution meshes. In *IEEE International Conference on Image Processing*, pages 1512–1515, 2008. [48](#), [86](#), [111](#)
- [106] J. RICARD, D. COEURJOLLY et A. BASKURT : Expression analytique d'un maillage 3d. Rapport technique, LIRIS UMR 5205 CNRS, INSA de Lyon, Université Claude Bernard Lyon, Université Lumière Lyon 2, Ecole Centrale de Lyon, 2006. [50](#)
- [107] Joseph O'ROURKE : *Computational Geometry in C (2nd Ed.)*. Cambridge University Press, 1998. [50](#)
- [108] Tomas MÖLLER et Ben TRUMBORE : Fast, minimum storage ray/triangle intersection. In *ACM SIGGRAPH*, page 7, New York, NY, USA, 2005. ACM. [51](#)
- [109] Nicolas WALTER, Olivier AUBRETON, Yohan D. FOUGEROLLE et Olivier LALIGANT : Susan 3d operator, principal saliency degrees and directions extraction and a brief study on the robustness to noise. In *IEEE International Conference on Image Processing*, 2009. [55](#), [86](#), [111](#)

- [110] G. E. P. BOX et M. E. MULLER : A note on the generation of random normal deviates. *The Annals of Mathematical Statistics*, 29(2):610–611, 1958. 67, 76
- [111] J.W. WEINGARTEN, G. GRUENER et R. SIEGWART : Probabilistic plane fitting in 3d and an application to robotic mapping. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 927–932, 2004. 76
- [112] N. WALTER, O. AUBRETON et O. LALIGANT : Salient point susan 3d operator for triangles meshes. *In The 2nd International Topical Meeting on Optical Sensing and Artificial Vision*, 2008. 86, 111
- [113] N. WALTER, O. AUBRETON et O. LALIGANT : Susan 3d characterization for manufactured cylinder edge detection. *In The 9th International Conference on Quality Control by Artificial Vision*, 2009. 86, 111
- [114] S. MALLAT : A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 (7):674–693, 1989. 90
- [115] S. MALLAT : Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models. *IEEE Transaction on Acoustic Speech and Signal Processing*, 37 (12):2091–2110, 1989. 90
- [116] S. MALLAT : Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $l_2(\mathbb{R})$. *Transactions of the American Mathematical Society*, 315 (1):69–87, 1989. 90
- [117] Benjamin LORIOT, Yohan FOUGEROLLE, Ralph SEULIN et Claude SESTIER : 3d acquisition and modeling for flint artefacts analysis. *SPIE Optics for Arts, Architecture, and Archaeology*, Vol. 6618:6618 0G, 2007. 105

Annexe A

Tableaux de résultats

Nombre de points des sphères	Décomposition 3	Décomposition 4	ϵ retenus
12	0	0	3.2
32	1	0	2
42	0	1	1.8
92	2	0	1.2
122	1	1	1.1
162	0	2	0.91
272	3	0	0.71
362	2	1	0.61
482	1	2	0.53
642	0	3	0.46
812	4	0	0.41
1082	3	1	0.36
1442	2	2	0.31
1922	1	3	0.27
2432	5	0	0.24
2562	0	4	0.23
3242	4	1	0.21
4322	3	2	0.18
5762	2	3	0.15
7292	6	0	0.14
7682	1	4	0.135
9722	5	1	0.12
10242	0	5	0.115

TAB. A.1: Nombres et types de décompositions utilisées pour créer les différentes sphères régulières. Les ϵ retenus correspondent aux rayons d'analyses, utilisés pour l'étude des sphères régulières et irrégulières dans un voisinage direct, déterminés par moyennages successifs des valeurs $M_{oy} \pm E_{CT}$ et $M_{ed} \pm E_{CT}$. Les rayons d'analyses correspondent environ à la dimension d'une maille pour chacune des sphères. Les valeurs des distances point/point médiane, moyenne, écarts-type, minimum et maximum sont présentées en Annexe dans les tableaux A.2 et A.3 pour chacune de ces sphères.

Sphères	Médiane	Moyenne	ECT	Minimum	Maximum
12	3.154	3.154	8.18e-07	3.154	3.154
32	1.923	1.995	0.103	1.923	2.141
42	1.747	1.747	0.107	1.64	1.854
92	1.22	1.188	0.0643	1.082	1.251
122	1.047	1.032	0.0561	0.912	1.089
162	0.891	0.895	0.06	0.76	0.975
272	0.692	0.692	0.0343	0.591	0.733
362	0.61	0.6	0.032	0.496	0.632
482	0.532	0.519	0.0329	0.412	0.557
642	0.452	0.452	0.0293	0.415	0.494
812	0.406	0.401	0.0195	0.32	0.42
1082	0.353	0.347	0.0181	0.628	0.366
1442	0.307	0.3	0.0187	0.223	0.322
1922	0.267	0.261	0.0148	0.224	0.284
2432	0.234	0.232	0.111	0.173	0.245
2562	0.226	0.227	0.0147	0.208	0.248
3242	0.204	0.201	0.0104	0.145	0.21
4322	0.177	0.174	0.0107	0.12	0.186
5762	0.15	0.151	0.008	0.121	0.164
7292	0.135	0.134	0.006	0.0932	0.14
7682	0.134	0.13	0.008	0.112	0.143
9722	0.118	0.116	0.006	0.078	0.122
10242	0.113	0.113	0.007	0.104	0.124

TAB. A.2: Tableau récapitulatif des valeurs médiane, moyenne, écart-type, minimum et maximum des distances point/point dans le voisinage directe pour chacune des sphères régulières créées pour les tests.

Sphères	Médiane	Moyenne	ECT	Minimum	Maximum
12	3.348	3.131	1.094	1.006	5.141
32	2.092	2.089	0.721	0.491	3.515
42	1.862	1.852	0.65	0.48	3.24
92	1.268	1.257	0.414	0.121	2.25
122	1.092	1.09	0.353	0.143	1.865
162	0.911	0.937	0.282	0.191	1.665
272	0.728	0.734	0.227	0.111	1.305
362	0.619	0.627	0.176	0.15	1.109
482	0.542	0.542	0.154	0.0865	0.932
642	0.467	0.473	0.135	0.0501	0.858
812	0.416	0.419	0.117	0.0643	0.748
1082	0.36	0.361	0.0978	0.0537	0.626
1442	0.311	0.312	0.0829	0.044	0.541
1922	0.273	0.275	0.0819	0.0162	0.538
2432	0.24	0.241	0.066	0.039	0.418
2562	0.235	0.237	0.069	0.0085	0.443
3242	0.208	0.209	0.057	0.0222	0.381
4322	0.178	0.179	0.0424	0.0414	0.314
5762	0.156	0.157	0.0426	0.0249	0.293
7292	0.138	0.139	0.0362	0.0063	0.255
7682	0.136	0.136	0.0379	0.0184	0.249
9722	0.119	0.12	0.0305	0.0202	0.212
10242	0.117	0.118	0.0325	0.0065	0.216

TAB. A.3: Tableau récapitulatif des valeurs médiane, moyenne, écart-type, minimum et maximum des distances point/point dans le voisinage directe pour chacune des sphères irrégulières créées pour les tests.

Nombre de points des cubes	Décomposition 3	Décomposition 4	ϵ retenu
20	1	0	0.047
26	0	1	0.07
56	2	0	0.015
74	1(b)	1(a)	0.023
74_2	1(a)	1(b)	0.023
98	0	2	0.035
164	3	0	0.0052
218	2(b)	1(a)	0.0078
218_2	2(a)	1(b)	0.0078
218__3	2(a,c)	1(b)	0.0078
290	1(b)	2(a)	0.011
290_2	1(a)	2(b)	0.011
290_3	1(b)	2(a,c)	0.011
386	0	3	0.017
488	4	0	0.0017
650	3(b)	1(a)	0.0026
650_2	3(a)	1(b)	0.0026
650_3	3(a,c)	1(b)	0.0026
866	2(b)	2(a)	0.0039
866_2	2(a)	2(b)	0.0039
866_3	2(b,d)	2(a,c)	0.0039
866_4	2(a,c)	2(b,d)	0.0039
1154	1(b)	3(a)	0.0059
1154_2	1(a)	3(b)	0.0059
1154_3	1(b)	3(a,c)	0.0059
1460	5	0	0.00058
1538	0	4	0.0088

TAB. A.4: Nombres et types de décompositions utilisées pour créer les différents cubes. Les ϵ retenus correspondent aux rayons d'analyses, utilisés pour l'étude des cubes dans un voisinage direct, déterminés par la distance point/arête minimum sur l'ensemble des points de chacun des maillages. Les (a), (b), (a,c) et (b,d) donnent les ordres dans lesquelles ont été appliquées les différentes décompositions pour obtenir le maillage.

Erreurs RMS relatives	ϵ	\overline{S}_{dref}	Meyer	Stokely	SUSAN-3D
12	3.2	0.3988	1e-06	0.4628	0.4963
32	2	0.4327	1e-06	0.2163	0.2789
42	1.8	0.4389	1e-06	0.1879	0.2393
92	1.2	0.4584	6.487e-06	0.1022	0.1537
122	1.1	0.4617	4.769e-05	0.1086	0.131
162	0.91	0.4682	7.66e-05	0.0842	0.113
272	0.71	0.4751	9.779e-06	0.06174	0.08559
362	0.61	0.4785	1.048e-05	0.05774	0.0735
482	0.53	0.4813	1.12e-05	0.06038	0.06341
642	0.46	0.4838	9.3425e-05	0.07595	0.05512
812	0.41	0.4855	2.884e-06	0.05002	0.04828
1082	0.36	0.4873	2.197e-06	0.05412	0.04161
1442	0.31	0.4891	2.149e-06	0.05595	0.03592
1922	0.27	0.4905	2.135e-06	0.05296	0.03107
2432	0.24	0.4915	1.138e-06	0.05033	0.02751
2562	0.23	0.4919	3.598e-04	0.07183	0.02705
3242	0.21	0.4926	1.102e-06	0.05518	0.02369
4322	0.18	0.4936	1.061e-06	0.05507	0.02059
5762	0.15	0.4947	1.016e-06	0.05818	0.01804
7292	0.14	0.4951	1.024e-06	0.05281	0.01573
7682	0.135	0.4952	1.202e-06	0.05341	0.01537
9722	0.12	0.4958	1.009e-06	0.04965	0.01367
10242	0.115	0.4959	1.458e-03	0.07118	0.0135

TAB. A.5: Erreurs RMS relatives des opérateurs dans un voisinage direct, obtenues sur les sphères maillées régulièrement.

Erreurs RMS relatives	ϵ	\overline{S}_{dref}	Meyer	Stokely	SUSAN-3D
12	3.2	0.3988	0.2511	1.507	0.6143
32	2	0.4327	0.1268	0.5821	0.3484
42	1.8	0.4389	0.2405	0.4936	0.3047
92	1.2	0.4584	0.2225	0.3592	0.1894
122	1.1	0.4617	0.1693	0.2984	0.1582
162	0.91	0.4682	0.144	0.2928	0.1336
272	0.71	0.4751	0.1532	0.2687	0.1029
362	0.61	0.4785	0.1445	0.2398	0.08483
482	0.53	0.4813	0.1101	0.2356	0.07284
642	0.46	0.4838	0.1179	0.2372	0.06351
812	0.41	0.4855	0.1271	0.2266	0.05565
1082	0.36	0.4873	0.1061	0.2109	0.0473
1442	0.31	0.4891	0.08118	0.2083	0.04057
1922	0.27	0.4905	0.1282	0.2287	0.03672
2432	0.24	0.4915	0.08675	0.2089	0.03134
2562	0.23	0.4919	0.1413	0.2318	0.03143
3242	0.21	0.4926	0.08422	0.2029	0.02699
4322	0.18	0.4936	0.07489	0.1803	0.02256
5762	0.15	0.4947	0.09738	0.2262	0.02046
7292	0.14	0.4951	0.08086	0.195	0.01772
7682	0.135	0.4952	0.1036	0.2117	0.01766
9722	0.12	0.4958	0.0681	0.1935	0.01526
10242	0.115	0.4959	0.096	0.2179	0.01535

TAB. A.6: Erreurs RMS relatives des opérateurs dans un voisinage direct, obtenues sur les sphères maillées irrégulièrement.

Erreurs RMS relatives, avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
12	7.7185	0.565
32	3.477	0.3438
42	2.8235	0.2966
92	1.472	0.1896
122	1.1278	0.1604
162	0.8362	0.1344
272	0.4055	0.09557
362	0.2201	0.07794
482	0.07983	0.06421
642	0.09681	0.05422
812	0.1321	0.04684
1082	0.1122	0.04051
1442	0.06004	0.03473
1922	0.0427	0.03041
2432	0.04073	0.02798
2562	0.04109	0.02759
3242	0.03287	0.02542
4322	0.02298	0.02341
5762	0.01985	0.02142
7292	0.01435	0.02027
7682	0.01542	0.02016
9722	0.01354	0.01988
10242	0.01263	0.01978

TAB. A.7: Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur des sphères maillées régulièrement.

Erreurs RMS relatives, avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
12	7.599	0.6267
32	3.5338	0.3993
42	2.759	0.3513
92	1.5764	0.2185
122	1.2061	0.1806
162	0.9095	0.1496
272	0.5768	0.1109
362	0.3757	0.08871
482	0.2691	0.07376
642	0.2	0.06249
812	0.1541	0.05375
1082	0.1121	0.04526
1442	0.08055	0.03864
1922	0.06507	0.03487
2432	0.04933	0.03064
2562	0.04859	0.03049
3242	0.03763	0.02747
4322	0.02702	0.02447
5762	0.02305	0.02306
7292	0.01855	0.02175
7682	0.01846	0.02164
9722	0.01522	0.02062
10242	0.01508	0.02055

TAB. A.8: Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur des sphères maillées irrégulièrement.

Erreurs RMS relatives, avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S}_{dref} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
12	3.3593	0.5488
32	1.2391	0.3194
42	0.9132	0.2705
92	0.2391	0.1598
122	0.09788	0.1328
162	0.1302	0.1114
272	0.1383	0.08455
362	0.07831	0.07247
482	0.0662	0.06373
642	0.06569	0.05795
812	0.05312	0.05348
1082	0.04531	0.04924
1442	0.04189	0.04529
1922	0.03646	0.04266
2432	0.03361	0.04201
2562	0.03288	0.04167
3242	0.0321	0.04094
4322	0.02974	0.04002
5762	0.02857	0.03908
7292	0.02767	0.03865
7682	0.02749	0.03852
9722	0.02678	0.03832
10242	0.02663	0.03814

TAB. A.9: Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur des sphères maillées régulièrement.

Erreurs RMS relatives, avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S_{dref}} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
12	3.3468	0.6135
32	1.5536	0.3747
42	1.1114	0.3267
92	0.499	0.1953
122	0.3565	0.1603
162	0.2531	0.1318
272	0.1478	0.09896
362	0.1088	0.08195
482	0.08559	0.07138
642	0.07205	0.06372
812	0.06066	0.05799
1082	0.05059	0.05256
1442	0.044	0.04833
1922	0.0401	0.04605
2432	0.03613	0.04374
2562	0.03588	0.04358
3242	0.03322	0.04207
4322	0.03068	0.04054
5762	0.02938	0.03976
7292	0.02825	0.0392
7682	0.02817	0.03908
9722	0.02721	0.03864
10242	0.02717	0.03855

TAB. A.10: Erreur RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur des sphères maillées irrégulièrement.

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.1	0.0543
0.002	0.111	0.0544
0.004	0.146	0.0551
0.01	0.29	0.0602
0.02	0.559	0.0756
0.04	1.13	0.112

(a)

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.202	0.0626
0.002	0.207	0.0628
0.004	0.226	0.0635
0.01	0.33	0.0685
0.02	0.563	0.0838
0.04	1.085	0.126

(b)

TAB. A.11: Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage direct, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S}_{dref} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.066	0.058
0.002	0.0671	0.058
0.004	0.0715	0.0584
0.01	0.0967	0.0609
0.02	0.157	0.0692
0.04	0.294	0.0949

(a)

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S}_{dref} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.0723	0.0637
0.002	0.0733	0.0638
0.004	0.0772	0.0641
0.01	0.101	0.0664
0.02	0.159	0.0743
0.04	0.295	0.0998

(b)

TAB. A.12: Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 1$, sur la sphère 642 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.0489	0.0282
0.002	0.0676	0.0289
0.004	0.115	0.0315
0.01	0.273	0.0454
0.02	0.544	0.0764
0.04	1.103	0.142

(a)

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 0.5$ et $\overline{S}_{dref} = 0.482$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.0563	0.0309
0.002	0.0732	0.0315
0.004	0.119	0.0341
0.01	0.274	0.0482
0.02	0.543	0.0799
0.04	1.092	0.146

(b)

TAB. A.13: Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d'inspection $\epsilon = 0.5$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S}_{dref} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.0344	0.0421
0.002	0.0365	0.0422
0.004	0.0442	0.0429
0.01	0.0791	0.0475
0.02	0.147	0.0612
0.04	0.288	0.0986

(a)

Erreur RMS en fonction du niveau de bruit avec $\epsilon = 1$ et $\overline{S}_{dref} = 0.465$	Stokely	SUSAN-3D
0.001	0.0368	0.0438
0.002	0.0388	0.044
0.004	0.0459	0.0446
0.01	0.0796	0.0489
0.02	0.146	0.062
0.04	0.286	0.0977

(b)

TAB. A.14: Erreurs RMS relatives des opérateurs obtenues dans un voisinage étendu, avec un rayon d’inspection $\epsilon = 1$, sur la sphère 2432 points bruitée, maillée régulièrement (a) et irrégulièrement (b).

Erreurs RMS relatives	ϵ	Meyer	SUSAN-3D
26	0.07	0.203	0.00397
74	0.023	0.0833	0.00156
74_2	0.023	0.0833	0.00156
98	0.035	0.0846	0.00224
218	0.0078	0.0436	0.000935
218_2	0.0078	0.0436	0.000896
218_3	0.0078	0.0436	0.000902
290	0.011	0.0419	0.00114
290_2	0.011	0.0419	0.00116
290_3	0.011	0.0419	0.00114
386	0.017	0.039	0.00152
650	0.0026	0.0243	0.00221
650_2	0.0026	0.0243	0.00155
650_3	0.0026	0.0243	0.00164
866	0.0039	0.023	0.000844
866_2	0.0039	0.023	0.000763
866_3	0.0039	0.023	0.000821
866_4	0.0039	0.023	0.000751
1154	0.0059	0.021	0.000863
1154_2	0.0059	0.021	0.000889
1154_3	0.0059	0.021	0.000863
1538	0.0088	0.0187	0.00112

TAB. A.15: Erreurs RMS relatives globales obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d'inspections de l'opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l'opérateur de Meyer.

Erreurs RMS relatives	ϵ	Meyer	SUSAN-3D
26	0.07	0.78	0.00875
74	0.023	0.848	0.00875
74_2	0.023	0.848	0.00875
98	0.035	0.89	0.00875
218	0.0078	0.86	0.00875
218_2	0.0078	0.86	0.00875
218_3	0.0078	0.86	0.00875
290	0.011	0.924	0.00875
290_2	0.011	0.924	0.00875
290_3	0.011	0.924	0.00875
386	0.017	0.945	0.00875
650	0.0026	0.86	0.00875
650_2	0.0026	0.86	0.00875
650_3	0.0026	0.86	0.00875
866	0.0039	0.93	0.00875
866_2	0.0039	0.93	0.00875
866_3	0.0039	0.93	0.00875
866_4	0.0039	0.93	0.00875
1154	0.0059	0.962	0.00875
1154_2	0.0059	0.962	0.00875
1154_3	0.0059	0.962	0.00875
1538	0.0088	0.972	0.00875

TAB. A.16: Erreurs RMS relatives des contours de type coin, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.

Erreurs RMS relatives	ϵ	Meyer	SUSAN-3D
26	0.07	0.0451	0.00515
74	0.023	0.0201	0.00505
74_2	0.023	0.0151	0.00505
98	0.035	0.0226	0.00505
218	0.0078	0.00947	0.00515
218_2	0.0078	0.00502	0.00505
218_3	0.0078	0.00669	0.00505
290	0.011	0.01	0.00505
290_2	0.011	0.00752	0.00505
290_3	0.011	0.00844	0.00505
386	0.017	0.0113	0.00508
650	0.0026	0.00458	0.00505
650_2	0.0026	0.00167	0.00505
650_3	0.0026	0.00223	0.00505
866	0.0039	0.00474	0.00508
866_2	0.0039	0.00251	0.00505
866_3	0.0039	0.00387	0.00508
866_4	0.0039	0.00281	0.0050492
1154	0.0059	0.00502	0.00505
1154_2	0.0059	0.00376	0.00505
1154_3	0.0059	0.00434	0.00505
1538	0.0088	0.00564	0.0051

TAB. A.17: Erreurs RMS relatives des contours de type arête, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d'inspections de l'opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l'opérateur de Meyer.

Erreurs RMS relatives	ϵ	Meyer	SUSAN-3D
26	0.07	0	0.00045
74	0.023	4.937e-015	0.000453
74_2	0.023	9.936e-015	0.00045
98	0.035	0	0.000501
218	0.0078	1.109e-012	0.000515
218_2	0.0078	1.233e-013	0.000457
218_3	0.0078	7.863e-013	0.00047
290	0.011	1.555e-014	0.000459
290_2	0.011	2.776e-014	0.000504
290_3	0.011	1.718e-014	0.00045
386	0.017	2.706e-015	0.000581
650	0.0026	3.25e-012	0.00216
650_2	0.0026	3.153e-011	0.00148
650_3	0.0026	3.624e-012	0.00158
866	0.0039	5.566e-013	0.000617
866_2	0.0039	6.657e-013	0.000504
866_3	0.0039	5.56e-013	0.000585
866_4	0.0039	8.007e-013	0.000486
1154	0.0059	6.952e-015	0.000451
1154_2	0.0059	5.016e-014	0.000499
1154_3	0.0059	1.304e-014	0.00045
1538	0.0088	5.466e-015	0.000597

TAB. A.18: Erreurs RMS relatives des contours de type plat, obtenues sur les différents cubes pour les opérateurs de Meyer et SUSAN-3D, avec ϵ , les rayons d’inspections de l’opérateur SUSAN-3D utilisés pour les analyses, respectant les limitations de l’opérateur de Meyer.