



Université de Bourgogne

École Doctorale CARNOT

# Thèse

présentée par

Magda ALSALEH

pour obtenir le titre de

DOCTEUR en PHYSIQUE

## APPLICATION DE LA MÉTHODE DES COORDONNÉES COLLECTIVES À L'ANALYSE DE LA DYNAMIQUE DES LASERS À FIBRE À MODES BLOQUÉS

le 29 octobre 2015

devant le jury composé de :

<b>P. Tchofo Dinda</b>	Professeur (Université de Bourgogne)	Directeur de thèse
<b>Ph. Grellu</b>	Professeur (Université de Bourgogne)	Co-directeur de thèse
<b>M. Taki</b>	Professeur (Université de Lille I)	Rapporteur
<b>H. Leblond</b>	Professeur (Université d'Angers)	Rapporteur
<b>J. Garnier</b>	Professeur (Université de Paris Diderot)	Examinateur

Département "PHOTONIQUE"

Equipe Solitons, Lasers et Communications Optiques (SLCO)

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS

Faculté des Sciences, 9, avenue Alain Savary, BP 47870, 21078 Dijon, France

---

# Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB), au sein de l'équipe Solitons, Laser et Communications Optiques (SLCO), de Dijon.

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse Patrice Tchofo Dinda, pour m'avoir permis de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions, pour son encadrement, sa disponibilité et son aide tout au long de cette période, qui ont été fortement appréciées. Je remercie également PHilippe Grellu, pour son encadrement, son soutien, et les discussions scientifiques qui m'ont permis de prendre plus de recul sur mes travaux.

Je tiens ensuite à remercier les membres du jury : Mrs Hervé Leblond et Abdelmajid Taki pour avoir accepté d'être mes rapporteurs, et Mrs Josselin Garnier pour avoir examiné mon travail.

Je pense ensuite naturellement à Uthayakumar Thangaraj avec qui j'ai travaillé cet dernière année de ma thèse, et à Emmanuel Tchomgo Felenou , mon ancien collègue de bureau, qui m'a beaucoup soutenu au débuts de ma thèse. De plus nos longues conversations m'ont permis d'en apprendre énormément. Je remercie également Christian Mback et Bici Chinauyi Junior Igbonacho , mes collègue de bureau, pour la bonne humeur, la convivialité et pour nos grandes discussions. Merci pour ses aides et ses conseils.

Je remercie l'ensemble des thésards et post-docs du laboratoire et de l'ATCPB : Gang Xu, Jérémy Picot-Clemente , Camille NALET, Gilles Plusquellec, Benoit Frisquet, Ugo Andral, Foued Amrani, Clément Roux, Clément Strutynski, Rachid Sifodil, Abdelkrim Bendahmane.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre 1 Généralités sur les phénomènes de propagation en milieu dispersif et non linéaire</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 La fibre optique . . . . .	15
1.3 Phénomènes de propagation dans une fibre optique . . . . .	17
1.3.1 Atténuation . . . . .	17
1.3.2 Dispersion chromatique . . . . .	20
1.3.3 Non linéarité et effet Kerr . . . . .	23
1.3.4 Equations de Maxwell . . . . .	24
1.3.5 Equation de Schrödinger Non Linéaire (ESNL) . . . . .	25
1.3.5.1 Soliton fondamental . . . . .	27
1.3.5.2 Soliton à gestion de dispersion . . . . .	29
1.4 Techniques de blocage de modes . . . . .	32
1.4.1 Blocage de modes passif avec absorbant saturable . . . . .	32
<b>Chapitre 2 Modélisation de la dynamique des lasers à fibre à modes bloqués par l’approche des coordonnées collectives</b>	<b>35</b>
2.1 Introduction . . . . .	35
2.2 Présentation du système . . . . .	37
2.3 Modélisation de la dynamique du laser . . . . .	38
2.3.1 Approche numérique élaborée . . . . .	38

---

2.3.1.1	Propagation du champ intra-cavité dans la fibre passive	39
2.3.1.2	Propagation dans la fibre active . . . . .	39
2.3.1.3	Passage à travers l'absorbant saturable . . . . .	40
2.3.1.4	Propagation dans le coupleur de sortie . . . . .	41
2.3.1.5	Caractérisation des impulsions . . . . .	41
2.3.2	Approche des coordonnées collectives dynamiques (ACCD) .	43
2.3.2.1	Propagation dans les fibres intra-cavité . . . . .	44
2.3.2.2	Passage à travers l'absorbant saturable (AS) . . . . .	47
2.3.2.3	Passage dans les autres éléments de la cavité laser . .	48
2.4	Paramètres de simulation . . . . .	49
2.5	Détermination des états stables . . . . .	50
2.5.1	Temps de calcul . . . . .	52
2.5.2	Cartographie des états stables de la cavité laser . . . . .	53
2.5.3	Fiabilité de l'ACCD . . . . .	57
2.5.3.1	Régime d'une impulsion stable . . . . .	57
2.5.4	Evolution des paramètres de l'impulsion sur un tour de cavité	58
2.6	Conclusion . . . . .	63

**Chapitre 3 Effets du profil spectral de la courbe de gain intra-cavité sur les états stables du laser 65**

3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Modélisation de la propagation des impulsions . . . . .	67
3.2.1	Modélisation la gain dans la fibre EDF . . . . .	69
3.3	Résultats et discussions . . . . .	76
3.4	Conclusion . . . . .	92

**Chapitre 4 Impact de la diffusion Raman stimulée sur la dynamique multi-impulsions dans un laser à fibre à gestion de dispersion 93**

4.1	Introduction et généralités . . . . .	93
4.2	Modélisation de la propagation de l'impulsion intra-cavité . . . . .	95
4.2.1	Equations d'évolution des coordonnées collectives d'une impulsion . . . . .	97

---

4.3	Résultats et discussions . . . . .	100
4.3.1	Cavité avec une largeur de BPF $\Delta\nu_0 = 5nm$ (0.624 THz) . . .	100
4.3.2	Cavité avec $\Delta\nu_0 = 10nm$ . . . . .	103
4.3.3	Cavité avec filtre passe bande de largeur $\Delta\nu_0 = 25nm$ . . . . .	109
4.4	Conclusion . . . . .	111
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>113</b>
	<b>Annexe A Calcul du bruit généré par l'amplificateur</b>	<b>119</b>
A.1	Calcul du gain généré par l'amplificateur . . . . .	119
A.2	Calcul du bruit généré par l'amplificateur . . . . .	120
	<b>Annexe B Liste des publications</b>	<b>123</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>153</b>



# Introduction

Les applications des lasers s'étendent bien au delà de l'optique, dans des domaines aussi différents que la chimie, la mécanique, l'aéronautique, la microélectronique ou la médecine, avec une importance qui rend les lasers incontournables dans la vie quotidienne de nos sociétés : télécommunications par fibre optique (internet, téléphone, télévision...), stockage de l'information dans les disques optiques (CD ou DVD pour la musique comme pour l'informatique), photocopie ou impression laser, applications médicales et industrielles, etc.

Malgré le contexte actuel de ralentissement économique, les lasers demeurent un secteur très dynamique. Portés par les marchés des télécommunications, du traitement des matériaux, et du stockage des informations, dont les besoins sont immenses et encore très loin d'être assouvis, les lasers conservent un formidable potentiel d'extension de leurs applications. Le dynamisme de ce secteur des lasers s'accompagne naturellement d'une intense activité de recherche, aussi bien fondamentale qu'appliquée, pour améliorer le fonctionnement des dispositifs existants et mettre au point de nouvelles applications.

Parmi les grandes classes de lasers existants, figurent les **lasers à fibre**. Les lasers de ce type sont très appréciés pour leur compacité, leur efficacité et la qualité de faisceau qui est délivrée, en particulier sur la base de fibres optiques mono-modes. De plus, le rapport entre la surface et le volume du milieu actif (fibre dopée) permet une dissipation thermique incomparablement plus efficace que dans le cas des milieux à gain massifs (cristaux laser etc...). Il est utile de rappeler que c'est à peine un an après l'invention du premier laser par Maiman en 1960 [1], que le premier

laser à fibre est proposé et fabriqué par Snitzer à partir d'une fibre optique dopée au Néodyme [2, 3]. Mais ce n'est qu'à partir de 1985 que Poole *et al* parviennent à fabriquer une fibre monomode dopée aux ions de terres-rares [4]. Ensuite, d'autres lasers à fibre dopée avec différents types d'ions de terres rares ont été réalisés, tels que le thulium [5], l'holmium [6], ou l'ytterbium [7, 8]. Mais, c'est incontestablement l'invention de la fibre dopée erbium en 1987 qui constitue le progrès le plus retentissant [9], avec des retombées considérables dans le domaine des télécoms. En effet, les communications à longues distances ont alors connu un rapide essor grâce à l'introduction des amplificateurs optiques à fibres dopées à l'erbium [10] à la longueur d'onde de  $1,55 \mu m$ , qui ont supprimé les conversions répétées entre l'optique et l'électronique nécessaires lors de la régénération du signal d'information. Ce succès provoque alors un regain d'intérêt des chercheurs pour les lasers à fibres. En effet, l'excellente qualité de faisceau, la largeur spectrale du milieu de gain et la diversité des milieux à gain disponibles en font des lasers particulièrement intéressants. De plus, les cavités entièrement fibrées évitent tout problème de désalignement des composants optiques. Le premier laser à fibre à modes bloqués apparaît en 1986 [11] mais les impulsions produites initialement sont relativement longues. Des impulsions plus courtes que 100 picosecondes sont produites par Duling *et al.* [12], et Geister *et al.* [13], en 1988. La barre des 20 picosecondes, puis 5 picosecondes, est franchie en 1989 par Kafka *et al.* [14], et Phillips *et al.* [15]. La première impulsion subpicoseconde est produite par Fermann *et al.* un an plus tard grâce à une compression soliton des impulsions dans une cavité laser [16]. Les meilleures performances des lasers à fibre à modes bloqués, en terme de largeur temporelle des impulsions, sont de l'ordre de quelques dizaines de femtosecondes [17].

Plus généralement, les lasers à fibres à modes bloqués passifs font partie des rares systèmes qui permettent de réaliser une variété de fonctions optiques élaborées, au moyen de peu de composants optiques. Les fonctions optiques réalisables par ce type de lasers incluent la génération d'impulsions ultra-brèves (ps et fs), la compression d'impulsions, ou la multiplication d'impulsions. Ces lasers peuvent être conçus en fonction du type d'impulsions que l'on souhaite générer. Cependant, leur conception s'appuie principalement sur trois dispositifs, à savoir, un milieu amplificateur

à fibre dopée muni de son système de pompage optique, et une cavité constituée éventuellement de plusieurs fibres optiques, et pouvant dans certains cas comporter des composants d'optique libre, et d'un absorbant saturable rapide.

Dans ce mémoire, nous considérons un laser à fibre à modes bloqués passif [18, 19, 20], agencé dans une cavité laser, dite à **gestion de dispersion** [21], similaire à celles étudiées dans plusieurs travaux antérieurs [22, 23]. La configuration standard de ce type de laser est constituée de plusieurs composants optiques agencés en série : le milieu amplificateur est constitué d'une fibre dopée aux ions erbium, appelée "EDF" (Erbium Doped Fiber), dont la dispersion est normale à la longueur d'onde de  $1.55\mu m$ . Le reste de la cavité comporte une fibre standard à dispersion anormale, appelée "SMF" (Single Mode Fiber) [9], ainsi qu'un absorbant saturable (AS) afin de favoriser le fonctionnement du laser en régime de blocage de modes. Un coupleur de sortie permet d'extraire la fraction de signal destinée à l'utilisateur.

La dynamique du champ intra-cavité d'un état stationnaire dans ce type de laser résulte des actions combinées d'une multitude de phénomènes. Au premier rang des phénomènes les plus sensibles, figurent ceux qui sont associés à deux paramètres majeurs, à savoir, la dispersion moyenne de la cavité et l'énergie de saturation du gain intra-cavité. A ces deux paramètres, il convient d'ajouter la structure de la **carte de dispersion** de la cavité [24], qui est définie comme étant le profil de répartition des valeurs du coefficient de dispersion d'ordre deux, le long d'un système à gestion de dispersion. Autrement dit la carte de dispersion de la cavité est déterminée par les valeurs respectives des coefficients de dispersion et des longueurs des fibres active et passive de la cavité. A cet égard, il convient de souligner que dans la plupart des systèmes à gestion de dispersion, la structure de la carte de dispersion détermine l'amplitude de la dynamique interne de l'impulsion. Pour un régime dynamique stationnaire, au cours de cette dynamique, l'évolution spatiale de la puissance crête et de la largeur de l'impulsion donne l'impression d'un phénomène de respiration parfaitement périodique. La cavité laser que nous considérons dans ce mémoire est constituée de tronçons de fibres courts (de l'ordre du mètre), Ce qui la classe dans la catégorie des systèmes dits à **gestion de dispersion dense** [25]. Dans ce type de système, la structure de la carte de dispersion impose une certaine

contrainte sur les paramètres des impulsions pouvant se propager de manière stable, c'est-à-dire, les impulsions capables de se propager en exécutant une respiration parfaitement périodique. Les impulsions de ce type sont appelées **solitons à gestion de dispersion** [26, 27, 28, 29]. Tous les jeux de paramètres de cavité ne conduisant pas nécessairement à un régime stationnaire, l'espace des paramètres du système n'est donc pas constitué uniquement de zones de stabilités, mais aussi de points ou de poches d'instabilité. Pour une ligne télécom optique, dans un système à gestion de dispersion où la carte de dispersion est constituée de tronçons de fibres courts, l'impulsion devrait exécuter une dynamique interne de faible ampleur. Ceci est dû aux échelles de temps (impulsions optiques de quelques dizaines de picosecondes) induisant une longueur de dispersion généralement importante (centaines de mètres). Pour une durée d'impulsion de l'ordre de la picoseconde les échelles spatiales sont fortement raccourcies, dans une certaine mesure : la cavité laser devient un modèle à petite échelle de la fibre de transmission de l'information optique. De plus, une caractéristique majeure spécifique à la cavité, entre en jeu. En effet, le coupleur de sortie inflige à l'impulsion une importante perte d'énergie, qui génère une dynamique interne de grande ampleur supplémentaire.

De toute évidence, la gestion de la dispersion intra-cavité apporte aux lasers à fibre à modes bloqués passifs une variété de comportements difficile à appréhender, et qui est si riche que la cartographie complète et l'analyse détaillée des états stables deviennent extrêmement longues à réaliser avec les outils conventionnels basés sur les équations de propagation du champ intra-cavité.

Dans cette thèse nous montrons que l'adjonction de la technique des coordonnées collectives aux outils théoriques conventionnels permet de simplifier au moins en partie la cartographie des états stables au sein des cavités gérées en dispersion [30, 25].

Le traitement théorique conventionnel des lasers tels que ceux considérés dans ce mémoire comporte deux grands volets, à savoir la **modélisation et la simulation** de la propagation du champ intra-cavité, et la **caractérisation** et l'interprétation du comportement des impulsions générées au sein de la cavité. A ces deux volets, correspondent deux outils de résolution spécifiques bien distincts. Etant donné qu'il

n'existe à ce jour aucune solution analytique exacte décrivant la dynamique laser impulsionnelle, jusqu'à présent la voie purement numérique est omniprésente. Conséquent, désormais nous ferons référence à ce traitement théorique conventionnel, comme étant l'approche numérique conventionnelle (ANc). L'inconvénient majeur de l'ANC réside dans le fait qu'elle nécessite un énorme volume de calculs pour le traitement complet d'un problème, en partant de la recherche de l'état stable jusqu'à la caractérisation complète des impulsions générées au sein de la cavité laser. Cette longue procédure numérique représente un handicap dans les opérations de cartographie des comportements dynamiques dans l'espace des paramètres du système. Ces cartographies sont pourtant nécessaires afin d'optimiser les paramètres de la cavité en fonction des paramètres désirés pour les impulsions de sortie (puissance crête, durée, chirp, etc). Cet inconvénient avait déjà été pointé par plusieurs auteurs, qui ont suggéré l'utilisation d'une approche des coordonnées collectives (ACC) [31, 32, 22].

Ce travail de thèse propose une méthodologie pour appliquer l'approche des coordonnées collectives au traitement théorique des cavités laser à modes bloqués passifs et à gestion de dispersion. Cette méthodologie se décline de deux manières en fonction du but recherché (réduction des temps de calcul ou caractérisation très fine des impulsions générées par le laser) :

(i) Nous proposons un outil de traitement théorique, l'ACCD (approche des coordonnées collectives dynamiques), dont l'originalité, est qu'elle fusionne dans le même ensemble, les deux outils de l'ANC, à savoir l'outil de modélisation et simulation de la propagation du champ intra-cavité, et l'outil de caractérisation des impulsions générées au sein de la cavité. Dans l'ACCD, l'équation aux dérivées partielles décrivant la propagation des champs dans les fibres passive et active est remplacée par un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre décrivant l'évolution des coordonnées collectives au cours de la propagation, tandis que les fonctions de transfert de champ à travers les composants discrets de la cavité (coupleur, absorbant saturable, etc.) sont remplacées par des relations entre les coordonnées collectives d'entrée et de sortie du composant. Il en découle une réduction (de plusieurs ordres

de grandeur) du volume des opérations de calcul et des temps de calculs nécessaires pour le traitement complet d'un problème de recherche de l'état stable et caractérisation complète des impulsions générées dans une portion appréciable de l'espace des paramètres de la cavité. Cependant cette approche présente une limite de validité, qui est que le profil de l'impulsion ne soit pas trop éloigné de la fonction d'essai (Ansatz).

(ii) Partant du constat que les états stables de la cavité ont des profils temporels/spectraux extrêmement variés selon le jeu de paramètres considéré, et que parfois, ces profils peuvent être trop complexes pour être traités convenablement par l'ACCD, nous proposons l'AMCR (**approche de minimisation du champ résiduel**). Cette approche utilise, comme l'ACCD, une fonction d'essai  $f$  (appelée **Ansatz**) pour introduire les coordonnées collectives dans le problème. Ensuite, l'AMCR applique une contrainte sur les coordonnées collectives afin de minimiser l'énergie du champ résiduel (défini comme l'écart entre le champ intra-cavité et l'Ansatz). Dans ce mémoire nous avons utilisé l'AMCR, pour mettre en évidence des effets majeurs induits par certains phénomènes qui étaient jusqu'à présent largement sous-estimés dans les travaux antérieurs sur les lasers à fibre. Nous nous sommes focalisés sur deux de ces phénomènes, qui sont le filtrage induit par un filtre passe-bande (BPF : band-pass filter) placé après le milieu amplificateur (fibre EDF), et la diffusion Raman. Nous avons montré qu'un BPF dont la largeur peut être accordée, permet un contrôle précis des domaines multi-impulsions stables. Le contrôle des états stables à une impulsion et multi-impulsions permet diverses applications, telles que la manipulation de structures lumineuses à profils spécifiques, telles que les impulsions de lumière utilisées pour les formats de modulation binaire dans les systèmes de télécommunication, les molécules de soliton proposées pour les formats de modulation multi-niveaux [33, 34]. D'autre part, nous avons examiné la diffusion Raman, qui est, dans le cas des cavités courtes, généralement considérée comme un effet négligeable lorsque la largeur de bande du milieu amplificateur intra-cavité ne représente qu'une petite fraction de la largeur de bande du gain Raman ( $\sim 36$  THz). En considérant une cavité où la largeur spectrale du champ lumineux (3.12 THz) est d'un ordre de grandeur plus petite que la largeur de bande du gain Raman, nous avons mis en

lumière des effets remarquables dans le domaine des hautes énergies de saturation du milieu amplificateur.

La thèse est structurée en quatre chapitres. Le chapitre I présente des généralités sur les principaux phénomènes de propagation dans la cavité. Dans le chapitre II, nous présentons l'approche des coordonnées collectives et les conditions de sa mise en œuvre dans les cavités laser fibrées. Dans le chapitre III, nous analysons en détail les effets liés au profil spectral du BPF. Dans le chapitre IV, nous présentons des résultats montrant l'impact de la diffusion Raman. Nous terminons ce mémoire par une conclusion qui résume l'ensemble des résultats les plus marquants de cette thèse, et ouvre quelques perspectives.



# Généralités sur les phénomènes de propagation en milieu dispersif et non linéaire

## 1.1 Introduction

La propagation de la lumière dans une cavité laser fibrée met en jeu des phénomènes de propagation qui diffèrent qualitativement selon le composant optique traversé. Dans ce premier chapitre, nous présentons des généralités sur les phénomènes de propagation qui ont été identifiés dans les travaux antérieurs comme étant fortement impliqués dans la structuration des états stables dans ces cavités laser. Dans ces généralités, nous considérons le phénomène de propagation en lui-même, et les outils de son traitement théorique (modélisation et simulation numérique).

## 1.2 La fibre optique

Les cavités laser considérées dans cette thèse sont constituées d'un certain nombre de composants optiques, qui n'ont pas la même importance dans la structuration du champ intra-cavité. Parmi les composants les plus importants, figurent les fibres active et passive de la cavité. La fibre optique est un guide d'onde diélectrique composé d'une partie centrale de forme cylindrique, de faible rayon de l'ordre de quelques  $\mu m$ ,

entouré par une gaine optique. L'ensemble est entouré d'une gain de protection. L'indice de réfraction du cœur ( $n_c$ ) est supérieur à l'indice de la gaine ( $n_g$ ), ce qui permet de confiner et guider la lumière sur de grandes distances. Le type de fibre le plus répandu est la fibre à saut d'indice, dans laquelle l'indice de réfraction varie de manière abrupte lorsqu'on passe du cœur à la gaine, comme l'illustre schématiquement la figure 1.1. Le constituant de base d'une fibre à saut d'indice est la silice amorphe ( $SiO_2$ ). Des dopants sont utilisés pour modifier légèrement l'indice de réfraction de la silice. Le germanium, l'aluminium ou le phosphore, sont utilisés pour augmenter l'indice du cœur  $n_c$ . À l'inverse, le bore ou le fluor font diminuer l'indice de la gaine  $n_g$  [35, 36].

Un des paramètres les plus importants d'une fibre optique est la fréquence normalisée  $V$ , qui détermine le nombre de modes pouvant se propager dans la fibre optique :

$$V = a \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_c^2 - n_g^2}, \quad (1.1)$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde,  $a$  représente le rayon du cœur de la fibre.

Dans le cas d'une fibre à saut d'indice :

- pour  $V < 2,405$ , un seul mode se propage dans la fibre (fibre mono-mode).
- pour  $V > 2,405$ , plusieurs modes peuvent se propager dans la fibre (fibre multi-mode).

La fréquence normalisée permet de définir la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  :

$$\lambda_c = \frac{2\pi a \sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{2.405}, \quad (1.2)$$

telle que pour  $\lambda > \lambda_c$  la fibre est mono-mode, alors que pour  $\lambda < \lambda_c$  la fibre devient multi-mode.

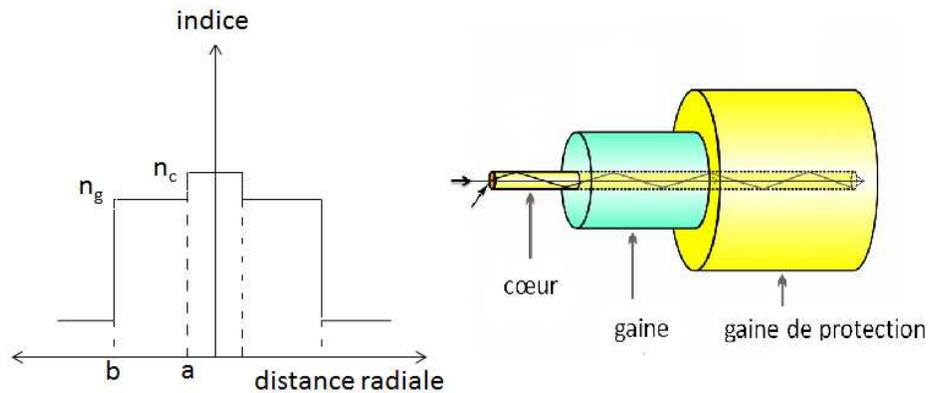


FIGURE 1.1 Section transverse d'une fibre à saut d'indice, et profil d'indice de réfraction

## 1.3 Phénomènes de propagation dans une fibre optique

Lorsqu'une impulsion lumineuse se propage dans une fibre optique, elle subit des effets linéaires tels que les pertes et la dispersion, et des effets non linéaires tels que l'effet Kerr ou la diffusion Raman. Dans ce qui suit, nous présentons les phénomènes majeurs qui sont susceptibles de se manifester dans les fibres que nous utiliserons dans notre cavité laser.

### 1.3.1 Atténuation

Lorsque la lumière se propage dans une fibre optique, sa puissance décroît avec la distance de propagation  $L$ . Pour une puissance  $P_0$  injectée à l'entrée de la fibre optique, la puissance à la sortie  $P_L$  s'exprime en fonction de  $P_0$  de la manière suivante :

$$P_L = P_0 \exp(-\alpha_L L). \quad (1.3)$$

Ici,  $\alpha_L$  est le coefficient de pertes en ( $m^{-1}$ ). L'expression  $\alpha_L$  en décibel par kilomètre ( $dB/km$ ), est donnée par la relation

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log_{10} \left( \frac{P_L}{P_0} \right) = 4.343\alpha_L. \quad (1.4)$$

Ce coefficient dépend de la longueur d'onde de la lumière incidente, comme l'illustre la figure 1.2. L'atténuation dans une fibre optique est principalement due à deux phénomènes dont les effets se cumulent, à savoir :

- Les pertes provoquées par l'absorption du matériau constituant la fibre.
- Les pertes provoquées par la diffusion par ce matériau.

#### - Pertes par absorption

Les phénomènes mis en jeu ici sont régis par les lois des échanges d'énergie, au niveau des atomes constituant le matériau de la fibre (absorption intrinsèque), ou des atomes constituant les impuretés de ce matériau, comme les ions hydroxydes  $OH^-$  (absorption extrinsèque).

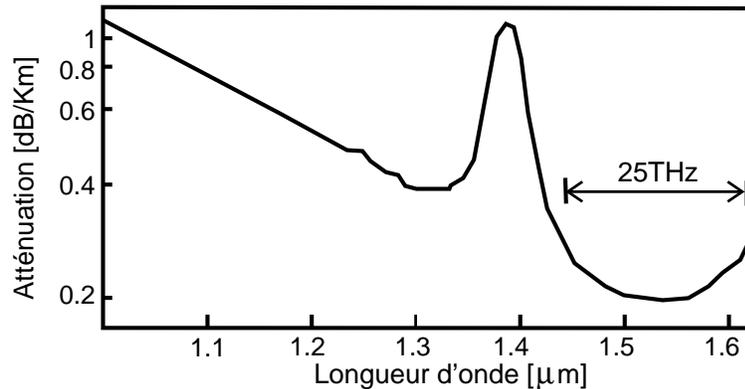


FIGURE 1.2 Evolution du coefficient d'atténuation dans une fibre optique monomode en silice, en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

#### - Pertes par diffusion

Les pertes d'énergie optique par diffusion sont dues généralement à la diffusion Rayleigh et aux imperfections des fibres et leur support. Dans certaines circonstances, notamment avec des impulsions courtes, la diffusion Raman peut s'exercer de

manière importante. Contrairement aux effets précédents, il s'agit alors d'un effet non-linéaire. La diffusion de la lumière est un phénomène qui se traduit par une distribution élastique (Rayleigh) ou inélastique (Brillouin, Raman) de la lumière, par un milieu de propagation, dans une direction donnée. Ce phénomène implique, en principe, un changement d'état du milieu de propagation par la fluctuation de sa densité.

a) La diffusion Rayleigh est produite par des inhomogénéités du matériau sur des distances inférieures à la longueur d'onde de la lumière, telles que les fluctuations locales de densité figées pendant le processus de fabrication de la fibre, ou des fluctuations de concentration des dopants. Cette diffusion se traduit par la propagation d'une infime partie de l'énergie incidente dans toutes les directions de l'espace, ceci en tout point de la fibre. La perte de puissance engendrée par la diffusion Rayleigh varie en  $1/\lambda^4$  (loi de Rayleigh) où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la source optique utilisée.

b) Des imperfections des fibres, telles que les micro-courbures ou des variations aléatoires du diamètre du cœur (de l'ordre du micron sur quelques dizaines de cm) provoquent aussi des pertes par diffusion.

c) La diffusion Raman [37] est un effet inélastique correspondant à un échange d'énergie entre le matériau et la lumière. Elle est due à l'interaction des photons avec les modes de vibration des atomes de silice. Elle fait intervenir des processus Raman Stokes et Raman anti-Stokes [38]. Lors du processus Raman Stokes [Fig. 1.3(a)], l'énergie d'un photon incident à la fréquence  $\omega$  est absorbée par un atome initialement situé dans l'état fondamental ( $v = 0$ ), qui atteint alors un état virtuel car l'atome ne passe par cet état que de manière fugitive, pour redescendre à un état excité relativement stable ( $v = 1$ ). Lors du passage de l'état virtuel à l'état  $v = 1$ , l'atome réémet une partie de son énergie sous la forme d'un photon de fréquence  $\omega - \Omega$ , où la fréquence  $\Omega$  correspond à la différence d'énergie entre les états vibrationnels  $v = 0$  et  $v = 1$ . Lors du processus Raman anti-Stokes [Figure 1.3(b)], l'énergie d'un photon incident et d'un phonon est absorbée tandis qu'un photon anti-Stokes est émis à la fréquence  $\omega + \Omega$  plus élevée que la fréquence du photon incident. Aux conditions normales de température dans la fibre optique, le processus Raman

anti-Stokes est minoritaire par rapport au processus Raman Stokes. Le processus de diffusion Raman peut donc produire de la lumière à la fréquence Stokes  $\omega_s$ , dans le cas d'une diffusion spontanée. La diffusion peut aussi être stimulée par la présence de lumière à la fréquence Stokes  $\omega_s$ , pouvant provenir d'une source extérieure ou de la lumière déjà diffusée. Dans la silice, la diffusion Raman est maximale lorsque l'écart de fréquence entre la lumière incidente et la lumière diffusée est  $\simeq 450 \text{ cm}^{-1}$  ( $\simeq 13 \text{ THz}$  autour de  $1.55 \text{ }\mu\text{m}$ ) mais elle s'étend de 0 jusqu'à  $1000 \text{ cm}^{-1}$  environ, en raison de la structure amorphe de la silice fondue. La réponse spectrale Raman d'un matériau est un effet de la susceptibilité d'ordre trois avec un temps de réponse de l'ordre de 50 fs.

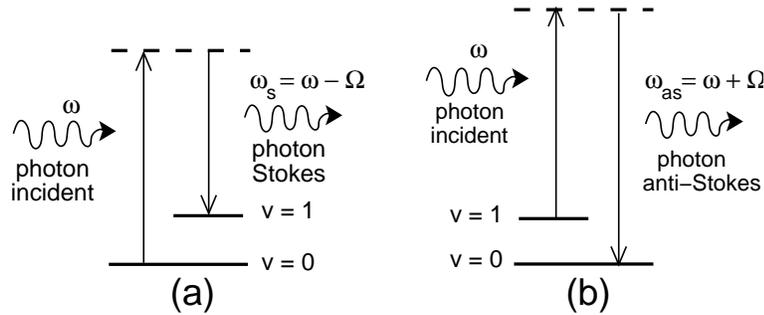


FIGURE 1.3 Représentation schématique des processus Raman (a) Stokes et (b) anti-Stokes.

### 1.3.2 Dispersion chromatique

La dispersion chromatique est la variation de la vitesse de propagation de l'onde lumineuse avec la longueur d'onde. Elle se produit lorsqu'une impulsion lumineuse se propage dans milieu diélectrique. Elle résulte de l'interaction de l'onde avec les électrons liés du milieu, et se traduit par la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de la fréquence de l'onde qui se propage dans ce milieu :  $n(\omega)$ . Cette dépendance est connue avec une bonne approximation par la relation empirique de Sellmeier [35] :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (1.5)$$

où les  $\omega_j$  et  $B_j$  représentent respectivement les fréquences et les forces de la  $j^{i\text{me}}$  résonance des électrons. La sommation dans la relation (1.5) porte sur toutes les réso-

nances du matériau comprises dans la bande de fréquence considérée. Dans les fibres optiques, les principales résonances sont au nombre de trois ( $m = 3$ ) et les valeurs des coefficients  $B_j$  dépendent des différents constituants du cœur de la fibre [39, 40]. Pour la silice amorphe, les paramètres suivants ont été calculés à partir d'une courbe de dispersion expérimentale [41].

Numéro de résonance	Longueur d'onde $\lambda_j$ ( $\mu m$ )	Force $B_j$
1	0.0684043	0.6961663
2	0.1162414	0.4079426
3	9.896161	0.8974794

TAB. 1.1 Coefficients de la relation de Sellmeier pour la silice pure.

Lorsqu'une impulsion ultra-courte se propage dans une fibre optique, chaque paquet de composantes spectrales se propage à sa propre vitesse  $c/n(\omega)$  (où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide). En conséquence, la dispersion de vitesse de groupe provoque un élargissement temporel des impulsions lumineuses ultra-brèves. Les effets de la dispersion chromatique sur une onde lumineuse peuvent être traités mathématiquement en développant en série de Taylor la constante de propagation autour de la fréquence de la porteuse  $\omega_0$

$$\beta(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (1.6)$$

où  $\beta_0$  représente la constante de propagation à la fréquence  $\omega_0$ ,  $\beta_1$  est l'inverse de la vitesse de groupe  $v_g$ , et  $\beta_2$  le coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (DVG), qui s'exprime en  $ps^2/nm$ . Les coefficients de dispersion s'expriment par :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right), \quad (1.7)$$

$$\beta_2 = \frac{d\beta_1}{d\omega} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right). \quad (1.8)$$

Le coefficient  $\beta_2$  est souvent remplacé par un paramètre mesurable  $D$  (qui s'exprime en  $ps\ nm^{-1}km^{-1}$ ). Ce paramètre est lié à  $\beta_2$  par la relation :

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2. \quad (1.9)$$

La figure 1.4 représente l'évolution du coefficient de dispersion  $\beta_2$  en fonction de la longueur d'onde. D'après cette figure le coefficient  $D$  s'annule à une longueur d'onde  $\lambda_D$  qualifiée de "longueur d'onde de dispersion nulle", où  $\lambda_D = 1.27$  pour la silice et située vers  $1.32\mu m$  pour une fibre optique. Cette valeur peut être modifiée par la nature et la quantité des dopants ( $GeO_2$  ou  $P_2O_5$  par exemple) utilisés pour créer la différence d'indice entre le cœur et la gaine de la fibre. Quelque soit sa valeur,  $\lambda_D$  permet de définir deux régimes de dispersion (figure 1.4). Pour des longueurs d'onde tel que  $\lambda < \lambda_D$ , la dispersion est dite normale dans ce régime ( $\beta_2 > 0$  ou  $D < 0$ ), et pour  $\lambda > \lambda_D$  la dispersion est anormale ( $\beta_2 < 0$  ou  $D > 0$ ).

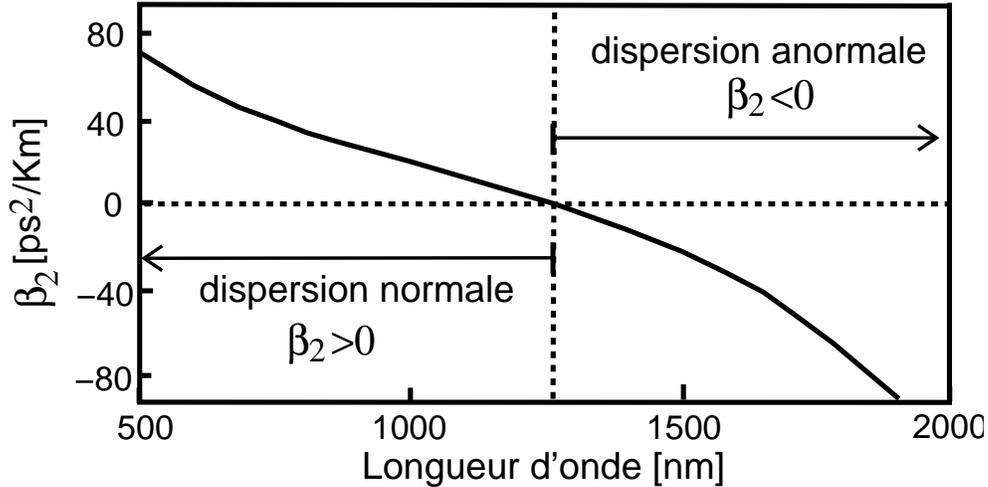


FIG. 1.4 - Evolution de la dispersion de la vitesse de groupe  $\beta_2$  en fonction de la longueur d'onde.

Le tableau ci-après indique les caractéristiques des quelques types de fibres optiques commerciales télécom, à la longueur d'onde de  $1.55\mu m$ .

Désignation	Pertes [dB/km]	Dispersion [ps/nm/km]	Pente de la Dispersion [ps/nm <sup>2</sup> /km]	Aire effective [μm <sup>2</sup> ]
<i>SMF</i>	0.2	+17	0.056	80
<i>Teralight</i>	0.22	+8	0.06	65
<i>NZDSF+</i>	0.22	[+2, +6]	0.06	55
<i>DSF</i>	0.22	≈ 0	0.06	55
<i>NZDSF-</i>	0.22	[-4, -2]	0.06	55
<i>RDF</i>	0.3	-30	-0.11	27
<i>DCF</i>	0.5	-90	-0.3	20

TAB. 1.2 Caractéristiques de quelques fibres optiques standards à  $\lambda = 1.55\mu m$ . Acronymes utilisés : SMF : Single Mode Fiber, NZ-DSF : Non Zero Dispersion , DSF : Dispersion Shifted Fiber, NZ-DSF : Non Zero Dispersion Shifted Fiber, RDF : Reverse Dispersion Fiber, DCF : Dispersion Compensating Fiber.

Notons que la pente de la dispersion,  $S$ , s'exprime en  $ps/km.nm^2$ , et est donnée par la relation

$$S = \frac{\partial D}{\partial \lambda}. \quad (1.10)$$

### 1.3.3 Non linéarité et effet Kerr

L'optique non linéaire étudie la propriété de certains matériaux d'avoir, sous l'effet d'un champ électrique intense, une polarisation dépendant de façon non linéaire de l'amplitude du champ. La polarisation, dans le cas d'une réponse instantanée pour un matériau isotrope, se met sous la forme suivante :

$$P(t) = P_l + P_{nl} = \frac{3\epsilon_0}{4}\chi^{(3)}|\vec{E}|^2 E = \epsilon_0 [\chi^{(1)} + \epsilon_{nl}] E(\omega). \quad (1.11)$$

où  $P_{nl} = \epsilon_0 \epsilon_{nl} E(\omega)$ ,  $\epsilon_{nl} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} \left| \vec{E} \right|^2$  correspond à la partie non linéaire de la constante diélectrique.

Ainsi, les impulsions propagées dans la fibre créent au sein du matériau une polarisation composée d'une partie linéaire, qui existe à basse puissance, et une partie non-linéaire, qui joue un rôle de plus en plus important à mesure que la puissance des impulsions augmente. la polarisation est liée à l'indice de réfraction  $n$  associé à l'onde, à travers la relation  $D = n^2 E = \epsilon_0 E + P$ , qui conduit à  $n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{nl} = (n_0 + \Delta n_{nl})^2 \approx n_0^2 + 2n_0 \Delta n_{nl}$ , avec  $n_0 \gg \Delta n_{nl}$ . On a donc  $n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}} \Rightarrow \epsilon_{nl} = 2n_0 \Delta n_{nl}$ , soit  $\Delta n_{nl} = \frac{\epsilon_{nl}}{2n_0} = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)} \left| \vec{E} \right|^2$ , et l'indice de réfraction à la fréquence  $\omega$  s'écrit donc :

$$n \left( \omega, \left| \vec{E} \right|^2 \right) = n_0(\omega) + n_2 \left| \vec{E} \right|^2. \quad (1.12)$$

Ici l'indice de réfraction non linéaire est défini par

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)}. \quad (1.13)$$

L'indice de réfraction total dépend donc de l'intensité de l'onde incidente  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n_0 \left| \vec{E} \right|^2$ . Ce phénomène est appelé effet Kerr optique, et se traduit par une modulation de l'indice de réfraction du milieu en fonction de l'intensité de l'onde qui traverse le matériau. On le modélise par la relation suivante :

$$n = n_0 + n_2^I I, \quad (1.14)$$

où  $n_2^I = \frac{2n_2}{\epsilon_0 c n_0} = \frac{3\chi^{(3)}}{4\epsilon_0 c n_0^2}$  est l'indice de Kerr, qui s'exprime en  $m^2 \cdot W^{-1}$ , et vaut  $3.2 \times 10^{-20} m^2/W$  dans la silice au voisinage de  $1.55 \mu m$ . L'effet Kerr est le phénomène non linéaire le plus important pour la silice. Il intervient dans un très grand nombre de phénomènes tels que l'auto-modulation de phase, ou la génération de solitons.

### 1.3.4 Equations de Maxwell

La propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique est gouvernée par les équations de Maxwell

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.15)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1.16)$$

$$\text{div} \vec{D} = 0, \quad (1.17)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (1.18)$$

avec les relations  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$  et  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ , dans un milieu non magnétique tel la fibre optique  $\vec{M} = 0$ . Les vecteurs  $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t)$ ,  $\vec{D} = \vec{D}(x, y, z, t)$ ,  $\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t)$ ,  $\vec{H} = \vec{H}(x, y, z, t)$ , et  $\vec{P} = \vec{P}(x, y, z, t)$  représentent respectivement le champ électrique, l'induction électrique, l'induction magnétique, le champ magnétique, et la polarisation électrique, dans le milieu diélectrique qui constitue la fibre optique.  $\mu_0$  et  $\varepsilon_0$  désignent respectivement la perméabilité et la permittivité du vide ( $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$ ). A partir des équations de Maxwell, on obtient l'équation de propagation du champ électrique :

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (1.19)$$

Dans le domaine des fréquences, l'équation de propagation s'écrit :

$$\nabla^2 \tilde{E}(x, y, z, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{E}(x, y, z, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}(x, y, z, \omega). \quad (1.20)$$

où  $\tilde{E}(x, y, z, \omega)$  et  $\tilde{B}(x, y, z, \omega)$  sont respectivement les transformées de Fourier de  $\vec{E}(x, y, z, t)$  et  $\vec{B}(x, y, z, t)$ , définies par :

$$\tilde{E}(x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(x, y, z, t) \exp(i\omega t) dt, \quad (1.21)$$

$$\tilde{P}(x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{P}(x, y, z, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (1.22)$$

### 1.3.5 Equation de Schrödinger Non Linéaire (ESNL)

Les fibres optiques peuvent être le siège de divers phénomènes non linéaires qui sont difficiles à comprendre par l'analyse directe de la polarisation, mais qui deviennent facilement compréhensibles par le biais de l'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL). Pour établir cette équation, on considère une impulsion lumineuse caractérisée par un champ électrique  $E(Z, T)$  se propageant suivant l'axe  $Z$ , dans un

milieu diélectrique soumis à l'effet Kerr, avec une fréquence porteuse  $\omega_0$ , de nombre d'onde  $k_0$  :

$$E(Z, T) = \mathbf{A}(Z, T) \exp[i(k_0 Z - \omega_0 T)] \quad (1.23)$$

où  $\mathbf{A}(Z, T)$  est l'enveloppe de l'impulsion. Si on fait l'hypothèse que  $\mathbf{A}(Z, T)$  varie lentement dans le temps et dans l'espace par rapport aux variations rapides de l'onde porteuse, donc il devient possible de faire un développement en série de Taylor du nombre d'onde  $k = k(\omega)$  autour la fréquence  $\omega_0$  :

$$k(\omega) = k_0 + (\omega - \omega_0) \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_0} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} + \left( \frac{\partial k}{\partial |\mathbf{A}|^2} \right)_{|\mathbf{A}|^2=0} |\mathbf{A}|^2. \quad (1.24)$$

Ici, le terme  $Q = \left( \frac{\partial k}{\partial |\mathbf{A}|^2} \right)_{|\mathbf{A}|^2=0}$  représente le coefficient de non linéarité. En remarquant que  $k = n \frac{\omega}{c}$  et que  $n = n_0 + n_2 I$ , on obtient  $Q = n_2 \omega_0 / c$ . En posant  $K = k - k_0$ ,  $\Omega = \omega - \omega_0$ ,  $\beta_1 = \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_0}$  et  $\beta_2 = \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=\omega_0}$  on obtient la relation de dispersion non linéaire de l'enveloppe :

$$K = \beta_1 \Omega + \frac{1}{2} \beta_2 \Omega^2 + Q |\mathbf{A}|^2. \quad (1.25)$$

En appliquant à la relation (1.25) une transformation de Fourier inverse, dans laquelle  $K$  est remplacé par l'opérateur de dérivation spatiale  $-i \frac{\partial}{\partial Z}$  et  $\Omega$  par l'opérateur de dérivation temporelle  $i \frac{\partial}{\partial T}$ , la relation de dispersion se met sous la forme

$$-i \frac{\partial}{\partial Z} = i \beta_1 \frac{\partial}{\partial T} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} + Q |\mathbf{A}|^2. \quad (1.26)$$

En appliquant cet opérateur à l'enveloppe  $\mathbf{A}$ , on obtient une première formulation de l'équation de Schrödinger non linéaire :

$$-i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial Z} = i \beta_1 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial T} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} + Q |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A}. \quad (1.27)$$

En utilisant un système de coordonnées qui se déplace à la vitesse de groupe  $v_g = 1/\beta_1$ , les variables d'espace et de temps s'écrivent alors :  $z = Z$  et  $t = T - z/v_g$ , on obtient l'ESNL de l'onde enveloppe

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + i Q |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A}. \quad (1.28)$$

Sachant que  $\mathbf{A} = \frac{1}{\alpha N} A(z, t) \psi(z, t)$ , il est possible de réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\psi \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \psi \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i Q \psi A |\psi|^2 |A|^2. \quad (1.29)$$

En multipliant les deux membres de l'équation (1.29) par  $\psi^*$  et en intégrant sur la section transversale de la fibre on obtient finalement l'ESNL sous la forme :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A. \quad (1.30)$$

où  $\gamma$  ( en  $W^{-1}m^{-1}$ ) est le coefficient de non linéarité défini par

$$\gamma = \frac{Q \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, y)|^4 dx dy}{\alpha \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, y)|^2 dx dy \right)^2} = \frac{n_2 \omega_0}{\alpha c A_{eff}} = \frac{n_2^I \omega_0}{c A_{eff}}, \quad (1.31)$$

$$A_{eff} = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, y)|^2 dx dy \right)^2 / \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, y)|^4 dx dy. \quad (1.32)$$

$A_{eff}$  représente l'aire effective de la section transversale de la fibre optique et  $\beta_2$  le coefficient de dispersion d'ordre deux. L'expression (1.30) est l'ESNL dans laquelle les pertes de la fibre, ainsi que tous les termes d'ordre supérieur qui décrivent des effets tels que les effets de dispersion d'ordre trois, la diffusion Raman stimulée, ou l'auto-raïdissement, ont été négligés. On peut généraliser l'équation (1.30) en incluant les termes d'ordre supérieur, si nécessaire.

L'ESNL (1.30) été obtenue pour la première fois en optique par Zakharov [42] et par Hasegawa et Tappert en 1973 [43], pour décrire la propagation d'une impulsion dans une fibre optique. Elle a été aussi utilisée pour décrire divers phénomènes, dans plusieurs domaine de la physique.

Pour une impulsion de puissance  $P_0$  et de durée  $T_0$  on peut déterminer *la longueur de non linéarité*  $L_{nl}$ , définie comme étant la distance à partir de laquelle les effets non linéaires commencent à devenir importants, donnée par :

$$L_{nl} = 1/(\gamma P_0). \quad (1.33)$$

D'autre part, on définit *la longueur de dispersion*  $L_d$  comme étant la distance à partir de laquelle les effets dispersifs commencent à devenir importants, définie par :

$$L_d = T_0^2 / |\beta_2|. \quad (1.34)$$

### 1.3.5.1 Soliton fondamental

Il s'agit d'une impulsion lumineuse qui résulte de l'équilibre strict entre la non-linéarité liée à l'effet Kerr, et la dispersion chromatique d'ordre 2 [44]. Le soliton

optique a été proposé pour la première fois en 1973 par Hasegawa et Tappert [43], comme un moyen permettant d'éviter l'élargissement temporel induit par la dispersion. Mathématiquement, l'équation ESNL (1.30) a été résolue par la méthode de diffusion inverse [45]. La solution dépend fortement du signe de la dispersion, et l'importance relative de la dispersion et les effets non linéaires, mesurée par un paramètre adimensionnel  $N$  :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 \delta_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.35)$$

Ainsi, dans le régime de dispersion anormale ( $\beta_2 < 0$ ), l'équation ESNL (1.30) admet une solution "soliton". L'ordre de soliton est donnée par le paramètre  $N$ . Seul le soliton fondamental défini par  $N = 1$ , peut se propager au sein de la fibre optique sans aucune déformation. L'expression analytique du soliton fondamental est donnée par la relation

$$A(z, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left( \frac{t}{T_0} \right) \exp \left( i \frac{P_0 z}{2\gamma} \right), \quad (1.36)$$

où la puissance crête nécessaire pour produire ce soliton est déterminée par  $L_d = L_{nl}$  et donnée par

$$\frac{L_d}{L_{nl}} = \frac{\gamma P_0 \delta_0^2}{|\beta_2|} = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{|\beta_2|}{\delta_0^2 \gamma}. \quad (1.37)$$

Le qualificatif de "soliton fondamental" est utilisé pour différencier ce soliton (qui se propage sans déformation de profil) des impulsions qui se propagent de manière aussi stable que le soliton fondamental, mais avec une déformation périodique de profil. Considérons à présent une impulsion de forme initiale  $\operatorname{sech}^2$  dont la puissance  $P_N$  est supérieure à  $P_0$  de façon à ce que  $P_N = N^2 P_0$ . Cette condition initiale conduit à la formation d'un soliton d'ordre  $N$ . Ce soliton ne se propagera plus de manière identique à lui-même quel que soit  $z$ , mais aura un comportement périodique [46]. Ainsi, il retrouvera une forme identique après une distance de propagation  $L_s$  appelée période soliton et définie par :

$$L_s = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi}{2} \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (1.38)$$

avec un profil d'intensité sous forme d'un trou de lumière dans un fond continu (soliton noir), dans le cas où la dispersion est normale ( $\beta_2$ ) [43, 47, 48]. Nous présentons ci-après un autre type de soliton, appelé "soliton à gestion de dispersion"

### 1.3.5.2 Soliton à gestion de dispersion

Le soliton fondamental est un concept intéressant, mais qui est pratiquement impossible à réaliser sur de grandes distances. En effet, la compensation exacte de la dispersion par l'auto modulation de phase est impossible à réaliser à cause des pertes, la diffusion Raman, ou le troisième ordre de la dispersion, qui sont toujours présents dans la fibre optique. En particulier les pertes qui amoindrissent progressivement le phénomène d'auto modulation de phase au cours de la propagation. L'équilibre entre la dispersion et la non-linéarité ne peut donc pas être maintenu, de manière aussi stricte. Parmi les stratégies alternatives qui ont été proposées pour combattre les effets indésirables de la dispersion, figure le soliton à gestion de dispersion. On appelle soliton à gestion de dispersion ou soliton DM ("Dispersion-Managed") une impulsion capable de se propager de manière stable dans une ligne à gestion de dispersion. Le mot stable est employé ici au sens où les paramètres caractéristiques du soliton à gestion de dispersion (largeur temporelle, puissance-crête, chirp) retournent périodiquement à leurs valeurs initiales. Une ligne à gestion de dispersion est constituée par la répétition d'un même motif élémentaire. Chaque motif est constitué en concaténant des sections de fibres de dispersion anormale et normale. Un tel système est caractérisé par :

(i) Les paramètres de dispersion de vitesse de groupe  $\beta_{2-}$  et  $\beta_{2+}$  des sections de fibres de dispersion respectivement anormale et normale.

(ii) La profondeur de dispersion  $\Delta\beta_2 = |\beta_{2-} - \beta_{2+}|$ .

(iii) Les longueurs  $L_-$  et  $L_+$  des segments de fibres respectivement normale et anormale et la longueur du motif élémentaire de dispersion  $L = L_+ + L_-$ .

(iv) La dispersion moyenne du motif élémentaire de dispersion  $\beta_m = \frac{\beta_{2+}L_+ + \beta_{2-}L_-}{L_+ + L_-}$ .

La figure 1.5 montre schématiquement la carte de dispersion, qui correspond à la répartition de la dispersion au sein du motif élémentaire d'un système à gestion de dispersion. Les indices (+) et (-) font référence aux fibres de dispersion normale

et anormale, respectivement. En général, ce type de système est conçu de telle sorte que l'effet de la dispersion locale soit prédominant [49], et que, la dispersion moyenne soit faible par rapport à la dispersion locale.

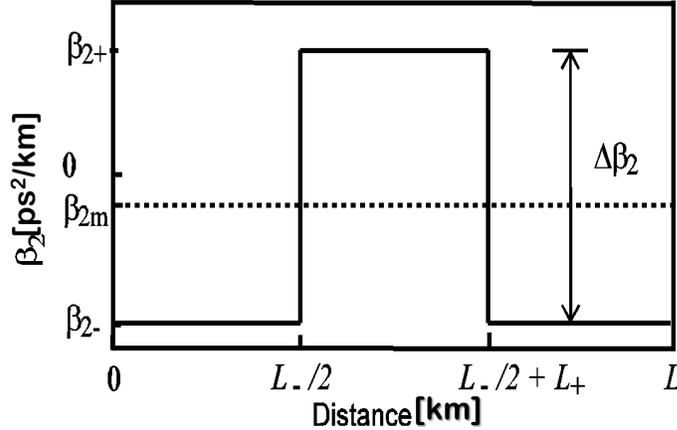


FIGURE 1.5 Représentation schématique de la carte de dispersion du motif élémentaire d'un système à fibres à compensation de la dispersion.

Notons que les cavités lasers considérées dans cette thèse tombent dans la catégorie des systèmes à gestion de dispersion que nous venons de présenter, mais avec une carte de dispersion qui a la forme d'une marche d'escalier, et qui formée d'une fibre active ( dite EDF ou erbium-doped fibre, de dispersion positive,  $\beta_{2+}$ ,  $L_+$ ) et d'une fibre passive (dite SMF, de dispersion négative  $\beta_{2-}$  et de longueur  $L_-$  ajustable en fonction de la dispersion moyenne désirée). Les impulsions générées par ce type de cavité tombent dans la catégorie des solitons DM. Contrairement au soliton fondamental, l'enveloppe du soliton DM est soumise à une déformation temporelle périodique plus où moins ample, appelée "respiration" du soliton, rythmée par l'alternance du signe de la dispersion [50]. La figure 1.6 illustre typiquement l'évolution de l'enveloppe temporelle d'un soliton DM ( $P_0 = 1\text{mW}$  ;  $\tau_{\text{FWHM}} = 20 \text{ ps}$ ) au sein du motif élémentaire d'une ligne de transmission dont les paramètres sont :  $d_+ = -16 \text{ ps/nm/km}$ ,  $L_+ = 50 \text{ km}$ ,  $d_- = 8 \text{ ps/nm/km}$ , et  $L_- = 100 \text{ km}$ .

Il est aussi important de souligner que dans les lignes de transmission à gestion de dispersion, un paramètre important de contrôle de la dynamique de l'impulsion

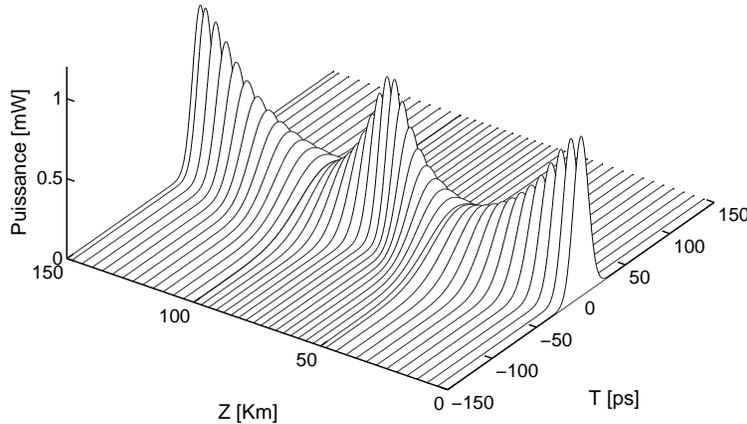


FIGURE 1.6 Evolution d'un soliton à gestion de la dispersion dans le motif élémentaire de dispersion, d'un ligne de transmission.

est la "force de la carte de dispersion" du système, définie par [51] :

$$S = \frac{\beta_{2+}L_+ - \beta_{2-}L_-}{\tau_{FWHM}^2}. \quad (1.39)$$

Selon la valeur de  $S$ , il existe différents régimes de gestion de la dispersion. Le régime de forte gestion de la dispersion correspond à des valeurs de  $S$  élevées ( $S > 4.5$ ), tandis que le régime de gestion de dispersion modérée correspond à de plus faibles valeurs de  $S$  ( $S < 4.5$ ). La valeur de  $S$  détermine l'amplitude de respiration temporelle du soliton DM. Plus  $S$  est grand, plus l'amplitude de respiration est importante. Le comportement qui vient d'être décrit correspond à celui d'une impulsion au sein d'une ligne de transmission à gestion de la dispersion. Dans une cavité laser, le paramètre  $S$  n'est plus adapté, car il ne prend pas en compte une caractéristique majeure spécifique à la cavité, qui est la forte dynamique de puissance infligée par le cycle perte/gain. En effet, le coupleur de sortie inflige à l'impulsion une grande perte d'énergie, qui génère une dynamique interne de grande ampleur alors que la valeur de  $S$  associée à la carte de dispersion de notre cavité correspond plutôt à dynamique interne de faible ampleur. C'est là que réside une première différence qualitative importante entre une cavité laser fibrée et le motif élémentaire d'une ligne de transmission à gestion de dispersion.

La deuxième différence majeure réside dans le fait que dans la ligne de transmis-

sion, la structure de la carte de dispersion est conçue pour assurer la stabilité d'une impulsion injectée à l'entrée de la ligne, alors que la cavité laser doit d'abord créer l'impulsion avant d'assurer sa stabilité. Une gestion appropriée de la dispersion (par un choix approprié de la carte de dispersion) apporte à la cavité laser l'aptitude nécessaire pour stabiliser les impulsions, mais elle n'apporte aucune fonctionnalité permettant de générer une impulsion. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire d'introduire dans la cavité laser un composant optique qui favorise la génération des impulsions. Une cavité dotée d'un tel composant correspond à un laser à modes bloqués.

## 1.4 Techniques de blocage de modes

Les études sur le blocage de modes dans une cavité laser ont été réalisées dès l'année 1964 par Hargrove [52], Yariv [53], et DiDomenico [54]. Fondamentalement, un laser peut émettre en régime continu ou quasi-continu (impulsion très large) en présence de nombreux modes longitudinaux oscillant en même temps avec des phases aléatoires. Un train d'impulsions est généré lorsque les modes ont une relation de phase fixe entre eux. En pratique, différentes techniques de blocage de modes peuvent être classées en :

**le blocage de modes actif** consiste à moduler le gain ou les pertes du laser à l'aide d'une source de modulation externe.

**le blocage de modes passif** ne nécessite pas d'action externe. Il réalise une modulation passive des pertes de la cavité, tel qu'un absorbant saturable rapide.

**le blocage de modes hybride** combine les deux méthodes précédentes, qui vise à combiner les avantages de chacune et éviter leurs désavantages.

par la suite nous allons décrire brièvement le blocage de modes passif par absorbant saturable.

### 1.4.1 Blocage de modes passif avec absorbant saturable

Un absorbant saturable introduit des pertes dépendantes de l'intensité qui sont faibles pour de fortes intensité et fortes pour de faibles intensités, ce qui favorise

la synchronisation des modes longitudinaux et ainsi la formation d'impulsions ultra brèves. Ce blocage de modes peut se réaliser de différentes manières, par absorbant saturable de matériau (absorbant saturable effectif) [55, 56, 57] qui nous allons utiliser par la suite, ou par un absorbant saturable artificiel qui utilise la combinaison entre l'effet Kerr (effet nonlinéaire) et la dispersion pour produire un effet d'absorbant saturable artificiel ultra rapide (fs). par des miroirs à boucle amplificatrice non linéaire (nonlinear amplifying loop mirror NALM) [58, 59], des miroirs à boucle optique non linéaire (NOLM) [60, 61], l'effet de la rotation non linéaire de la polarisation (nonlinear polarization rotation) [62, 63, 64].



# Chapitre 2

## Modélisation de la dynamique des lasers à fibre à modes bloqués par l'approche des coordonnées collectives

### 2.1 Introduction

Les lasers à fibre à modes bloqués sont très appréciés pour leur aptitude à générer des impulsions ultra-brèves de grande qualité à l'aide de dispositifs constitués d'un nombre relativement limité de composants optiques, qui peuvent être agencés de manière compacte, pour un coût qui demeure économiquement abordable [65, 66, 67, 68, 69]. La modélisation de la dynamique intracavité de l'impulsion lumineuse dans ce type de laser est fondamentalement basée sur les équations de propagation du champ électrique dans les fibres active et passive de la cavité laser, et sur les fonctions de transfert des autres éléments de la cavité (absorbant saturable, coupleur, filtre, etc.) [22, 31, 32, 70, 71, 72, 73].

Comme la solution analytique exacte des équations de propagation des champs dans les fibres de la cavité n'existe pas, la modélisation de la dynamique du laser nécessite de passer par des procédures relativement longues pour obtenir la solution numérique de l'équation de propagation. Cette longue procédure numérique entrave l'optimisation des paramètres de la cavité laser en fonction des paramètres désirés pour les impulsions de sortie (puissance crête durée, chirp, bande passante, etc.). L'inconvé-

nient lié au coût (en termes de temps de calcul) de cette procédure numérique avait déjà été perçue par plusieurs auteurs, qui ont suggéré l'utilisation d'une approche des coordonnées collectives (ACC) [22, 31, 32].

L'idée de base d'une ACC est de réduire le comportement dynamique d'une entité collective ayant une structure complexe et un très grand nombre de degrés de liberté, à celui d'un système mécanique beaucoup plus simple et n'ayant que quelques degrés de liberté [74]. A chaque degré de liberté du système mécanique équivalent, on associe alors un paramètre appelé *coordonnée collective (CC)*, qui est choisi pour représenter un paramètre majeur de l'impulsion. Par exemple, dans le cas des lasers à fibres à modes bloqués, les CC sont tout simplement les paramètres de l'impulsion lumineuse générée dans la cavité laser, tels que l'énergie, la puissance crête, la position temporelle, la durée, le chirp, etc. Techniquement, cette approche (CC) consiste à substituer à l'équation de Schrödinger non linéaire étendue qui gouverne l'évolution spatio-temporelle du champ impulsionnel dans la fibre, qui est une équation aux dérivées partielles, un système d'équations différentielles ordinaires décrivant l'évolution des paramètres physiques de l'impulsion au cours de la propagation dans la fibre. La méthode des CCs, a déjà été utilisée dans différents domaines de la physique, pour caractériser le comportement dynamique des entités collectives complexes. Par exemple, en physique du solide, cette approche a été très utilisée pour l'étude de la dynamique des parois de domaines (kinks et antikinks) [75, 76]. En optique, les CC ont été très exploitées pour caractériser la dynamique interne des impulsions ultra-courtes dans un système de transmission par fibre optique [74, 77, 78, 79, 80].

Fondamentalement, l'approche des CC est avant tout un outil de caractérisation des structures complexes, qui a été parfois appliquée à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles (EDPs). En effet, l'approche des CC permet de réduire de manière spectaculaire le coût des opérations de calcul, comparé au coût engendré par la résolution numérique complète des EDPs. Notons que la possibilité d'utiliser l'approche des coordonnées collectives pour le traitement des cavités laser avait déjà été proposée dans plusieurs travaux antérieurs [22, 31, 32]. Dans ce chapitre nous abordons la question de l'utilisation de la méthode des CC comme outil à part entière de modélisation des éléments d'une cavité laser à modes bloqués. Nous

montrons que cette méthode reste essentielle pour la caractérisation des impulsions lumineuses dans ce type de lasers, mais nous en démontrons aussi les limites. En effet, il ressort de notre analyse que la méthode des CC peut être un outil fiable pour modéliser la dynamique de l'impulsion lumineuse dans un milieu, tel qu'une ligne de télécommunication, qui reçoit et transmet les impulsions lumineuses d'un point à un autre. Toutefois, il est à noter que dans la ligne de transmission, l'impulsion peut subir des déformations internes (induites par des effets linéaires ou non linéaires), mais sans modification majeure de son profil d'intensité. Bien au contraire, dans un laser à fibre à modes bloqués, l'impulsion est créée dans le système à partir d'un bruit de photons. En d'autres termes, la méthode des CC n'est applicable qu'à partir de l'instant où l'impulsion est générée. Il y a ici une difficulté liée au fait que cet instant n'est pas connu à l'avance. En outre, une autre difficulté majeure dans l'utilisation de l'approche des CC pour la modélisation de la dynamique impulsionnelle dans les lasers à fibre à modes bloqués, réside dans l'existence d'une grande variété de structures stables dans de tels systèmes, telles que les structures dotées d'une seule impulsion dans la cavité, ou deux impulsions, ou un triplet d'impulsions, etc. En manière plus générale, nous montrerons que l'utilisation de l'approche des CC comme outil à part entière de modélisation d'un laser à fibre à modes bloqués, nécessite la plus grande prudence, et n'est réalisable que dans les régions où l'état stable est doté d'une seule impulsion dans la cavité. Ensuite, nous aborderons le problème de la nature approximative de l'approche des CC, et la question de sa fiabilité, qui a été ignorée dans les travaux précédents [22, 32]. Nous montrerons que, globalement, l'approche des CC donne des résultats fiables, et est très économe en temps de calcul, et en temps de recherche des états stables dans la cavité laser.

## 2.2 Présentation du système

Les lasers à fibre à modes bloqués peuvent être très variés selon le type d'impulsions que l'on souhaite générer. Cependant, la conception de ce type de laser s'appuie sur trois principaux éléments, à savoir, un milieu amplificateur, une cavité

constituée d'une fibre (ou une concaténation de plusieurs fibres), et un absorbant saturable rapide. Ici nous considérons une cavité laser, dite à gestion de dispersion, similaire à celles étudiées dans plusieurs travaux antérieurs [22, 23]. La configuration standard de ce type de laser est schématiquement représentée dans la figure 2.1. Le milieu amplificateur est constitué d'une fibre dopée aux ions erbium, appelée "EDF" (Erbium Doped Fiber), dont la dispersion est normale à la longueur d'onde de  $1.55 \mu m$ . La majeure partie de la longueur de la cavité est constituée d'une fibre standard à dispersion anormale, appelée "SMF" (Single Mode Fiber). Un absorbant saturable (AS) est inséré dans la cavité afin de favoriser le passage du laser en régime de blocage de modes. Un coupleur de sortie (OC) permet d'extraire la fraction de signal destinée à l'utilisateur.

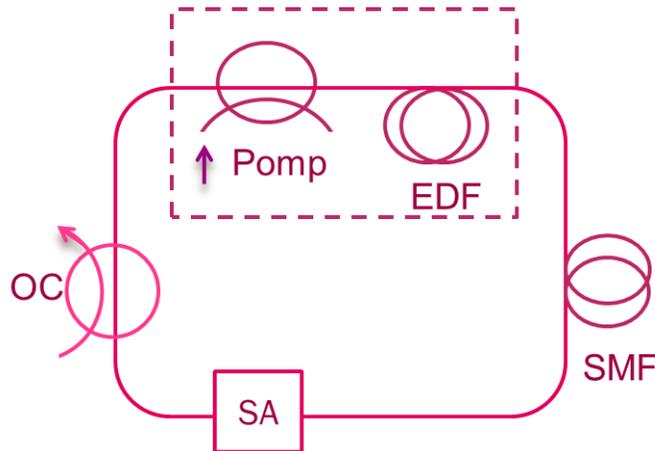


FIGURE 2.1 Schéma de la cavité laser.

## 2.3 Modélisation de la dynamique du laser

### 2.3.1 Approche numérique élaborée

Cette approche est basée sur la résolution numérique des équations de propagation du champ lumineux à travers les différents composants de la cavité laser (fibre optique, coupleur, absorbant saturable, etc.). Ensuite, on fait appel à une méthode numérique appropriée pour déterminer les paramètres de l'impulsion (générée par le laser) à partir du champ intra-cavité.

### 2.3.1.1 Propagation du champ intra-cavité dans la fibre passive

L'un des principaux éléments des lasers à fibre à modes bloqués est le système de fibres intra-cavité, qui est généralement constitué d'une fibre active (EDF), et d'une ou plusieurs fibres passives (SMF). Généralement la propagation dans la fibre passive est modélisable de manière réaliste au moyen de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (GNLSE) :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} \psi = i \gamma |\psi|^2 \psi, \quad (2.1)$$

où  $\psi$  représente l'amplitude de l'enveloppe,  $\beta_2$ ,  $\gamma$  et  $\alpha$  représentent respectivement la dispersion de la vitesse de groupe, le coefficient de non linéarité, et le coefficient des pertes linéaires. Cette équation décrit donc la propagation du champ intra-cavité dans la fibre passive de notre cavité (fibre SMF).

### 2.3.1.2 Propagation dans la fibre active

Les fibres dopées aux ions de terres rares (erbium, ytterbium, neodymium) constituent d'excellents milieux à gain, permettant la réalisation de lasers et amplificateurs [81]. Les amplificateurs à fibre dopée aux ions de terres rares présentent l'avantage d'éviter les opérations d'amplification électronique. C'est pour cette raison qu'ils sont couramment utilisés dans les télécommunications, en particulier dans les liaisons transocéaniques. Dans cette thèse, nous choisissons comme milieu amplificateur, une fibre de silice dopée à l'erbium (EDF). Dans cette fibre le milieu actif est constitué des ions de terre rare  $Er^{3+}$  incorporés dans le cœur de la fibre. Le processus d'amplification au sein de la fibre EDF est basé sur le principe de l'émission stimulée, avec un gain saturable modélisé par :

$$g = \frac{g_0}{1 + E/E_{sat}}. \quad (2.2)$$

où  $g_0$  est le gain aux faibles signaux, dont la valeur est liée au nombre des ions actifs ( $Er^{3+}$ ), et  $E_{sat}$  l'énergie de saturation fixée par l'énergie de pompage. Dans l'équation (2.2),  $E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt$  représente l'énergie totale transportée par l'onde dans la cavité.

Lorsque le champ lumineux se propage dans le milieu amplificateur, on doit rajouter à l'équation (2.1) le terme de gain; ce qui conduit à : [82]

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \psi_{tt} + \frac{\alpha}{2} \psi = i\gamma |\psi|^2 \psi + \frac{g_0/2}{(1 + E(z)/E_{sat})} \left( 1 + \frac{\partial_t^2}{\Omega_g^2} \right) \psi. \quad (2.3)$$

Cette équation de propagation prend en compte l'effet de filtrage imposé par la courbe de gain, avec un profil choisi arbitrairement pour être de forme quartique.  $\Omega_g$  représente la largeur spectrale de la bande de gain imposée par la courbe de gain.

D'autre part, dans l'approche numérique élaborée (que nous avons utilisée dans ce chapitre), la résolution des équations de propagation (2.1) et (2.3) est réalisée (numériquement) par la méthode de Fourier à pas divisés.

C'est cette procédure de résolution numérique des équations de propagation dans les fibres passive et active qui est de loin la plus couteuse en temps de calcul.

### 2.3.1.3 Passage à travers l'absorbant saturable

L'absorbant saturable est le second élément clé des lasers à fibre à modes bloqués, car il favorise le passage du système en régime de blocage de modes, et aide à stabiliser le blocage de mode. La plupart des lasers de ce type utilise un absorbant saturable rapide. Un absorbant saturable est un composant qui introduit des pertes dépendantes de l'intensité incidente, qui sont faibles pour de fortes intensités et fortes pour de faibles intensités. Le centre de l'impulsion subit donc moins de pertes que les ailes, ce qui favorise la formation et la stabilité des impulsions ultra-courtes.

Dans l'approche numérique élaborée, l'action de ce composant est modélisée simplement par une fonction de transfert, qui relie la puissance de sortie de ce composant ( $P_o$ ) à la puissance d'entrée ( $P_i$ ), par la relation :

$$P_o = T P_i, \quad (2.4a)$$

$$T \equiv T_0 + \Delta T P_i / (P_i + P_{sat}), \quad (2.4b)$$

$T_0$  est sa transmissivité à faible signal,  $\Delta T$  le contraste de la transmission, et  $P_{sat}$  la puissance de saturation, avec  $T_0 + \Delta T = 1$ , et  $P_{sat}$  représente la puissance de saturation.

### 2.3.1.4 Propagation dans le coupleur de sortie

La traversée des autres éléments de la cavité laser (atténuateur, coupleur, points de raccord des composants, etc), est modélisée par une simple relation linéaire entre les amplitudes d'entrée et de sortie de ces composants, du type :

$$\widehat{\psi} = \eta\psi, \quad (2.5)$$

où  $\eta$  est un coefficient dont la valeur dépend du composant traversé.  $\widehat{\psi}$  et  $(\psi)$  désignent respectivement le champ de sortie et d'entrée. Ainsi donc, les équations (2.3), (2.4) et (2.5) représentent le traitement théorique de la dynamique de l'impulsion au sein de la cavité laser.

### 2.3.1.5 Caractérisation des impulsions

La résolution numérique des équations de propagation permet obtenir le champ intracavité  $\psi(z, t)$ , qui est indispensable pour caractériser l'impulsions dans le cadre de l'approche semi-analytique des CC. Plusieurs méthodes peuvent alors être utilisées.

#### I-Méthode des Moments

La méthode des moments est l'une des méthodes les plus répandues pour caractériser les impulsions lumineuses. Les premiers moments sont donnés par les formules suivantes [74, 79, 83] :

$$E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt, M_n = \int_{-\infty}^{+\infty} t^n |\psi|^2 dt \quad (2.6a)$$

$$X_2 = \frac{1}{E_0} M_1, \quad (2.6b)$$

$$X_3 = 2 [M_2/E_0 - X_2^2]^{1/2}, \quad (2.6c)$$

$$X_1 = \sqrt{E_0/(X_3 \sqrt{\pi/2})}, \quad (2.6d)$$

$$X_4 = \frac{i \int_{-\infty}^{+\infty} (t - X_2)(\psi\psi_t^* - \psi^*\psi_t) dt}{2 \int_{-\infty}^{+\infty} (t - X_2)^2 |\psi|^2 dt}. \quad (2.6e)$$

où  $X_1, X_2, X_3$  et  $X_4$ , représentent respectivement l'amplitude, la position temporelle, la largeur, et le chirp de l'impulsion.  $E_0$  désigne l'énergie de l'impulsion.

Il est à noter que la méthode des moments a l'avantage d'être simple à appliquer, mais la détermination du chirp ( $X_4$ ) par cette méthode souffre parfois d'un manque de précision chaque fois que la dérivation numérique du champ intra-cavité ( $\psi_t$ ) n'est pas exécutée avec une précision suffisante. Il est possible d'éviter ce problème de précision en utilisant la méthode de minimisation de l'énergie du champ résiduel.

## II- Minimisation de l'énergie du champ résiduel

Dans cette méthode, on décompose le champ impulsionnel  $\psi$  de la manière suivante [74] :

$$\psi(z, t) = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, t) + q(z, t) \quad (2.7)$$

où la fonction Ansatz  $f$  est choisie pour être la meilleure représentation du profil temporel de l'impulsion, et  $q$  est le champ résiduel tel que la somme de  $f$  et  $q$  soit la solution exacte.  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) représentent les paramètres de l'impulsion, qui seront considérés comme des CC. La valeur de l'énergie du champ résiduel est un critère simple, qui permet d'évaluer la proximité entre  $f$  et  $\psi$ , qui est définie sous sa forme normalisée par :

$$\tilde{E}_{RF} \equiv \frac{E_{RF}}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi - f(X_1, X_2, \dots, X_N, t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dt}. \quad (2.8)$$

Dans la pratique, l'ampleur de  $\tilde{E}_{RF}$ , qui sert de mesure de la précision de l'Ansatz  $f$ , peut rapidement donner un premier aperçu de la fiabilité de la méthode de minimisation de l'énergie du champ résiduel (l'énergie du champ résiduel doit être suffisamment petite par rapport à l'énergie totale de l'impulsion). Il est très important de noter que plus le champ résiduel sera petit plus l'Ansatz  $f$  représentera au mieux le champ exact  $\psi$ . Pour extraire les CC associées à un champ  $\psi(z, t)$  on applique à  $\tilde{E}_{RF}$  des contraintes qui sélectionnent les CC qui minimisent l'énergie du champ résiduel [74, 83]. Autrement dit, on impose un ensemble de contraintes sur le système, de manière à forcer les CC à évoluer uniquement dans le sens qui minimise

$\tilde{E}_{RF}$ . Ainsi, la relation  $\frac{\partial E_{RF}}{\partial x_j} = 0$  conduit à la contrainte suivante [74] :

$$C_j \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} \left[ q \frac{\partial f^*}{\partial X_j} \right] dt \approx 0, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

le symbole  $\text{Re}$  indique qu'il s'agit de la partie réelle de la quantité considérée. Lorsque le champ  $\psi$  est connu à une distance donnée  $z$  dans la cavité, alors l'ensemble des équations (2.9) peut être résolu par une procédure itérative telle que la méthode de Newton-Raphson [84], qui se traduit par

$$[X]_{(i+1)} = [X]_{(i)} - \left[ \frac{\partial C}{\partial X} \right]_{(i)}^{-1} [C]_{(i)}, \quad (2.10)$$

où l'indice  $i$  indique le numéro de l'itération, la matrice colonne  $[C]$  a pour éléments les contraintes  $C_j$ .

### 2.3.2 Approche des coordonnées collectives dynamiques (ACCD)

Dans cette section, nous présentons la procédure qui permet d'utiliser notre ACCD (ACC dynamique) comme un outil de modélisation complet, qui assure à la fois la propagation du champ intra-cavité et la caractérisation des impulsions lumineuses. La procédure se déroule en deux étapes : tout d'abord, on définit un nombre de variables limité (les CC) et on les associe aux paramètres physiques désirés de l'impulsion, puis, on obtient leurs équations du mouvement [32, 74, 79, 80, 83, 85]. Pour obtenir les équations du mouvement, on peut décomposer le champ impulsionnel comme indiqué ci-après :  $\psi = f + q$ , où la fonction Ansatz  $f$  est choisie pour être la meilleure représentation du profil temporel de l'impulsion, et  $q$  est le champ résiduel tel que la somme de  $f$  et  $q$  soit la solution exacte de l'équation (2.3). Les fonctions Ansatz plus couramment utilisées pour représenter les impulsions lumineuses dans les systèmes à fibre optique, sont des gaussiennes chirpées, ou des sécantes hyperboliques [32, 74, 79, 83]. Mais d'autres profils peuvent être utilisés, à condition que le champ résiduel correspondant ait une amplitude suffisamment faible par rapport à la fonction Ansatz.

Ici, nous supposons que le profil d'impulsion peut être relativement bien repré-

senté par un Ansatz  $f$  ayant la forme d'une Gaussienne chirpée, définie par :

$$f = x_1 \exp \left[ -\frac{(t - x_2)^2}{x_3^2} \right] \times \exp \left\{ i \left[ \frac{x_4}{2} (t - x_2)^2 + x_5 (t - x_2) + x_6 \right] \right\},$$

où les CC  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  et  $x_6$  représentent respectivement l'amplitude, la position temporelle, la largeur, le chirp, la position fréquentielle, et la phase de l'impulsion. Une approche des CC incluant le champ résiduel est aussi lourde que la procédure numérique de résolution de l'équation de propagation (2.3). Il est possible de négliger le champ résiduel sans porter sévèrement préjudice à la précision des résultats de l'analyse. C'est ce que nous allons faire en utilisant l'approximation "bare", qui consiste à poser  $q(z, t) = 0$ ; ce qui rend l'approche des CC extrêmement pratique, car elle entraîne une réduction drastique du volume des opérations de calcul.

### 2.3.2.1 Propagation dans les fibres intra-cavité

L'équation de propagation dans la fibre active est donnée par la relation (dans la fibre passive  $g_0 = 0$ )

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = V(\psi) = -\frac{i}{2} \beta_2 \psi_{tt} - \frac{\alpha}{2} \psi + i\gamma |\psi|^2 \psi + \frac{g_0/2}{(1 + E(z)/E_{sat})} \left( 1 + \frac{\partial^2}{\Omega_g^2} \right) \psi. \quad (2.11)$$

Dans la première étape de la méthode dite des opérateurs de projection et comme dans la méthode de minimisation de l'énergie du champ résiduel, le champ  $\psi$  est décomposée de la manière suivante :

$$\psi(z, t) = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, t) + q(z, t) \quad (2.12)$$

Les CC doivent évoluer dans le sens qui minimise l'énergie du champ résiduel. Pour cette raison, on impose la contrainte suivante :

$$\epsilon \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi - f(X_1, X_2, \dots, X_N, t)|^2 dt \quad (2.13)$$

Les équations 2.12 et 2.13 conduisent aux contraintes suivante :

$$C_j(X_1, X_2, \dots, X_N) \equiv \frac{\partial \epsilon}{\partial X_j} = \frac{\partial \epsilon}{\partial X_1} dX_1 + \dots + \frac{\partial \epsilon}{\partial X_N} dX_N = \int_{-\infty}^{+\infty} \Re [q \otimes_j] dt \simeq 0, \quad (2.14)$$

où

$$\wp_j \equiv \frac{\partial f^*}{\partial X_j} \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (2.15)$$

correspond à l'opérateur de projection introduit dans la référence [74]. La procédure d'obtention des équations d'évolutions des CC s'effectue en plusieurs étapes.

(i) La première consiste à substituer l'expression (2.12) dans l'ESNL (2.11). On obtient l'équation d'évolution suivante :

$$\begin{aligned} q_z + i \frac{\beta_2(z)}{2} q_{tt} - i \gamma(z) |f + q|^2 q + \frac{\alpha(z)}{2} q - \frac{g_0/2}{(1 + E(z)/E_{sat})} \left(1 + \frac{\partial_{tt}^2}{\Omega_g^2}\right) q = \\ - \sum_{j=1}^N \dot{X}_j f_{X_j} - i \frac{\beta_2(z)}{2} f_{tt} + i \gamma(z) |f + q|^2 f - \frac{\alpha(z)}{2} f + \frac{g_0/2}{(1 + E(z)/E_{sat})} \left(1 + \frac{\partial_{tt}^2}{\Omega_g^2}\right) f, \end{aligned} \quad (2.16)$$

(ii) On applique l'opérateur de projection (2.15) à l'équation (2.16). Cela consiste à multiplier (2.11) par l'opérateur de projection  $\wp_j$ . Ensuite on intègre dans le temps tous les termes de l'équation résultante, et on prend la partie réelle de cette équation. Cette procédure conduit à une équation que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{d[X]}{dz} = [M]^{-1} [\Pi], \quad (2.17)$$

où  $[X]$  est un vecteur colonne d'éléments  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ),  $[M]$  est une matrice de dimension  $N \times N$ , d'éléments matriciels

$$M_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Re \left[ \frac{\partial f^*}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_j} \right] dt \quad (2.18)$$

$[\Pi]$  est un vecteur colonne d'éléments

$$\Pi_j = \int_{-\infty}^{+\infty} \Re \left[ \frac{\partial f^*}{\partial X_j} (V(f + q) - q_z) \right] dt. \quad (2.19)$$

### **-Approximation bare**

Dans un système à gestion dense de dispersion (comme notre cas) la forme l'impulsion est très proche d'un profil gaussien dans la partie centrale. Dans ce cas, on peut négliger le champ résiduel ( $q = 0$ ) et imposer ( $\psi = f$ ). Pour une fonction Ansatz donnée par la relation (2.11) et en posant  $q = 0$  dans l'équation (2.17), on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_3}{2} & 0 & X_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{X_1^2 (X_4^2 X_3^4 + 4X_5^2 X_3^2 + 4)}{2X_3} & 0 & \frac{-X_1^2 X_5 X_3^3}{4} & \frac{-X_1^2 X_4 X_3^3}{2} & -2X_1^2 X_5 X_3 \\ X_1 & 0 & \frac{3X_1^2}{2X_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-X_1^2 X_5 X_3^3}{4} & 0 & \frac{3X_1^2 X_3^5}{32} & 0 & \frac{X_1^2 X_3^3}{4} \\ 0 & \frac{-X_1^2 X_4 X_3^3}{2} & 0 & 0 & \frac{X_1^2 X_3^3}{2} & 0 \\ 0 & -2X_1^2 X_5 X_3 & 0 & \frac{X_1^2 X_3^3}{4} & 0 & 2X_1^2 X_3 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -\alpha X_1 X_3 + 2\tilde{G} X_1 X_3 - \frac{K_1}{2} \frac{X_1(4+4X_3^2 X_5^2 + X_3^4 X_4^2)}{X_3} \\ -\beta_2 X_1^2 X_5 (12 + 3X_4^2 X_3^4 + 4X_5^2 X_3^2) - \gamma \sqrt{2} X_1^4 X_5 X_3 \\ \frac{4X_3}{4X_3} \\ \frac{-\alpha X_1^2}{2} + \tilde{G} X_1^2 - \beta_2 X_1^2 X_4 - \frac{K_1}{4} \frac{(4X_3^2 X_5^2 + X_3^4 X_4^2 - 4)}{X_3^2} \\ \frac{\beta_2 X_1^2 X_3 \left( -1 + X_5^2 X_3 + \frac{3X_4^2 X_3^4}{4} \right)}{8} + \frac{\gamma \sqrt{2} X_1^4 X_3^3}{16} - \frac{1}{2} K_1 X_1^2 X_3^3 X_4 \\ \frac{\beta_2 X_1^2 X_4 X_5 X_3^3}{8} - 2K_1 X_1^2 X_3^3 X_5 \\ \frac{\beta_2 X_1^2 (4 + X_4^2 X_3^2 + 4X_5^2 X_3^2)}{4X_3} + \gamma \sqrt{2} X_1^4 X_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En effectuant la même opération sur tous les indices ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ), on génère un système matriciel de six équations à six inconnues. En résolvant le système matriciel, nous obtenons finalement un système d'équations différentielles ordinaires, qui porte dans la littérature le qualificatif d'équations variationnelles :

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2}\beta_2 x_1 x_4 - \frac{\alpha}{2} x_1 + x_1 \tilde{G} - x_1 \left( x_5^2 + \frac{2}{x_3^2} \right) K_1 \quad (2.21a)$$

$$\dot{x}_2 = -\beta_2 x_5 - x_4 x_3^2 x_5 K_1 \quad (2.21b)$$

$$\dot{x}_3 = -\beta_2 x_3 x_4 + \left( \frac{2}{x_3} - \frac{1}{2} x_3^3 x_4^2 \right) K_1 \quad (2.21c)$$

$$\dot{x}_4 = \left( x_4^2 - \frac{4}{x_3^4} \right) \beta_2 - \frac{\sqrt{2} x_1^2}{x_3^2} \gamma - \frac{8x_4 K_1}{x_3^2} \quad (2.21d)$$

$$\dot{x}_5 = -\left( \frac{4}{x_3^2} + x_3^2 x_4^2 \right) x_5 K_1 \quad (2.21e)$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{1}{2} \left( x_5^2 - \frac{2}{x_3^2} \right) \beta_2 + \frac{5\sqrt{2} x_1^2}{8} \gamma + (1 - x_3^2 x_5^2) x_4 K_1 \quad (2.21f)$$

avec  $\tilde{G} = \frac{g_0}{2(1+E(z)/E_{sat})}$  et  $K_1 = \frac{\tilde{G}}{\Omega_g^2}$ , l'énergie à la position  $z$  est  $E(z) = \sqrt{\pi/2} x_1^2 x_3$ . Ce système d'équation présente l'évolution des différentes caractéristiques de l'im-

pulsion durant la propagation.

### 2.3.2.2 Passage à travers l'absorbant saturable (AS)

Une caractéristique remarquable de notre approche, qui est aussi la plus grande différence qualitative par rapport aux travaux précédents [22, 31, 32], réside dans l'expression très particulière de la fonction de transfert de l'absorbant saturable, uniquement sous la forme de relations entre les CC d'entrée et les CC de sortie. En effet, bien que la traversée de l'absorbant saturable ne représente pas l'opération de calcul la plus coûteuse dans le traitement théorique, il est encore possible de réduire son coût dans l'approche des CC. Dans notre méthode on remplace la relation de transfert (2.4a) par des relations entre les CCs d'entrée et de sortie de l'absorbant saturable. A cette fin nous allons considérer que lors de son passage dans ce composant, une impulsion gaussienne est modifiée conformément à la transmission  $T$  définie dans (2.4a), mais qu'elle conserve essentiellement un profil Gaussien. En d'autres termes, nous pouvons écrire que  $P_i = x_1^2 \exp[-2(t - x_2)^2/x_3^2]$  à l'entrée et  $P_o = \tilde{x}_1^2 \exp[-2(t - x_2)^2/\tilde{x}_3^2]$  à la sortie. En substituant ces deux expressions de  $P_i$  et  $P_o$  dans la relation (2.4) et posant  $t = x_2$  (l'impulsion ne change pas sa position temporelle lors de la traversée de l'AS) nous obtenons

$$\tilde{x}_1 = x_1 \sqrt{R_0 + \Delta R \frac{x_1^2}{x_1^2 + P_{sat}}}. \quad (2.22)$$

En effectuant la dérivée par rapport au temps de l'équation (2.4), nous avons :

$$\frac{P_o}{\tilde{x}_3^2} = \frac{P_i}{x_3^2(P_i + P_{sat})^2} [T_0(P_i + P_{sat})^2 + \Delta T P_i(P_i + P_{sat}) + \Delta T P_i P_{sat}], \quad (2.23)$$

et appliquant ( $t = x_2, \Rightarrow P_o = \tilde{x}_1^2, P_i = x_1^2$ ) dans l'expression obtenue, nous obtenons finalement

$$\tilde{x}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{x_1} x_3 \sqrt{\frac{(x_1^2 + P_{sat})^2}{T_0(x_1^2 + P_{sat})^2 + \Delta T x_1^2(x_1^2 + P_{sat}) + \Delta T P_{sat} x_1^2}}. \quad (2.24)$$

Les formules (2.22) et (2.24) constituent les équations de traversée de l'AS. Ces deux équations indiquent que seuls deux paramètres de l'impulsion, à savoir son amplitude et sa largeur temporelle, sont affectés par le passage à travers l'AS.

### 2.3.2.3 Passage dans les autres éléments de la cavité laser

La traversée des autres éléments de la cavité laser (atténuateur, coupleur, points de raccord des composants, etc.) n'affecte que l'amplitude de l'impulsion ; ce qui conduit à une relation linéaire entre les amplitudes d'entrée et de sortie de ces composants, du type :

$$\hat{x}_1 = \eta x_1, \quad (2.25)$$

où  $x_1$  et  $\hat{x}_1$  sont respectivement les amplitudes d'entrée et de sortie.

Les deux outils théoriques de traitement des cavités laser à fibre à modes bloqués, que nous avons présentés de manière détaillée, sont schématiquement résumées dans la figure 2.2.

L'approche numérique élaborée (ANC) nécessite de résoudre les équations (2.3), (2.4) et (2.5) pour la propagation intra-cavité, auxquelles s'ajoutent les équations (2.8) et (2.10) pour la caractérisation de l'impulsion. Par contre notre approche analytique des CCs dynamiques (ACCD) qui effectue la propagation et la caractérisation en une seule opération représentée par les formules (2.21), (2.22), (2.24) et (2.25). Le coût total de l'approche numérique en termes de volume et temps des calculs est considérablement plus élevé que dans le cas de notre approche analytique.

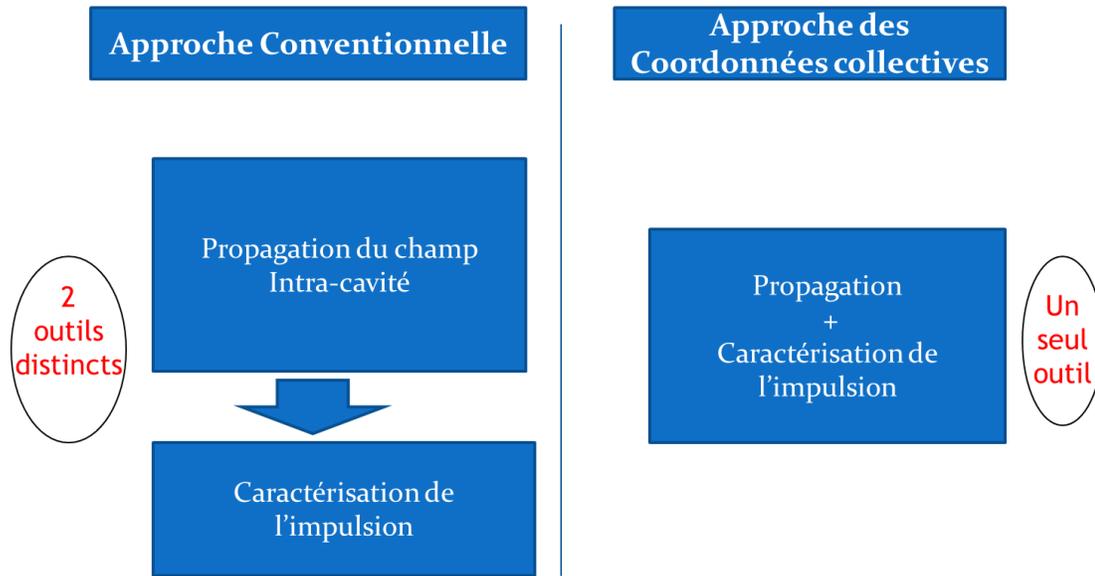


FIGURE 2.2 Représentation schématique des outils de traitement théorique des cavités laser fibrées.

## 2.4 Paramètres de simulation

Les paramètres des différents éléments de notre cavité sont donnés dans le tableau suivant

<b>Fibres</b>	EDF	SMF
Longueur [m]	2.2	1.83
Pertes linéaires [dB/km]	-0.2	-0.2
Dispersion ( $D$ [ps/nm/km])	-12.5	17
Non linéarité ( $\gamma$ [ $W^{-1}.m^{-1}$ ])	0.0036	0.0013
Gain ( $g_0$ [ $m^{-1}$ ])	2.6	0
Largeur de la bande ( $\Delta\lambda_g$ [nm])	25	
<b>Absorbant Saturable</b>		
$T_0$	0.7	
$\Delta T$	0.3	
$P_{sat}$ [W]	10	
<b>Coupleur de sortie OC</b>		
Pertes de sortie [%]	86	

TAB. 2.1 Paramètres de la cavité.

## 2.5 Détermination des états stables

L'étape la plus importante de cette étude consiste dans la détermination des états stables de notre cavité laser à l'aide des deux approches présentées précédemment, afin de comparer les résultats. Dans toutes les simulations, la condition initiale du champ intra-cavité est une impulsion ayant une très petite énergie. A chaque tour de cavité, nous enregistrons le champ  $\psi(z_o, t)$  à la position  $z_o$  située entre le coupleur et la fibre EDF. Pour déterminer l'état stable par les deux méthodes, on observe l'évolution de l'énergie en fonction du nombre de tours de cavité : L'énergie est calculée par la relation  $E(z_o) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z_o)|^2 dt$  dans l'ANC, et par  $E_{CC}(z_o) = \int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \frac{\pi}{2} x_1^2 x_3$  dans l'ACCD. Les figures 2.3 et 2.4 montrent respectivement l'évolution de l'énergie et la largeur temporelle intra-cavité, en fonction du nombre de tours de cavité, pour  $E_{sat} = 15pJ$ . Nous avons effectué les simulations pour trois conditions initiales nettement différentes, correspondant respectivement à des impulsions gaussiennes d'énergie 1 pJ, 50 pJ et 100 pJ. Les figures 2.3(a) et 2.3(b) montrent les résultats

obtenus respectivement par notre ACCD et l'ANC.

Il ressort de la figure 2.3 plusieurs points importants :

- (i) le système converge vers le même état stable après certain un nombre de tours de cavité laser, quelque soit la condition initiale.
- (ii) Les deux approches (ACCD et ANC) convergent vers le seul et unique état stable.
- (iii) Le point le plus marquant de la figure 2.3 réside dans l'accord quantitatif entre les résultats fournis par les deux approches (ACCD et ANC), qui est excellent. le système converge vers une impulsion de 7 pJ.
- (iiii) Néanmoins les deux approches se différencient considérablement au niveau des temps de calcul. Nous reviendrons sur ce point dans ce qui suit.

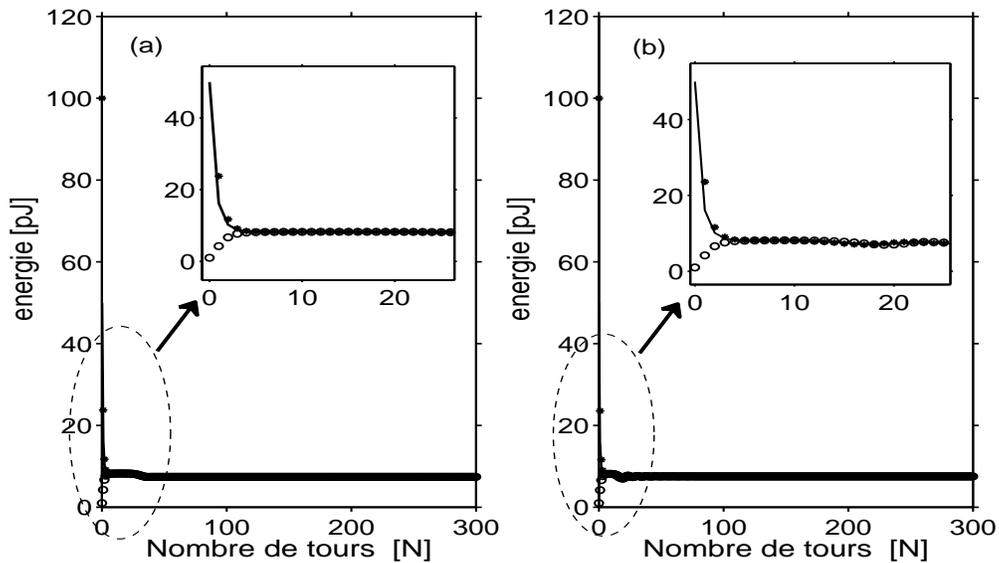


FIGURE 2.3 Evolution de l'énergie intra-cavité en fonction du nombre de tours, pour différentes valeurs de l'énergie initiale 1 pJ, 50 pJ, 100 pJ. (a) ACCD, (b) ANC.

$$E_{sat} = 15pJ, \langle D \rangle = 0.9ps/nm/km.$$

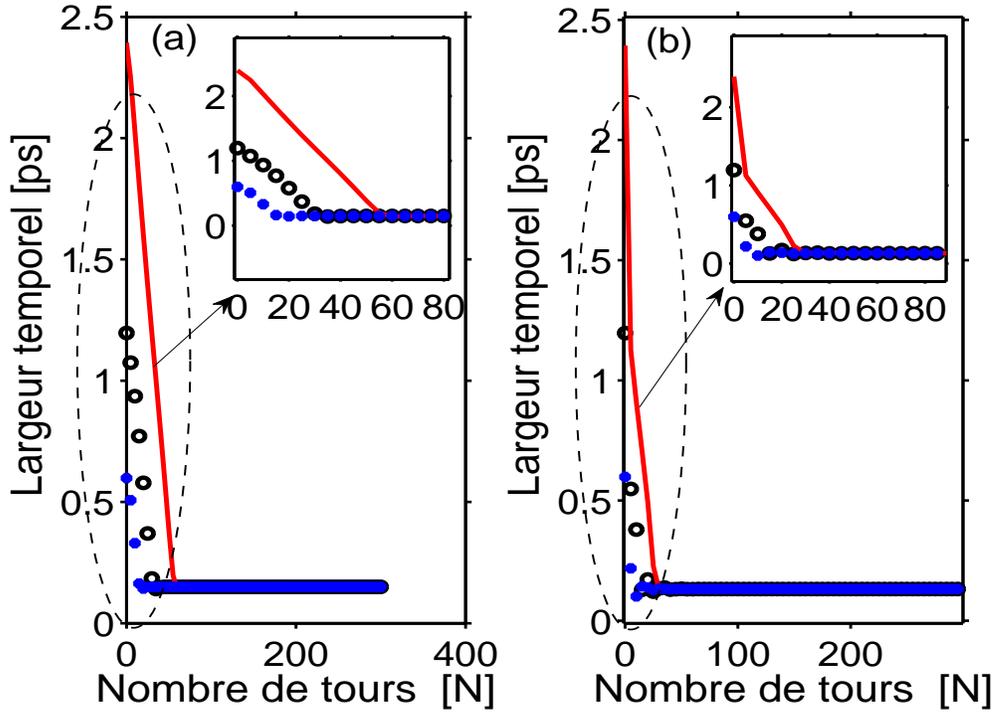


FIGURE 2.4 Evolution de la largeur temporelle intra-cavité en fonction du nombre de tours, pour différentes valeurs de l'énergie initiale 1 pJ, 50 pJ, 100 pJ. (a) ACCD, (b) ANC.  $E_{sat} = 15pJ$ ,  $\langle D \rangle = 0.9ps/nm/km$ .

### 2.5.1 Temps de calcul

Le recours à l'ACCD ne peut se justifier que si cette approche apporte un gain substantiel de performance par rapport à l'ANC. Il nous a paru important de comparer le temps de calcul mis par les deux méthodes pour converger vers l'état stable de la figure 2.3. A cette fin, nous avons évalué le "temps CPU" requis en moyenne par chaque méthode pour effectuer un tour de cavité. Pour les simulations de la figure 2.3, l'ACCD requiert en moyenne 1 s pour faire un tour de cavité, alors que l'ANC nécessite en moyenne 18 s, sur l'ordinateur utilisé pour faire cette évaluation. Autrement dit, dans la figure 2.3 l'ACCD requiert 20 fois moins de temps de calcul que l'ANC pour effectuer un tour de cavité. Un tel écart de performance, nous impose de fournir des éclaircissements. Il convient de noter que dans les deux méthodes (ANC et ACCD), il est nécessaire de discrétiser la coordonnée de propagation,  $z$ , avec un pas  $dz$ . La taille de ce pas est un élément déterminant du temps de calcul.

Mais, l'accès à une bonne précision des résultats nécessite le choix d'un pas de discrétisation relativement petit, ce qui conduit à accroître le temps de calcul. Le gros handicap de l'ANC, par rapport à l'ACCD, est lié au fait que l'ANC utilise deux coordonnées supplémentaires, qui sont le temps  $t$  et la fréquence  $\omega$ . En effet, l'ANC, qui est basée sur la résolution de l'équation de Schrödinger par la méthode de Fourier à pas divisé [45], utilise le champ intra-cavité  $\psi(z, t)$  et sa transformée de Fourier  $\tilde{\psi}(z, \omega)$ . Par conséquent, dans l'ANC, la contrainte sur la précision des résultats ne dépend pas seulement de la taille du pas  $dz$ , mais aussi des tailles respectives des pas de discrétisation du temps  $t$  et de la fréquence  $\omega$ , ( $\Delta t$  et  $\Delta\omega$ ). Cela se traduit par un coût supplémentaire, qui peut atteindre plusieurs ordres de grandeur, par rapport au temps de calcul requis par l'ACCD pour la recherche des états stables de la cavité. De plus, chaque fois qu'un état stable est obtenu par l'ACCD, les paramètres d'impulsion sont immédiatement disponibles, tandis que l'ANC exige une procédure additionnelle afin de caractériser les impulsions stables, ce qui entraîne un coût supplémentaire en temps de calcul.

### 2.5.2 Cartographie des états stables de la cavité laser

La cartographie des états stables au sein l'espace des paramètres de la cavité, est une étape importante dans l'étude et l'optimisation d'une cavité laser. Nous avons choisi de mettre en place cette cartographie dans un plan bidimensionnel construit sur deux des paramètres les plus sensibles de notre cavité laser, à savoir, la dispersion moyenne de la cavité  $\langle D \rangle$ , et l'énergie de saturation du milieu amplificateur. La dispersion moyenne de la cavité est donnée par la relation suivante :

$$\langle D \rangle = \frac{L_1 d_1 + L_2 d_2}{L_1 + L_2}, \quad (2.26)$$

où  $L_1$  et  $d_1$  désignent la longueur et la dispersion de la fibre EDF,  $L_2$  et  $d_2$  désignent la longueur et la dispersion de la fibre SMF. Pour mettre en place la cartographie, on varie la dispersion moyenne en changeant la longueur  $L_2$ . La figure 2.5 montre les cartographies obtenues par les deux approches (ANC et ACCD). Les deux cartographies indiquent un comportement plutôt instable dans la région où  $\langle D \rangle \geq 5ps/nm/km$ . La cartographie obtenue par l'ANC indique une grande zone

d'instabilité pour  $E_{sat} \geq 30pJ$ . Dans le reste de l'espace des paramètres, l'accord entre les deux approches est plus ou moins satisfaisant, selon que l'énergie de saturation est inférieure ou supérieure à une valeur critique  $E_{sat-c}$  qui dépend de  $\langle D \rangle$ , et qui est représentée par la courbe en trait plein de la figure 2.5.

$E_{sat-c}$  représente la courbe de l'énergie de saturation critique, qui est déterminée par l'approche numérique ANC. Cette courbe sépare l'espace des paramètres entre deux zones : la première région est située vers le bas, où les états stables sont constitués d'une seule impulsion, et la deuxième (située vers le haut) correspond aux états stables ayant plusieurs impulsions dans la cavité.

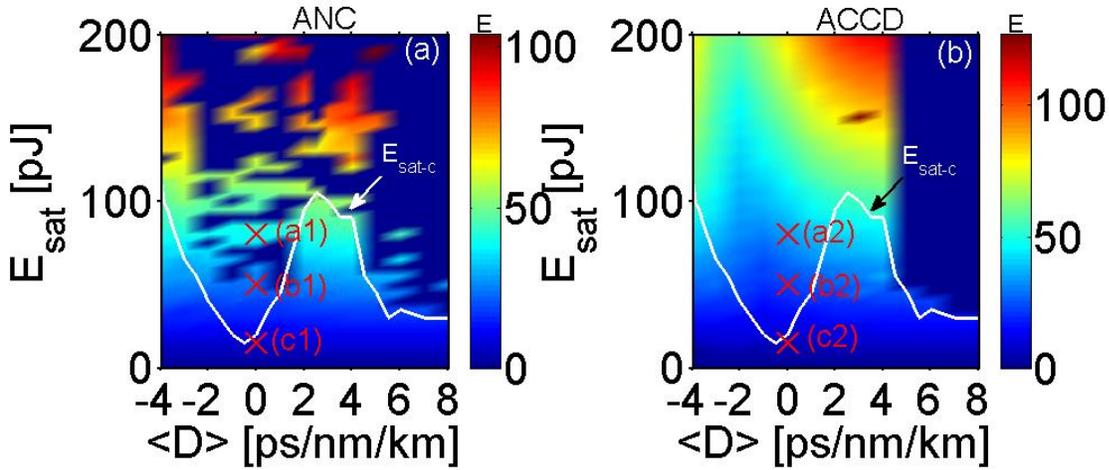


FIGURE 2.5 Cartographie des énergies des états stables de la cavité laser, dans l'espace des paramètres correspondant à  $0 < E_{sat} \leq 200pJ$  et  $-4ps/nm/km < \langle D \rangle \leq 8ps/nm/km$ . Les régions sombres correspondent aux états instables. (a)ANC. (b)ACCD.

Ainsi, lorsque  $E_{sat} > E_{sat-c}$ , l'ACCD donne des résultats erronés, comparés à ceux fournis par l'ANC. Pour comprendre l'origine de ce désaccord entre l'ACCD et l'ANC, nous avons représenté dans les figures 2.6(a1) et 2.6(a2), les profils temporels des états stables, pour le jeu de paramètres ( $E_{sat} = 80pJ$ ,  $\langle D \rangle = 0ps/nm/km$ ) représenté par la petite croix étiquetée "(a1)" [ou "(a2)"] dans la figure 2.5. En ce point de l'espace des paramètres, l'état stable est un ensemble de cinq impulsions, comme on peut le voir sur la figure 2.6(a1) obtenue par l'ANC, alors que l'état stable fourni par l'ACCD montre une seule impulsion de haute énergie dans la figure 2.6(a2). Ce désaccord est essentiellement dû à notre choix d'un Ansatz constitué d'une seule

impulsion, qui est inapproprié pour des grandes valeurs de l'énergie de saturation. Cependant, il est intéressant de noter que l'énergie totale de l'état stable obtenue par les deux approches sont essentiellement les mêmes, à savoir,  $35pJ$  (pour l'ACCD) et  $37pJ$  (pour l'ANC). Mais il est bien connu qu'au dessus de la courbe de l'énergie de saturation critique, les états stables sont multi-impulsionnels [86, 87, 88, 89] et non mono-impulsionnels.

Le même type de désaccord est également présent au point ( $E_{sat} = 50pJ$ ,  $\langle D \rangle = 0ps/nm/km$ ), représenté par la petite croix étiquetée "(b1)" [ou "(b2)"] dans la figure 2.5. Mais ici, comme l'énergie de saturation est plus faible, le profil temporel de l'état stable est un triplet d'impulsions. Bien qu'il y ait un désaccord entre les profil temporel des état stables, les énergies prédites par les deux approches sont essentiellement les mêmes, à savoir,  $22.6 pJ$  (pour l'ACCD), et  $23.5 pJ$  (pour l'ANC). Les deux cas de désaccord illustrés ci-dessus mettent en évidence l'une des principales faiblesses de l'ACCD, qui réside dans le fait que dans un laser à fibre à modes bloqués, il est impossible de prévoir à l'avance le type de structure d'impulsions qui sera stable, dans le domaine des hautes énergies de saturation. Par conséquent, il est pratiquement impossible de formuler à l'avance l'expression appropriée de la fonction d'Ansatz, de manière à ce qu'elle soit capable de décrire un doublet d'impulsions, un triplet d'impulsions, ou tout autre paquet d'impulsions. Considérons à présent la région de l'espace des paramètres où les états stables sont constitués d'une seule impulsion, comme illustré sur les figure 2.6(c1) et 2.6(c2). Cette région est située vers le niveau bas de l'énergie de saturation, et est délimitée par la courbe en trait plein sur la figure 2.5, qualifiée de *courbe de l'énergie de saturation critique*  $E_{sat-c}$ . Cette courbe ne peut être obtenue que par l'ANC, et c'est bien là que se trouve la principale faiblesse de l'ACCD, qui ne peut donc pas être un outil complet pour la cartographie des états stables des cavités laser à fibre à modes bloqués. Une fois que la courbe des énergies de saturation critiques est déterminée par l'ANC, il devient possible d'utiliser la ACCD comme outil de traitement rapide de la dynamique de la cavité laser, mais cela soulève la question de la fiabilité de l'ACCD, qui est liée à sa nature approximative.

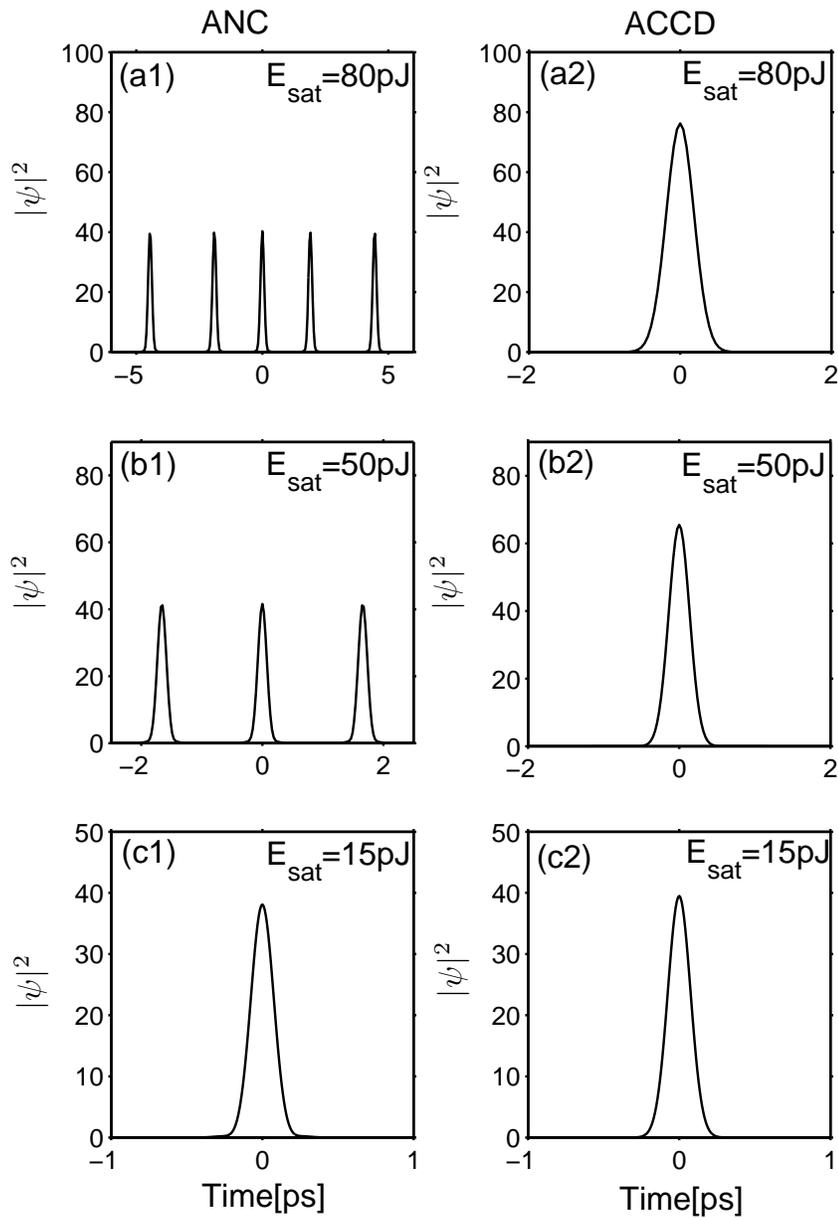


FIGURE 2.6 Profils temporels pour différents états stables dans la cavité laser. Les figures (a1), (a2), (b1), (b2), (c1), et (c2), correspondent respectivement aux états stables étiquetés "(a1)", "(a2)", "(b1)", "(b2)", "(c1)", et "(c2)", dans les figures 2.5.

## 2.5.3 Fiabilité de l'ACCD

### 2.5.3.1 Régime d'une impulsion stable

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'ACCD est essentiellement de nature approximative. En particulier, lorsqu'on utilise l'approximation "bare" [32, 22], il devient important d'examiner la précision des résultats, afin d'établir les limites de cette approche dans le cas des lasers à fibre à modes bloqués. Au cette fin, nous avons comparé les énergies des états stables obtenues par l'ACCD et l'ANC, dans la région des paramètres où le laser ne génère qu'une seule impulsion dans la cavité. Cette comparaison est présentée sur les figures 2.7(a)-(b), où nous avons assombri les régions où le système est instable et les régions des états stables multi-impulsionnels (au-dessus de la courbe de l'énergie de saturation critique  $E_{sat-c}$ ), et nous n'avons montré que la région où les états stables ne contiennent qu'une seule impulsion (en dessous de la courbe de l'énergie de saturation critique  $E_{sat-c}$ ). Comme on peut le voir sur la figure 2.7(b) pour l'ACCD, et la figure 2.7(a) pour l'ANC, les résultats obtenus par l'ACCD s'accordent extrêmement bien avec ceux obtenues par l'ANC. Mais ici, la force de l'ACCD réside dans le temps de calcul nécessaire pour établir la cartographie. Comme nous l'avons déjà mentionné, le temps de calcul requis par l'ANC est de plusieurs ordres de grandeur supérieur au temps de calcul requis par l'ACCD.

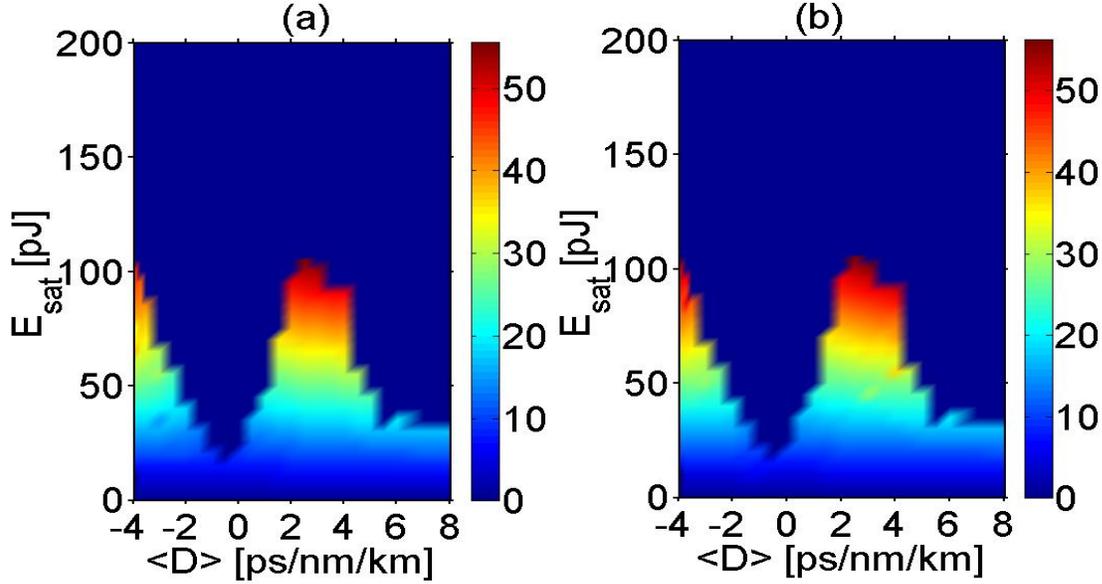


FIGURE 2.7 Cartographie des énergies des états stables de la cavité laser, dans l'espace des paramètres correspondant à  $0 < E_{sat} \leq 200pJ$  et  $-4ps/nm/km < D < 8ps/nm/km$ . Les régions sombres correspondent aux états instables, et aux états stables ayant plusieurs impulsions à l'intérieur de la cavité. (a)ANC. (b)ACCD.

### 2.5.4 Evolution des paramètres de l'impulsion sur un tour de cavité

Les figures 2.8 illustrent l'évolution des CC décrivant la dynamique interne d'une impulsion (correspondant à un état stable) sur un tour de cavité, pour le jeu de paramètres suivant :  $E_{sat} = 15pJ$ ,  $P_{sat} = 10W$ ,  $< D > = 2ps/nm/km$  et  $L_2 = 2.13m$ . Rappelons que l'ANC impose de résoudre numériquement l'équation de Schrödinger non-linéaire pour obtenir le champ intra-cavité  $\psi$ . Puis, à chaque distance de propagation  $z$ , on utilise la procédure de minimisation de l'énergie du champ résiduel définie par l'équation (2.8). Dans les relations (2.9), les CC sont notées en majuscules  $X_K$  pour les distinguer des CC données par notre ACCD qui sont notées en lettres minuscules  $x_k$ . Dans la discussion ci après, nous avons choisi de mettre les CC sous une forme plus pratique présentée dans le tableau 2.2 :

La figure 2.8 illustre l'évolution des CC décrivant la dynamique interne d'une

Expression des paramètres d'impulsion en fonction des coordonnées collectives					
Type	Puissance crête $P_p$	Largeur temporelle $\Delta T_{FWHM}$	Chirp $C$	Largeur spectrale $\Delta \nu_{FWHM}$	Energie $E$
ANC	$x_1^2$	$\sqrt{2\log(2)}x_3$	$x_4/2\pi$	$\frac{\sqrt{2(4+x_4^2x_3^4)\log(2)}}{2\pi x_3}$	$E = \int_{-\infty}^{+\infty}  \psi ^2 dt$
ACCD	$X_1^2$	$\sqrt{2\log(2)}X_3$	$X_4/2\pi$	$\frac{\sqrt{2(4+X_4^2X_3^4)\log(2)}}{2\pi X_3}$	$E = \sqrt{\frac{\pi}{2}}X_1^2X_3$

TAB. 2.2 Paramètres d'impulsion.

impulsion stable sur un tour de cavité, que nous avons obtenue pour  $E_{sat} = 15pJ$  et  $P_{sat} = 10pJ$ . On peut clairement voir que, globalement les résultats obtenus par l'ACCD (courbe en trait plein) s'accordent extrêmement bien avec ceux obtenus par l'ANC (courbe en tirets). Ce bon accord est cohérent avec le très bas niveau de l'énergie du champ résiduel (ECR) qui sert à mesurer l'écart entre le profil de l'état stable par rapport à un profil gaussien. En effet, dans toute la cavité, l'ECR n'exède pas 0.1 % de l'énergie de l'impulsion. Mais l'ECR ne descend jamais à zéro, ce qui confirme que le profil temporel de l'impulsion ne prend jamais une forme Gaussienne exacte. L'écart par rapport au profil Gaussien chirpé impacte différemment le domaine spectral, comme on peut le voir dans la figure 2.9. Ce dernier montre des comparaisons de profils spectraux et temporels enregistrées à différents endroits dans la cavité. On peut clairement noter que l'écart du profil d'impulsion par rapport à un profil d'Ansatz Gaussien, apparaît clairement dans la partie centrale du domaine spectral. Cela reflète les écarts déjà observés pour le chirp et la largeur spectrale de l'impulsion dans les figure 2.8(c) et 2.8(f). Mais pour ces deux paramètres, l'écart entre les résultats de l'ACCD et l'ANC ne dépasse pas 0.1%.



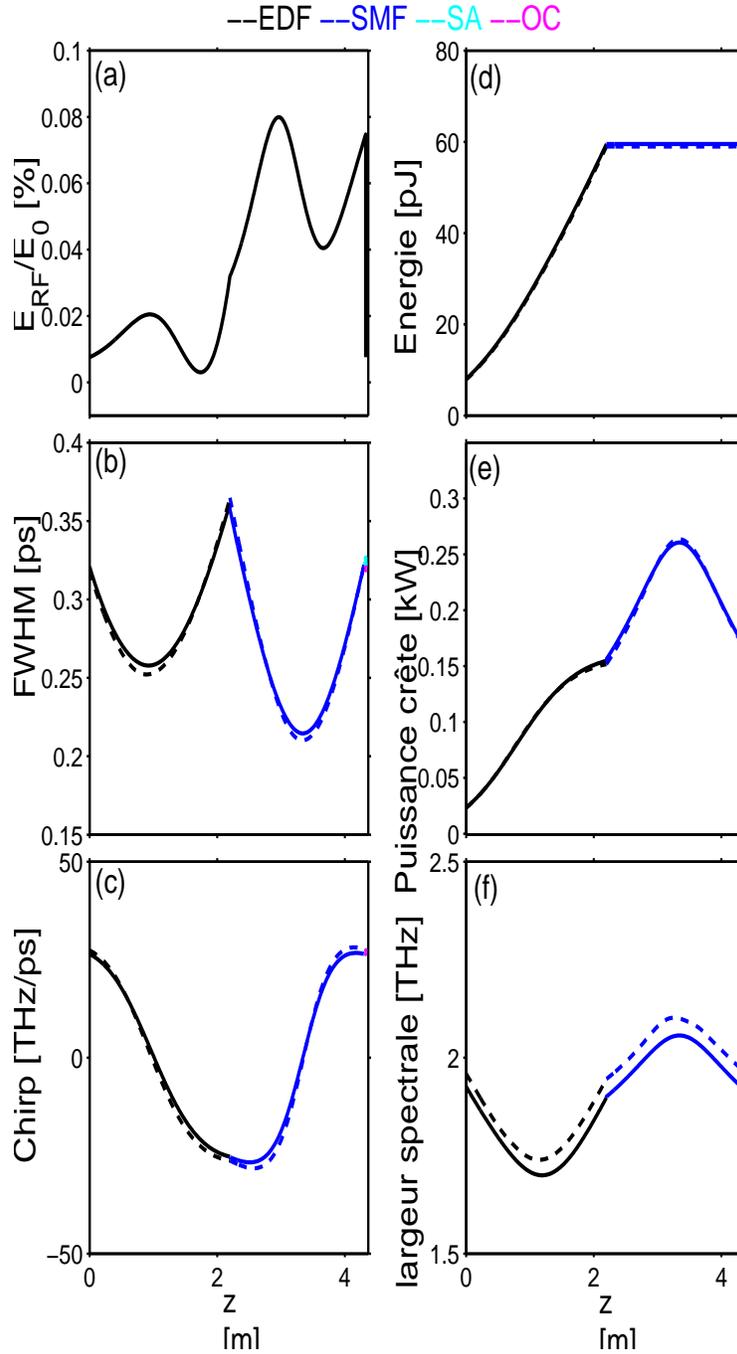


FIGURE 2.8 Evolution des paramètres de l'impulsion (stable) sur un tour de cavité. (a) Energie du champ résiduel normalisé. (b) Largeur temporelle à mi-hauteur de l'impulsion (FWHM). (c) Chirp. (d) Energie de l'impulsion. (e) Puissance crête. (f) Largeur spectrale. Les différentes couleurs correspondent aux différents segments de fibre. Les courbes en trait plein représentent les résultats obtenus par notre ACCD, tandis que les courbes en tirets correspondent aux CCs obtenus par l'ANC.

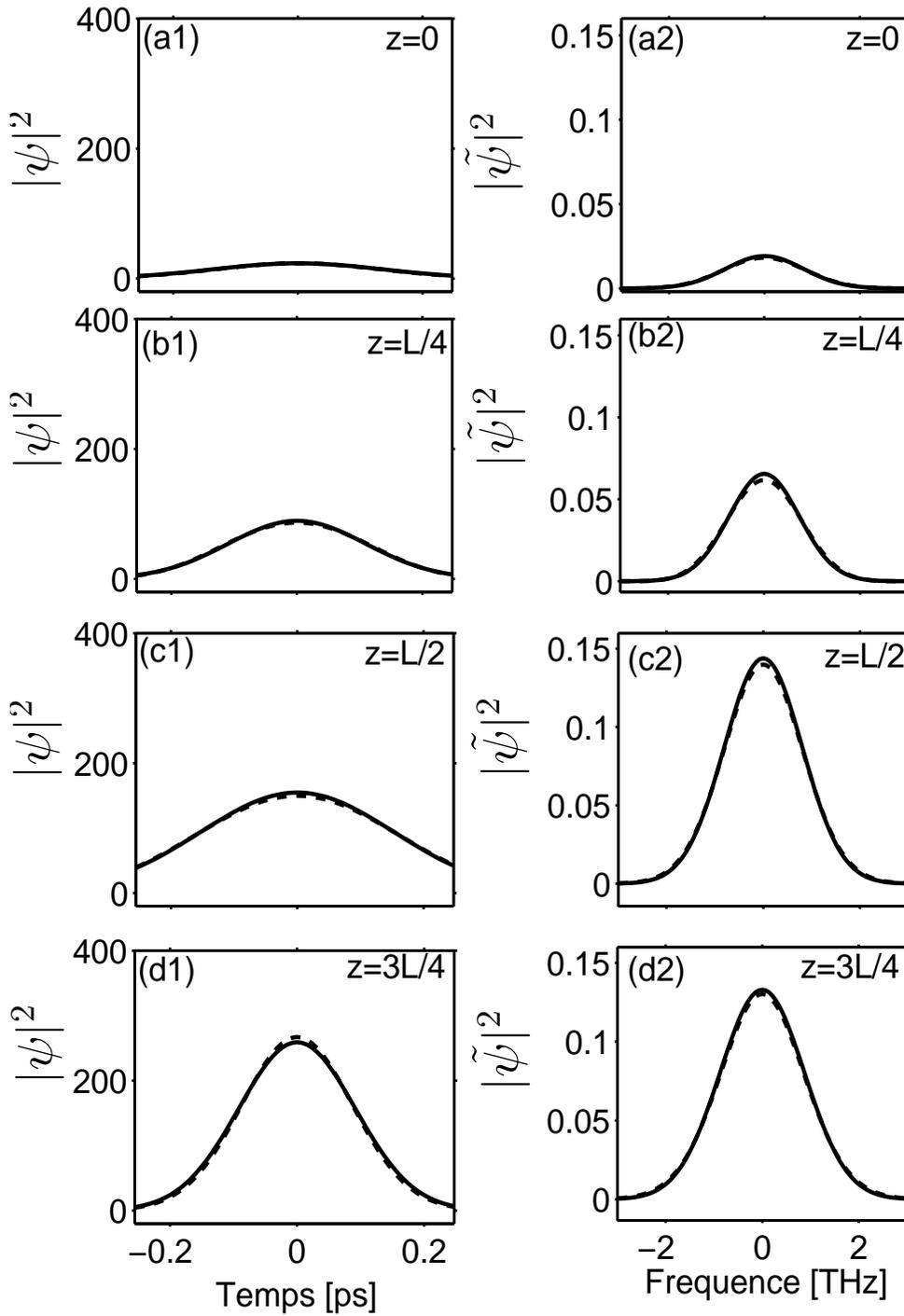


FIGURE 2.9 Profils temporel et spectral de l'impulsion en différents points de la cavité. Les courbes en trait plein correspondent à l'ACCD. Les courbes en tirets correspondent à l'ANC.

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que, dans le domaine des structures à une seule impulsion au sein des lasers à fibre à modes bloqués et à gestion de dispersion, la cartographie des caractéristiques des états stables peut être réalisée avec succès au moyen de notre ACCD. Le principal avantage de l'ACCD est de fusionner dans une seule procédure de calcul deux outils distincts, à savoir, l'outil de simulation de la propagation du champ intra-cavité, et l'outil de caractérisation des impulsions lumineuses stables. Nous avons trouvé que la fusion de ces deux outils permet de réduire le temps de calcul d'au moins un ordre de grandeur par rapport au temps de calcul requis par l'ANC. En effet, dans l'ANC, la simulation de la propagation du champ intra-cavité et la caractérisation de l'impulsion, sont traitées séparément avec des outils spécifiques. Malgré son caractère approximatif, l'ACCD (qui ignore le champ résiduel), donne des résultats qui sont généralement en très bon accord avec l'ANC (où la procédure de caractérisation prend en compte le champ résiduel). Cependant, nous avons également mis en évidence une faiblesse majeure de l'ACCD, qui est la difficulté à traiter les structures à plusieurs impulsions. En effet, pour traiter de telles structures complexes, il faudrait modifier la fonction d'essai (Ansatz) de manière à l'exprimer sous la forme d'une série d'impulsions. Cette nouvelle forme de l'Ansatz complexifiera considérablement les équations d'évolution des CCs, et rendra cette approche moins attrayante. Enfin, il est intéressant de noter que même si nous avons illustré l'ACCD sur une cavité laser où l'impulsion lumineuse résulte d'une localisation d'énergie dans le domaine du temps, cette approche est potentiellement applicable à de nombreux autres systèmes, tels que les systèmes dissipatifs non linéaires dans lesquels l'impulsion résultant d'une localisation dans le temps et dans l'espace, à savoir, des balles de lumière [85]. Dans cette dernière situation, dans laquelle l'équation de propagation implique jusqu'à deux coordonnées spatiales, l'ANC exigerait un temps de calcul si long qu'il serait pratiquement impossible de cartographier en détail tous les domaines de stabilité du système. Dans de telles situations, l'utilisation d'une ACCD telle que celle présentée dans cette étude, deviendrait extrêmement utile.



# Chapitre 3

## Effets du profil spectral de la courbe de gain intra-cavité sur les états stables du laser

### 3.1 Introduction

Les lasers à fibre à modes bloqués sont très appréciés pour leur compacité, leur efficacité et leur qualité de faisceau. Cependant, le niveau d'effets non linéaires accumulés dans un tour de cavité est potentiellement élevé dans les cavités fibrées. Avec une puissance de pompage accrue, les instabilités se développent, entraînant une rupture de l'impulsion et une dynamique non linéaire complexe. L'instabilité de l'état multi-impulsion est souvent suivie d'un processus dynamique auto-organisé, ce qui permet au laser de récupérer la stabilité tout en augmentant le nombre d'impulsions circulant dans la cavité. Ce phénomène, profondément enraciné dans la dynamique des solitons dissipatifs [68, 90], a été étudié expérimentalement au tout début du développement des lasers ultra rapides [87, 91, 92, 93] et leur multi-stabilité inhérente a été étudiée numériquement [89, 94, 95]. Fondamentalement, les structures multi-impulsions dans une cavité laser peuvent se former de deux façons : soit à partir de l'accumulation des composants quasi-cw, soit par fragmentation d'une ou plusieurs impulsions déjà présentes dans la cavité [96]. Le mécanisme de fragmentation d'impulsion dépend en grande partie de l'architecture de la cavité laser, et de la

plage de puissance optique considérée. Les états multi-impulsion étant préjudiciables à la génération d'impulsions à haute énergie, plusieurs stratégies ont été développées pour contourner la fragmentation des impulsions. Comme la fragmentation de l'onde optique peut être supprimée si l'impulsion développe un chirp monotone à mesure qu'elle se propage, des cavités lasers à fibre utilisant une auto-similarité [97], une propagation en régime de dispersion normale [98], et une résonance de soliton dissipatif [99], ont été proposées pour permettre la génération d'impulsions hautement chirpées de haute énergie. Avant le développement de ces architectures laser, la cavité laser fibrée à gestion de la dispersion (DM) fut inventée comme un moyen efficace pour rehausser l'impulsion vers une énergie plus élevée [100]. Même si ses limitations d'énergie pour des impulsions individuelles ont été repoussées au moyen de cavités favorisant un chirp monotone, le laser à fibre DM reste particulièrement attrayant, en particulier pour la haute qualité du profil d'impulsion. Un laser à fibre DM se compose de segments de fibres ayant alternativement des coefficients de dispersion chromatique de signes opposés, alors que la dispersion moyenne de la cavité est proche de zéro ou reste modérée par rapport à la dispersion locale. Caractérisée par une dynamique de respiration temporelle majeure, la cavité laser comporte habituellement deux emplacements où les impulsions sont presque non chirpées.

Alors que les lasers à fibre DM ont fait l'objet d'importantes recherches théoriques et numériques [22, 23, 101], le mécanisme physique de fragmentation d'impulsion dans les lasers à fibre DM n'a pas été minutieusement abordé.

Des lasers à fibre à modes bloqués et à gestion de dispersion, ont montré utilisé pour le blocage des modes pouvait jouer un rôle absorbant saturable virtuel dans la fragmentation d'impulsions [101]. Cependant, dans le cas d'un absorbant saturable monotone, le mécanisme de fragmentation d'impulsion n'a pas été clairement identifié. Le contrôle de la fragmentation d'impulsion est de la plus haute importance dans de nombreuses architectures laser, que ce soit pour augmenter l'énergie des impulsions, ou pour augmenter le taux de répétition [102]. Dans ce chapitre, nous dévoilons le rôle et le mode d'action du filtrage spectral sur la fragmentation des impulsions dans la dynamique du laser à fibre DM. L'effet de filtrage est produit par un filtre passe-bande accordable. Il convient de noter que, récemment, un effet

spectaculaire du filtrage spectral a été mis en évidence dans un laser à fibre, à savoir un freinage par soliton attribué à un frottement visqueux efficace [103]. En outre, un travail expérimental récent a montré l'impact décisif du filtrage spectral dans la stabilisation des hautes harmoniques dans un laser à fibre DM [102]. Dans la suite, nous démontrons que la bande passante du filtre joue un rôle décisif dans l'instabilité multi-impulsionnelle. En partant du fonctionnement du laser en régime à impulsion unique, nous suivons l'élargissement spectral de l'impulsion générée consécutive à l'augmentation de la puissance de pompage, jusqu'à une largeur spectrale critique  $\Delta\omega_c$  où le filtrage spectral devient fortement dissipatif. Nous montrons qu'une augmentation supplémentaire de la puissance de pompe entraîne la fragmentation de l'impulsion, suivie d'un processus de relaxation qui ramène le spectre des impulsions dans les limites de la largeur de bande du filtre passe bande. En utilisant un filtre passe-bande (band-pass filter BPF) dont la largeur de bande passante est plus étroite que celle du milieu de gain, nous elucidons le rôle du filtrage spectral dans le processus de fragmentation d'impulsion. Nous montrons que ce processus de fragmentation est contrôlable par un ajustement de la largeur de bande passante du filtre. En particulier, nous établissons une relation entre la bande passante du filtre et le *point de fragmentation*, que nous définissons comme étant le niveau de puissance de pompe nécessaire pour réaliser la fragmentation de l'impulsion. Ce point de fragmentation est d'une importance primordiale car il indique l'état de fonctionnement où le laser génère l'impulsion la plus énergétique. Nous démontrons l'existence de fenêtres spectrales du filtrage intra-cavité dans lesquelles l'énergie des impulsions varie fortement. Par exemple, il devient possible de décaler le point de fragmentation et d'obtenir des impulsions à haute énergie, ou au contraire, de le réduire afin de favoriser un régime mode bloqué harmonique stable.

## 3.2 Modélisation de la propagation des impulsions

L'architecture laser étudiée est présentée dans la figure 3.1. Il comprend une fibre dopée à l'erbium (EDF) ayant une dispersion normale à  $1.55\mu m$  (milieu amplificateur), un filtre passe-bande (BPF), une section de fibre monomode (SMF) de

dispersion anormale (pour gérer la dispersion intra-cavité), un absorbant saturable (SA) et un coupleur de sortie (OC).

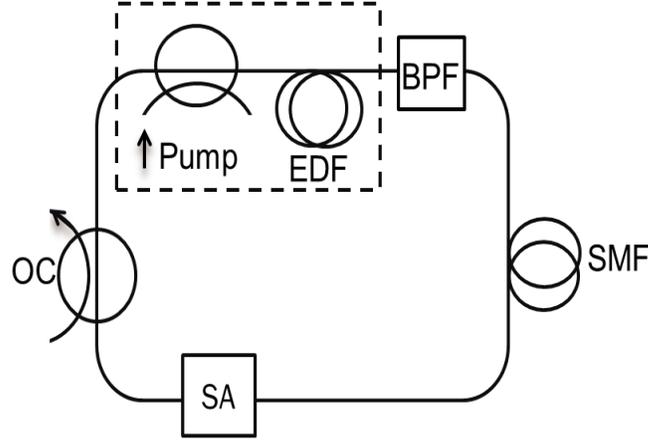


FIGURE 3.1 Schéma de la cavité laser à fibre optique.

La SA est modélisée par la fonction de transfert instantané suivante :

$P_o = T P_i$ , où  $T \equiv T_0 + \frac{\Delta T P_i}{P_i + P_{sat}}$ , décrit la transmission de la SA,  $T_0$  est sa transmissivité aux faibles signaux,  $\Delta T$  le contraste de la transmission,  $P_{sat}$  la puissance de saturation, tandis que  $P_i$  ( $P_o$ ) désigne la puissance optique instantanée d'entrée (sortie). À l'instant  $t$  et la distance  $z$  dans la cavité, la puissance lumineuse est donnée par  $P(z, t) \equiv |\psi(z, t)|^2$ , où  $\psi(z, t)$  correspond au champ électrique. Les autres éléments de la cavité laser (coupleur, épissures en fibres) affectent l'amplitude des impulsions uniquement de manière linéaire.

La propagation de l'impulsion dans les fibres optiques intra-cavité peut être décrite au moyen de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (ESNLG) :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{g(z, P_{av}, \nu_s)}{2} \psi = i \gamma |\psi|^2 \psi, \quad (3.1)$$

où  $\beta_2$  et  $\gamma$  désignent respectivement les coefficients dispersion chromatique et de non linéarité Kerr. La fibre passive (SMF) est considérée sans perte, à savoir  $g = 0$ , alors que pour la fibre active (EDF),  $g$  est un coefficient de gain, qui est calculé à la fréquence du signal, en fonction de la distance de propagation  $z$  et la puissance moyenne  $P_{av}$  à la facette d'entrée de l'EDF.

### 3.2.1 Modélisation la gain dans la fibre EDF

Ici, notre volonté est de fournir une modélisation suffisamment précise du processus d'amplification. La configuration spectroscopique de l'ion erbium  $Er^{3+}$  dans la matrice de silice ( $SiO_2$ ) peut être considérée comme une structure à trois niveaux d'énergie  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , où  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$  désignent respectivement leurs nombres d'ion  $Er^{3+}$  par  $m^3$ .

En général, les atomes situés dans le niveau d'énergie  $E_2$  peuvent effectuer une transition vers le niveau  $E_1$ , avec une certaine probabilité et, dans ce processus, émettre un rayonnement à une fréquence donnée

$$\nu_c = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (3.2)$$

qui correspond à une longueur d'onde donnée par la relation suivante :

$$\lambda_c = \frac{hc}{E_2 - E_1}. \quad (3.3)$$

Lorsque ce processus se produit en l'absence de tout rayonnement, on parle d'émission spontanée. Le taux de transitions (spontanées) de  $E_2$  à  $E_1$  est proportionnel à  $N_2$ , et peut se mettre sous la forme suivant :

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 = -\frac{N_2}{t_{sp}}, \quad (3.4)$$

où la constante  $A_{21}$  est appelée coefficient d'Einstein,  $t_{sp}$  est appelé la durée d'émission spontanée.

Contrairement au processus d'émission spontanée, un atome situé dans le niveau  $E_2$  peut également être stimulé par le rayonnement incident (signal à amplifier) pour émettre un rayonnement à la fréquence  $\nu_c = c/\lambda_c$ . c'est l'émission stimulée. Un atome situé dans le niveau  $E_1$  peut également absorber d'énergie incident et monté à  $E_2$ . Nous supposons que le processus d'excitation ou de désexcitation est caractérisé par un paramètre appelé *section efficace*  $\sigma$  qui s'exprime en  $[m^2]$ , et nombre de photons qui traversent une section du milieu de  $1m^2$  pendant une seconde.  $\sigma\phi$  est le nombre de photons qui traversent une section  $1m^2$  en une seconde après avoir participé à un processus fondamental (d'excitation ou de désécitation). La transition entre les

niveaux  $E_3$  et  $E_2$  est très rapide et non radiative, ce qui permet de négliger  $N_3$  ( $N_3 = 0$ ). Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{dN_1}{dt} = (\sigma_p^e N_2 - \sigma_p^a N_1) \phi_p + (\sigma_s^e N_2 - \sigma_s^a N_1) \phi_s + \frac{N_2}{\tau} \quad (3.5)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (\sigma_p^a N_1 - \sigma_p^e N_2) \phi_p + (\sigma_s^a N_1 - \sigma_s^e N_2) \phi_s + \frac{N_2}{\tau} \quad (3.6)$$

Nous pouvons négliger le terme  $\sigma_p^e N_2 \phi_p$  (qui représente l'émission stimulée de  $E_2$  vers  $E_1$  due à la pompe) devant le terme  $\sigma_s^e N_2 \phi_s$  qui représente l'émission stimulée de  $E_2$  vers  $E_1$  induit par le signal. On peut définir le flux de photons par

$$\phi_j = \frac{P_j}{A_{effj} h\nu_j} = \frac{I_j}{h\nu_j} \quad (3.7)$$

où  $A_{effj}$  représente l'aire effective de la section transverse de mode pour  $j = p$  (pompe), ou  $s$  (signal),  $p_j$  est la puissance optique,  $I_j$  est l'intensité.

En supposant que la pompe et le signal sont dans un régime de propagation monomode, on peut écrire que  $N_1 = N_1(r, z)$ ,  $N_2 = N_2(r, z)$ ,  $I_p = I_p(r, z)$ , et  $I_s = I_s(r, z)$ . La relation (3.5) et (3.6) devient alors :

$$\frac{dN_1}{dt} = -\sigma_p^e N_1 \frac{I_p}{h\nu_p} - \sigma_s^a N_1 \frac{I_s}{h\nu_s} + \sigma_s^e N_2 \frac{I_s}{h\nu_s} + \frac{N_2}{\tau} \quad (3.8)$$

- où  $\frac{\sigma_p^e I_p}{h\nu_p} N_1$  représente le nombre d'absorptions par unité de temps et par unité de volume, provoquant le passage du niveau  $E_1$  à  $E_2$  induit par la pompe de fréquence  $\nu_p$ ,
- $\frac{\sigma_s^a I_s}{h\nu_s} N_1$  représente le nombre d'absorptions par unité de temps et par unité de volume, provoquant le passage du niveau  $E_1$  à  $E_2$  induit par le signal à  $\nu_s$ ,
- $\frac{\sigma_s^e I_s}{h\nu_s} N_2$  représente le nombre d'émissions stimulées par unité de temps et par unité de volume du niveau  $E_2$  à  $E_1$  induit par le signal,
- $\frac{N_2}{\tau}$  représente le nombre d'émissions spontanées par unité de temps et par unité de volume, du niveau  $E_2$  à  $E_1$ .

$$\frac{dN_2}{dt} \cong -\frac{dN_1}{dt} \quad \leftrightarrow \quad \frac{d(N_1+N_2)}{dt} \approx \frac{dN_t}{dt} = 0$$

comme  $\eta_s = \frac{\sigma_s^e}{\sigma_s^a}$  on a  $\frac{dN_1}{dt} = -\sigma_p^a N_1 \frac{I_p}{h\nu_p} + \sigma_s^a \frac{I_s}{h\nu_s} (\eta_s N_2 - N_1) + \frac{N_2}{\tau}$ .

Dans un régime stationnaire  $\frac{dN_1}{dt} = 0$  on obtient

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\sigma_p^a \frac{I_p}{h\nu_p} + \sigma_s^a \frac{I_s}{h\nu_s}}{\sigma_s^a \frac{I_s}{h\nu_s} \eta_s + \frac{1}{\tau}} = \xi$$

et donc

$$\xi = \frac{\check{I}_p + \frac{\check{I}_s}{(1+\eta_s)}}{1 + \frac{\eta_s}{1+\eta_s}\check{I}_s} \quad (3.9)$$

avec  $\check{I}_p = I_p/I_{po}$  où  $I_{po} = h\nu_p/(\tau\sigma_p^a)$ , et  $\check{I}_s = I_s(r, z)/I_{so}$  et  $I_{so} = \frac{h\nu_s}{\tau\sigma_s^a(1+\eta_s)} = \frac{h\nu_s}{(\sigma_s^a + \sigma_s^e)\tau}$ .

Comme  $\xi = \frac{N_2}{N_1}$  et  $N_2 + N_1 = N_0$ , on a :

$$N_1 = N_0/(1 + \xi), \quad (3.10a)$$

$$N_2 = \xi N_0(1 + \xi). \quad (3.10b)$$

Les densités de population des états  $E_2$  et  $E_1$  dans le régime stationnaire sont par les relations suivantes :

$$N_1(r, z) = \frac{1 + \frac{\eta_s}{(1+\eta_s)}\check{I}_s}{1 + \check{I}_p + \check{I}_s} N_0, \quad (3.11a)$$

$$N_2(r, z) = \frac{\check{I}_p + \frac{\check{I}_s}{(1+\eta_s)}}{1 + \check{I}_p + \check{I}_s} N_0, \quad (3.11b)$$

### Equation d'évolution de l'intensité lumineuse

Considérons le volume  $Sdz$  compris entre deux surfaces identiques  $S$ , situées respectivement aux cotes  $z$  et  $z + dz$ . Ce volume contient  $N_1 Sdz$  et  $N_2 Sdz$  ions dans les niveaux  $E_1$  à  $E_2$  respectivement.

Le nombre d'absorptions par unité de temps est

$$N_1 \sigma^a(\nu) \phi(\nu) Sdz = N_1 \sigma^a(\nu) \frac{I(\nu)}{h\nu} Sdz. \quad (3.12)$$

Le nombre d'émissions par unité de temps est

$$N_2 \sigma^e(\nu) \phi(\nu) Sdz = N_2 \sigma^e(\nu) \frac{I(\nu)}{h\nu} Sdz. \quad (3.13)$$

L'énergie absorbée par unité de temps dans le volume  $Sdz$  est

$$h\nu [N_1 \sigma^a(\nu) \phi(\nu) Sdz - N_2 \sigma^e(\nu) \phi(\nu) Sdz] = I(\nu) Sdz [N_1 \sigma^a(\nu) - N_2 \sigma^e(\nu)] \quad (3.14)$$

On peut écrire cette énergie par unité de temps sous la forme suivante

$$I_\nu(z)S - I_\nu(z + dz)S = \left[ I(z) - I(z) - dz \frac{dI_\nu}{dz} \right] S = -\frac{dI_\nu}{dz} S dz \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \implies \frac{dI_\nu}{dz} &= [N_2\sigma^e(\nu) - N_1\sigma^a(\nu)]I_\nu \\ &= -\alpha(\nu)I_\nu \end{aligned} \quad (3.16)$$

avec le coefficient d'absorption

$$\alpha(\nu) = N_2\sigma^e(\nu) - N_1\sigma^a(\nu) = \sigma^a(\nu)[N_1 - \eta N_2] \quad (3.17)$$

Pour qu'il y ait amplification, il faut  $\frac{dI_\nu}{dz} > 0 \Rightarrow \alpha(\nu) < 0 \Rightarrow N_1 < \eta N_2$ . Pour des niveaux non dégénéré, on a  $\sigma^e = \sigma^a$  et  $\eta = 1$ .

### Variation des faisceaux pompe et signal avec la distance

Nous avons vu que la variation de l'intensité d'un onde de fréquence  $\nu$  suite aux processus d'absorption et d'émission ayant lieu entre deux niveaux quelconques "I" et "II", est donnée par l'équation (3.16).

Pour la pompe, les transitions correspondent aux niveaux  $E_1$  et  $E_3$ . Comme la population du niveau  $E_3$  est négligeable, nous pouvons écrire l'équation de pompe de la manière suivant :

$$\frac{dI_p}{dz} = -\sigma_p^a N_1(r, z) I_p(r, z). \quad (3.18)$$

Pour le signal, les transitions concernent principalement les niveaux  $E_1$  et  $E_2$ . On peut donc écrire que :

$$\frac{dI_s}{dz} = -\sigma_s^a [N_1 - \eta_s N_2] I_s(r, z) \quad (3.19)$$

Dans le cas d'une fibre optique il est préférable de décrire le processus d'amplification en terme de puissance plutôt qu'en terme d'intensité

Les faisceaux pompe et signal sont caractérisés par des profil d'intensité transverses spécifiques. En supposant que la pompe et le signal se propagent sur le mode fondamental de la fibre dopée [104, 105], nous pouvons écrire que

$$I_p(r, z) = P_p(z)f_p(r), \quad (3.20a)$$

$$I_s(r, z) = P_s(z)f_s(r), \quad (3.20b)$$

ou les  $f_p(r)$  et  $f_s(r)$  représentent les répartitions transverses des intensités des modes de pompe et signal, qui sont normalisées de telle sorte que

$$2\pi \int_0^\infty f_p(r)rdr = 1 \quad \text{et} \quad 2\pi \int_0^\infty f_s(r)rdr = 1. \quad (3.21)$$

La puissance de pompe en tout point  $z$  est donnée par

$$P_p(z) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I_p(r, z)rdrd\phi \quad (3.22)$$

et la puissance de signal en tout point  $z$

$$P_s(z) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I_s(r, z)rdrd\phi \quad (3.23)$$

on a donc

$$P_p(z) = 2\pi \int_0^\infty I_p(r, z)rdr \quad (3.24)$$

et

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = 2\pi \int_0^\infty \frac{dI_p}{dz}rdr = -2\pi\sigma_p^a \int_0^\infty N_1(r, z)I_p(r, z)rdr \quad (3.25)$$

Si nous supposons que la fibre est dopée aux ions Er avec une concentration uniforme  $N_0$  (ion/ $m^3$ ) jusqu'à un rayon  $b$  (qui en général peut être différent du rayon du cœur  $a$ ), alors

$$\begin{aligned} N_0(r) &= N_0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq r \leq b \\ &0 \quad \text{pour} \quad r > b \end{aligned} \quad (3.26)$$

on utilisant les équations (3.26) et (3.11a) dans l'équation (3.25) nous obtenons

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_p(z)}{dz} &= -2\pi\sigma_p^a N_0 \int_0^b \frac{1 + \frac{\eta_s}{(1+\eta_s)} \check{I}_s}{1 + \check{I}_p + \check{I}_s} I_p r dr \\
 &= -2\pi\sigma_p^a N_0 \int_0^b \frac{1 + \frac{\eta_s}{(1+\eta_s)} \frac{P_s(z)f_s(r)}{I_{so}}}{1 + \frac{P_p(z)f_p(r)}{I_{po}} + \frac{P_s(z)f_s(r)}{I_{so}}} P_p(z) f_p(r) r dr. \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

Similairement, pour le signal, on a

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_s}{dz} &= \frac{d}{dz} [2\pi \int_0^\infty I_s(r, z) r dr] = 2\pi \int_0^\infty \frac{dI_s}{dz}(r) r dr \\
 &= 2\pi\sigma_s^a \int_0^\infty (\eta_s N_2 - N_1) I_s(r) r dr. \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

Alors

$$\frac{dP_s}{dz} = 2\pi\sigma_s^a N_0 \int_0^b \frac{\eta_s \frac{P_p(z)}{I_{po}} f_p(r) - 1}{1 + \frac{P_p(z)f_p(r)}{I_{po}} + \frac{P_s(z)f_s(r)}{I_{so}}} P_s(z) f_s(r) r dr \quad (3.29)$$

Les équations (3.29) et (3.27) décrivent l'évolution de la puissance de la pompe et du signal au long de la fibre dopée [104, 106]. Pour résoudre ces équations, nous devons connaître les répartitions respectives de l'intensité de la pompe et du signal dans le plan transverse. Pour une fibre optique à saut d'indice,  $f_p(r)$  et  $f_s(r)$  peuvent être écrits en termes de fonctions de Bessel.

Nous supposons que la répartition transverse de l'intensité a le profil d'une enveloppe gaussienne qui s'écrit sous la forme suivante :

$$f(r) = \frac{1}{\pi\Omega^2} e^{-r^2/\Omega^2} \quad (3.30)$$

où  $\Omega$  est déterminé par les caractéristiques de la fibre. Pour une fibre optique à saut d'indice,  $\Omega$  est donné par :

$$\Omega = a J_0(U) \frac{V K_1(W)}{U K_0(W)} \quad (3.31)$$

où  $U$ ,  $W$ , et  $V$  sont des paramètres caractérisant une fibre monomode et sont définis par

$$U = a(k_0^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2} \quad ; \quad W = a(\beta^2 - k_0^2 n_2^2)^{1/2} \quad (3.32)$$

et

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (3.33)$$

$\beta$  est la constante de propagation du mode,  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices de réfraction du cœur et de la gaine, et  $a$  est le rayon du cœur. Alors, pour la pompe, on a :

$$f_p(r) = \frac{1}{\pi \Omega_p^2} e^{-r^2/\Omega_p^2}. \quad (3.34)$$

Pour le signal, on a :

$$f_s(r) = \frac{1}{\pi \Omega_s^2} e^{-r^2/\Omega_s^2}. \quad (3.35)$$

Ainsi donc, pour obtenir le coefficient de gain de la fibre EDF, nous résolvons les équations (3.27) et (3.29), qui décrivent la dynamique de puissance au long de la fibre, au moyen de l'algorithme de Runge-Kutta. Nous déduisons le coefficient de gain comme suit [107] :  $g(z, P_{av}) = \frac{1}{P_s(z)} \frac{dP_s(z)}{dz}$ . La valeur de  $P_{av}$  est liée à l'énergie du champ à l'entrée de la fibre  $P_{av}(z) \equiv \frac{E(z)}{\tau_{RT}} = \frac{1}{\tau_{RT}} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z)|^2 dt$ , où  $\tau_{RT}$  désigne le temps d'un tour de la cavité.

Notre cavité utilise un BPF ayant un profil spectral gaussien donné par :  $\Pi(\omega) = \exp[-4 \log(2) \omega^2 / \Delta\Omega_0^2]$ , où  $\Delta\Omega_0 = 2\pi\Delta\nu_0$  est la largeur de bande du filtre. Nous avons utilisé les paramètres suivants pour les composants de la cavité :

(i) EDF : Non-linéarité  $\gamma = 3.6 \times 10^{-3} W^{-1} m^{-1}$  ; longueur  $L_{EDF} = 4.5 m$  ; dispersion  $\beta_2 = 16 ps^2/km$  ; rayon du cœur  $r_c = 1.5 \mu m$  ;  $N_0 = 6.8 \times 10^{24} m^{-3}$  ;  $\sigma_p^a = 2.17 \times 10^{-25} m^2$ . Les valeurs de  $\sigma_s^a(\nu_s)$  et  $\sigma_s^e(\nu_s)$  sont prises dans la référence [108].

(ii) SMF : Non-linéarité  $\gamma = 1.3 \times 10^{-3} W^{-1} m^{-1}$  ; dispersion  $\beta_2 = -21.7 ps^2/km$  ;  $A_{eff} = 78.5 \mu m^2$ . Nous utilisons une longueur de fibre  $L_{SMF} = 3.3 m$ , afin que la dispersion moyenne soit nulle.

(iii) Absorbant saturable :  $T_0 = 0.70$ ,  $\Delta T = 0.30$ ,  $P_{sat} = 10 W$ .

### 3.3 Résultats et discussions

D'un point de vue fondamental, il est important d'examiner le processus de transformation de structures stables lorsque la puissance de la pompe d'entrée  $P_{in}$  est progressivement augmentée à partir du seuil de blocage de mode jusqu'au régime multi-impulsions. Nous commençons par déterminer numériquement le profil de la structure stable  $\psi^0$  à partir d'un état initial de bruit blanc, pour une puissance de pompe légèrement supérieure au seuil de blocage de mode, noté  $P_{in}^0$ . Le champ  $\psi^0$  étant déjà dans la cavité, nous suivons une procédure itérative dans laquelle nous augmentons progressivement  $P_{in}$  avec un pas assez petit pour que la différence entre les champs pour deux états stables consécutifs reste faible. En dehors des régions de bifurcation, nous avons constaté que le processus général de transformation des impulsions est régi par le même mécanisme physique, quelle que soit la largeur de bande du BPF.

Ce mécanisme est illustré à la figure. 3.2, obtenue pour une cavité comprenant un BPF ayant une largeur spectrale de  $10nm$  ( $1.248THz$ ). Avec une puissance de pompe  $P_{in}^0 = 5.5mW$ , on obtient la structure à impulsion unique  $\psi^0$  dont les profils temporels et spectrales sont représentés sur les figures. 3.2(a1) et 3.2(a2), respectivement. L'augmentation de  $P_{in}$  entraîne un changement progressif de la forme de l'impulsion unique, qui s'élargit significativement dans le domaine spectral, comme le montre la figure. 3.2(b2). Dans le domaine temporel, on observe plutôt un rétrécissement de l'impulsion et une augmentation spectaculaire de sa puissance crête, comme on le voit clairement sur la figure 3.2(b1). Il apparaît clairement dans les figures 3.2(a2) et 3.2(b2), que lorsque  $P_{in}$  est augmenté à partir du seuil de blocage de mode, le profil spectral de l'impulsion s'élargit jusqu'à occuper toute la largeur de la bande passant du BPF. C'est là que ce processus d'élargissement s'arrête. La puissance de la pompe  $P_{in}$  est alors à un niveau critique désigné ci-après par  $P_c$ . Le processus d'élargissement de la largeur spectrale de l'impulsion s'accompagne d'une élévation de sa puissance crête, qui atteint une valeur maximale  $P_{max}$  lorsque  $P_{in}$  atteint  $P_c$ . Notons que la valeur de  $P_{max}$  est déterminée par les propriétés dispersives et non linéaires de la cavité. Les figures 3.2(b1) et 3.2(b2) illustrent le profil de l'état stable pour  $P_{in} = P_c = 6.57mW$ , et là,  $P_{max} = 7.74W$ . L'effet de filtrage du BPF se manifeste de

manière spectaculaire dès que  $P_{in}$  dépasse  $P_c$  (comme le montrent les figures 3.2(a2) et 3.2(b2)) : la largeur de bande du filtre ne permet plus l'élargissement spectral de l'impulsion. Dès lors, l'action fortement dissipative du filtre s'accroît et déstabilise le profil d'impulsion unique, conduisant ainsi à la fragmentation de l'état stable et à sa transformation en une structure à deux impulsions ; Ce qui est une caractéristique surprenante de l'architecture laser à fibre gérée en dispersion, lorsque l'on considère en revanche l'action stabilisatrice du filtre spectral dans les architectures de laser à fibre favorisant un chirp monotone au sein de la cavité [97, 98].

Pour faciliter les discussions à venir, nous ferons référence à l'impulsion juste avant la fragmentation comme impulsion *parent* [voir la figure 3.2(b1)], tandis que les impulsions résultant de la fragmentation seront appelées impulsions *enfants* [voir la figure 3.2(c1)]. Lorsque la dynamique de l'impulsion stationnaire prévaut, toutes les impulsions *enfants* adoptent le même profil [91], en vertu de la dynamique dissipative du soliton [68]. Le processus de relaxation entraîne une légère augmentation de la largeur temporelle de chaque impulsion *enfant* et une légère compression de son spectre afin de ramener sa largeur dans les limites de la largeur de bande du filtre, comme illustré dans la figure 3.2(c2).

D'autre part, en augmentant  $P_{in}$  au-delà de la puissance critique de la pompe, chaque impulsion *enfant* augmente de façon similaire à celle de son *parent*, jusqu'à ce que la fragmentation de la structure à deux impulsions ait lieu, ce qui génère une structure à trois impulsions [voir Figures 3.2(d1) - 3.2(d2)] et ainsi de suite.

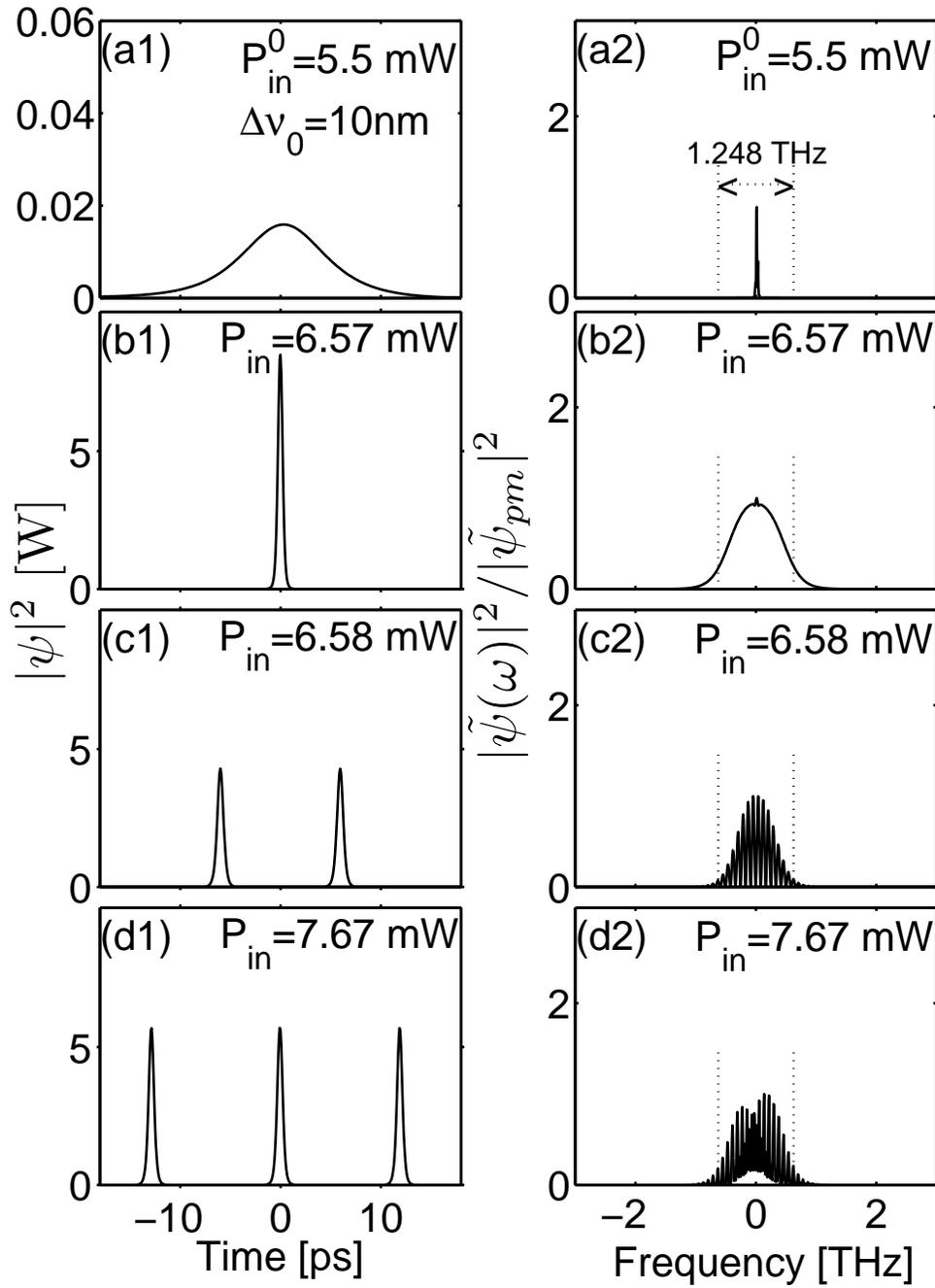


FIGURE 3.2 Illustration des structures d'impulsions stables pour une augmentation (de haut en bas) de la puissance de pompage  $P_{in}$ , avec largeur de bande du BPF  $\Delta\nu_0 = 10nm$ . Les figure de gauche représentent l'intensité temporelle. Les figure de droite représente l'intensité du spectre optique.

Un meilleur aperçu de ce processus de croissance et de fragmentation des impulsions peut être obtenu au moyen d'un outil de caractérisation approprié, tel que la méthode des moments, où l'on suppose que le profil d'impulsion peut être relativement bien représenté par un Ansatz gaussien chirpé, tel que :

$$\begin{aligned} \psi(z, t) \simeq f = X_1 \exp \left[ -\frac{(t - X_2)^2}{X_3^2} \right] \\ \times \exp \left\{ i \left[ \frac{X_4}{2} (t - X_2)^2 + X_5 (t - X_2) + X_6 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

où les paramètres  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  et  $X_6$  représentent respectivement l'amplitude, la position temporelle, la largeur, le chirp, la fréquence, et la constante de phase de l'impulsion. Les premiers moments sont ensuite donnés par les formules suivantes [79, 109] :

$$X_1 = \sqrt{\frac{E_0 \sqrt{2}}{X_3 \sqrt{\pi}}}, \quad X_2 = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi|^2 dt, \quad E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt, \quad (3.37a)$$

$$X_3 = 2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi|^2 dt / E_0 - X_2^2 \right]^{1/2}. \quad T \equiv t - X_2, \quad (3.37b)$$

$$X_4 = \frac{i}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} T^2 |\psi|^2 dt \right]^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} T (\psi \psi_t^* - \psi^* \psi_t) dt, \quad (3.37c)$$

Nous définissons des paramètres d'impulsion plus pratiques comme suit : puissance crête  $P_p \equiv X_1^2$  ; Largeur temporelle  $\Delta T_{FWHM} \equiv \sqrt{2 \ln(2)} X_3$  ; Chirp  $C \equiv X_4/2$  ; Largeur spectrale  $\Delta \nu_{FWHM} \equiv \frac{\sqrt{2(4 + X_4^2 X_3^4) \ln(2)}}{2\pi X_3}$ .

Un aspect très utile de cet outil de caractérisation est qu'il donne une excellente vue d'ensemble de l'impact de chaque élément de la cavité sur la dynamique interne de l'impulsion, comme illustré sur la figure 3.3, qui montre l'évolution des paramètres d'impulsion sur un tour de cavité, dans le cas des figures 3.2 (b1) et 3.2 (b2). Nous voyons dans la figure 3.3 (b) qu'avant d'atteindre le BPF, l'impulsion traverse l'EDF, dans lequel sa largeur spectrale augmente fortement et de façon monotone jusqu'à l'entrée du BPF. En passant à travers le BPF, l'impulsion sous-tend un rétrécissement de sa largeur spectrale de près de 20%. Après avoir traversé le BPF, la largeur spectrale de l'impulsion augmente de nouveau lors du passage dans la SMF, mais le rétrécissement causé par le filtre n'est compensé qu'à la fin du tour de cavité (à

l'entrée de l'EDF). Ainsi, la figure 3.3 (b) montre qu'au voisinage du point de fragmentation, le BPF impose la limite supérieure de la largeur spectrale de l'impulsion, conjointement avec l'action la SMF.

Une observation importante sur la figure 3.3 est qu'au voisinage du point de fragmentation, la largeur spectrale de l'impulsion occupe toute la bande passante du BPF (1.25 THz), comme on peut le voir sur la figure 3.3(b), qui (représente la largeur totale à mi-hauteur du maximum, de l'intensité spectrale), et sur la figure 3.2 (b2). Le système est alors au point de basculement, et là, toute augmentation de la puissance de pompe fait passer le laser dans un régime multi-impulsions, comme le montre la figure 3.2 (c1). Notons que dans la figure 3.3(f) grandeur  $E_{RF}$  est l'énergie du champ  $q \equiv |\psi - f|$ , appelée énergie de champ résiduel [30], et  $E_0$  est l'énergie d'impulsion à l'entrée de l'EDF. La grandeur  $E_{RF}/E_0$  sert à mesurer la qualité de la caractérisation donnée par la méthode des moments. La qualité de cette caractérisation est bonne lorsque la valeur de  $E_{RF}/E_0$  est faible, typiquement de l'ordre de 1%.

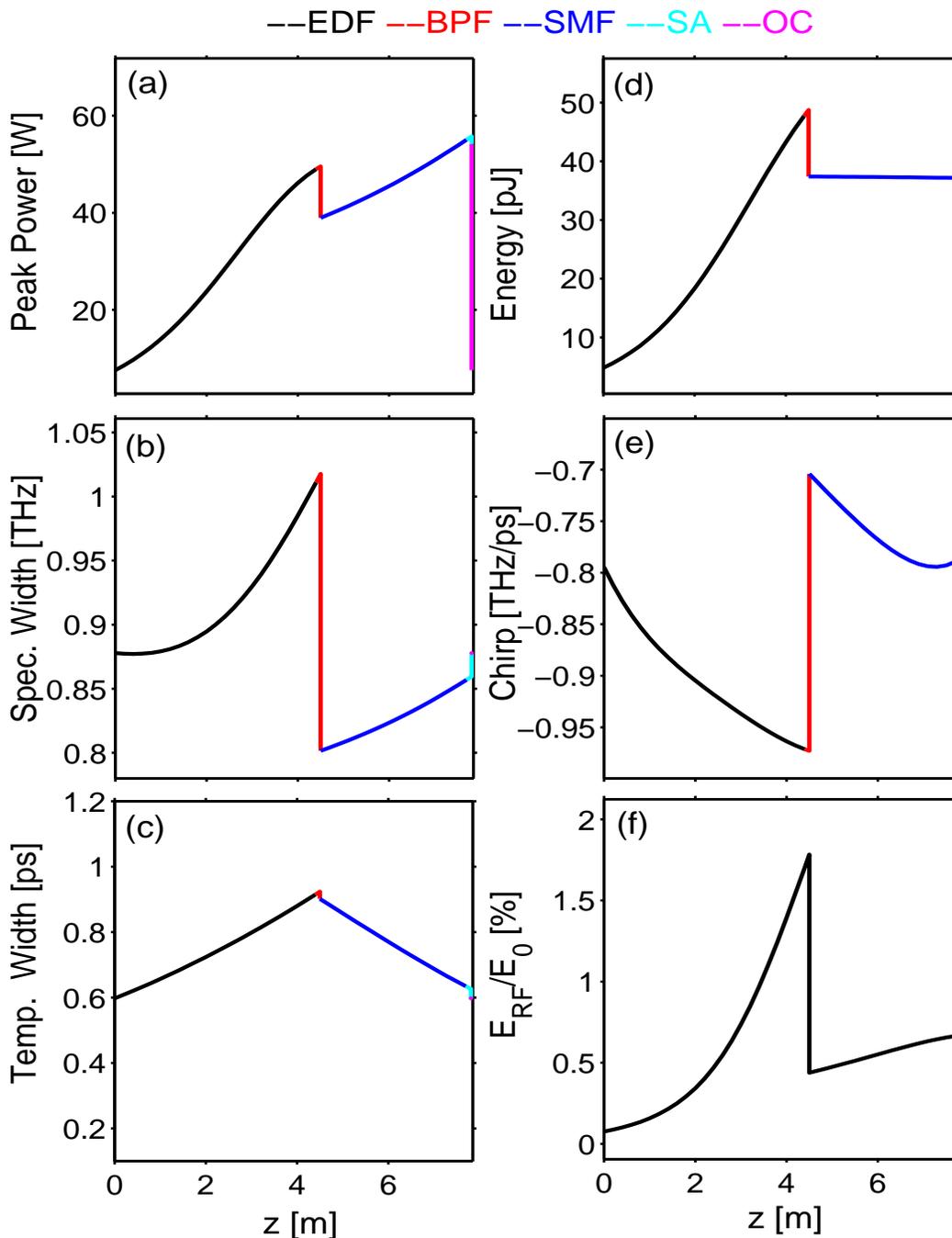


FIGURE 3.3 Evolution des paramètres d'impulsion sur un tour de cavité. (a) Puissance de crête, (b) largeur spectrale, (c) Largeur temporelle (FWHM), (d) Energie d'impulsion, (e) Chirp, (f) Energie de champ résiduelle normalisée. Les différentes couleurs reflètent les différents segments de fibres. Les paramètres de simulation sont les mêmes que ceux des figures 3.2 (b1) et 3.2 (b2).

D'autre part, Les courbes en trait plein dans la figure 3.4 donnent un aperçu de l'évolution des paramètres d'impulsion pour le cas décrit dans figure 3.2. Pour  $5.5mW \leq P_{in} < P_c = 6.57mW$ , le système réside dans le régime à impulsion unique.

Dès que  $P_{in} \simeq 6.58mW$ , le système génère deux impulsions de même profil, accompagnées d'une chute d'énergie, comme l'illustre la figure 3.4(a). Tous les autres paramètres exécutent un saut résultant du processus de relaxation après la fragmentation de l'impulsion, suivi d'une évolution plus progressive jusqu'à ce qu'un autre événement de fragmentation d'impulsion ait lieu. Pour  $6.58mW < P_{in} < 7.66mW$ , le système reste dans le régime à deux impulsions, chaque impulsion suivant un comportement similaire à celui de l'impulsion "parent". Dès que  $P_{in} \simeq 7.67mW$ , le système entre dans le régime à trois impulsions, dans des conditions similaires à celles qui ont conduit à la fragmentation de la structure à deux impulsions. Une augmentation supplémentaire de  $P_{in}$ , conduit chaque impulsion à répéter le processus de croissance d'énergie jusqu'à sa fragmentation, et ainsi de suite. La présence de cette cascade de fragmentations indique une multitude de points de bifurcation. Pour plus de commodité, nous désignons comme *point de fragmentation* la puissance minimale de pompe requise pour générer l'impulsion ayant la plus haute énergie (c'est-à-dire la puissance de pompe juste avant la première fragmentation). Ainsi, pour le cas  $\Delta\nu_0 = 10nm$  considéré dans les figures 3.2 et 3.4, le point de fragmentation est  $P_c = 6.57mW$  [voir figure 3.2(b1)] et l'énergie de l'impulsion générée est de  $5.094pJ$  [voir la figure 3.4(a)]. Pour évaluer l'impact du filtrage intra-cavité sur l'énergie des impulsions au point de fragmentation, nous avons réalisé une série de simulations numériques semblables à celles des figures 3.2 et 3.4, pour différentes largeurs de bande passante  $\Delta\nu_0$ , dans la plage suivante :  $5nm \leq \Delta\nu_0 \leq 32.5nm$ .

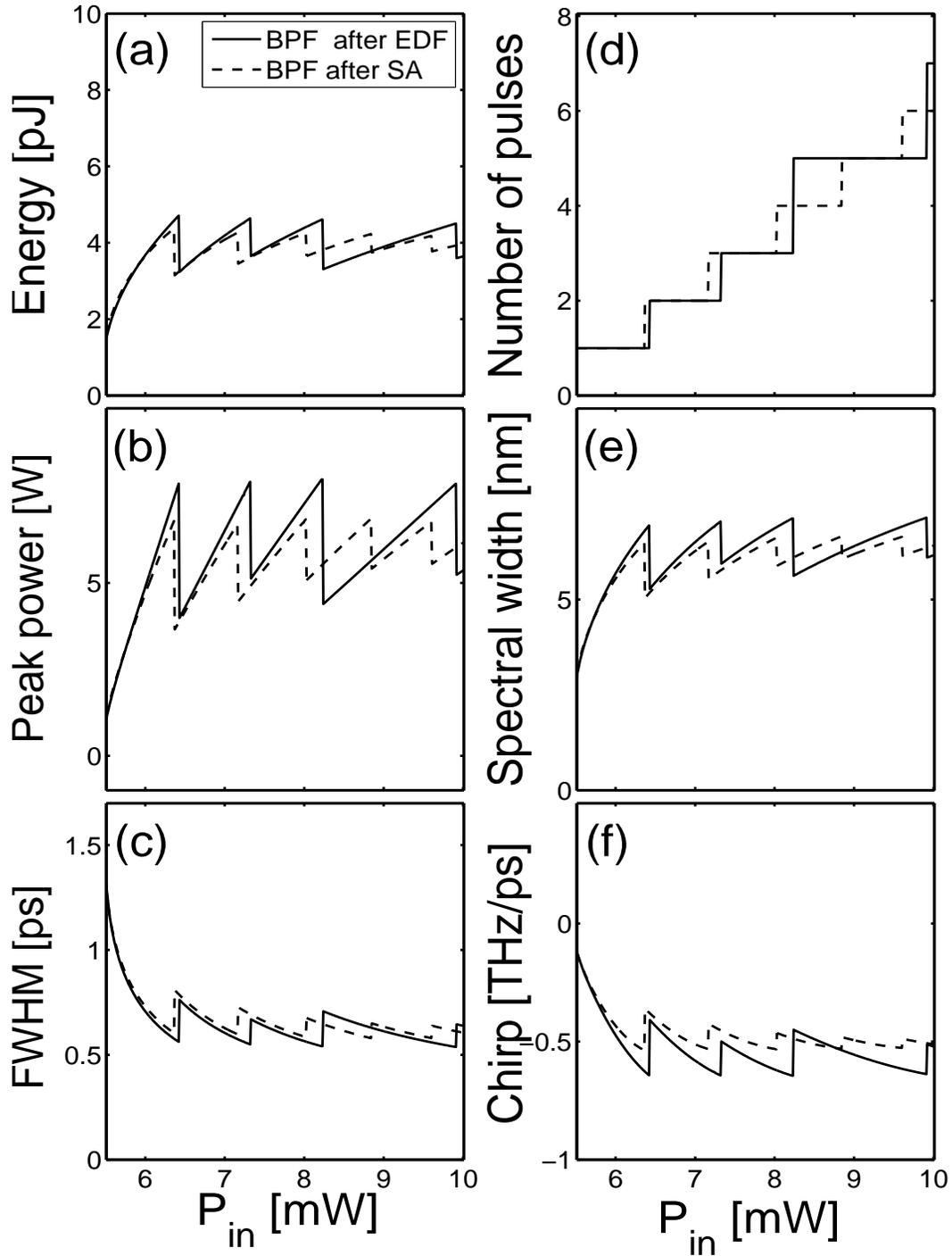


FIGURE 3.4 Evolution des paramètres d'impulsion enregistrés juste après le coupleur, en fonction de la puissance de pompe  $P_{in}$  : (a) Energie par impulsion. (b) Puissance crête d'impulsion. (c) Largeur d'impulsion. (d) Nombre d'impulsions. (e) Largeur spectrale. (f) Chirp. La largeur du BPF est  $\Delta\nu_0 = 10nm$ .

En plus du cas considéré dans les figures 3.2 et 3.4, dans lequel la dispersion moyenne de la cavité est nulle ( $\beta_{av} = 0$ ), nous avons examiné deux autres types de cavité correspondant à  $\beta_{av} < 0$  (dispersion moyenne anormale) et à  $\beta_{av} > 0$  (dispersion moyenne normale). Les résultats de nos simulations numériques sont représentés sur les figures 3.5, 3.6 et 3.7, obtenues respectivement pour  $\beta_{av} = -1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_{va} = 0$  et  $\beta_{av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ .

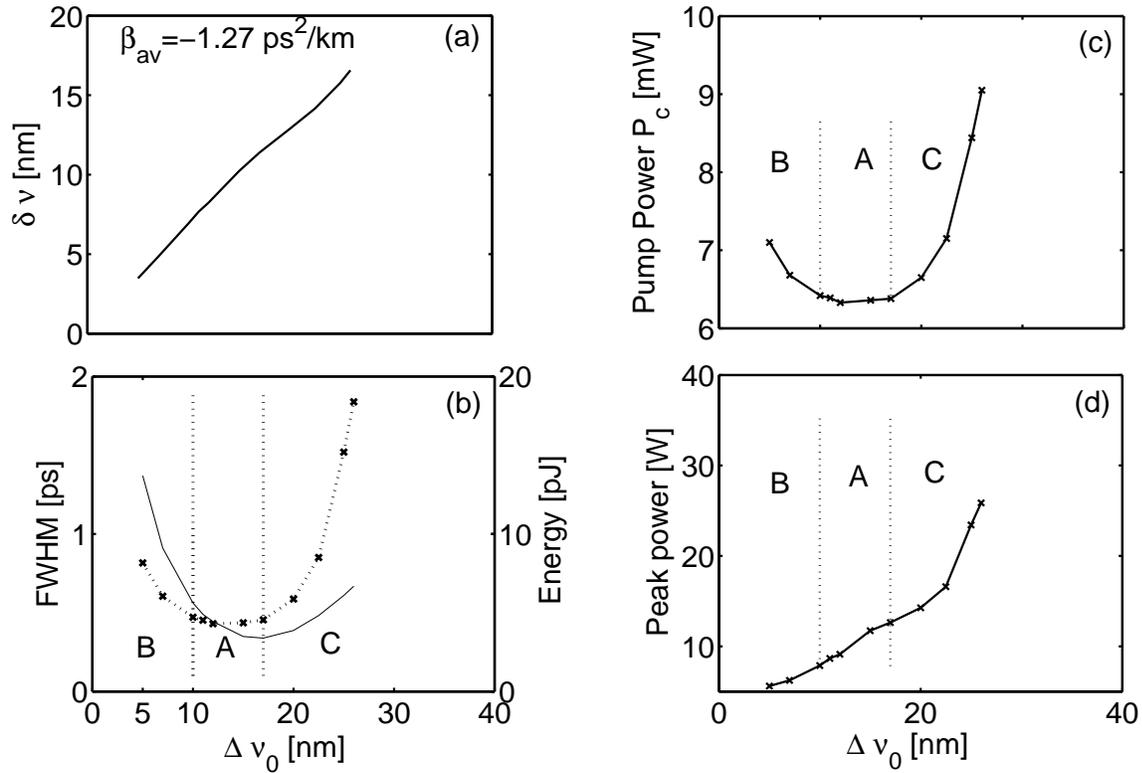


FIGURE 3.5 Evolution des paramètres d'impulsion au point de fragmentation, en fonction de la largeur de la bande passante de BPF,  $\Delta \nu_0$ , dans le cas de la dispersion moyenne anormale  $\beta_{av} = -1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ . (a) : Largeur spectrale de l'impulsion. (b) : Largeur temporelle de l'impulsion (ligne continue) et énergie impulsionnelle (ligne pointillée). (c) : Puissance maximale de la pompe pour générer une seule impulsion. (d) : Puissance crête de l'impulsion. Les domaines A, B, C correspondent à des zones de comportements particuliers des structures lumineuses générées au sein de la cavité.

Les résultats révèlent que l'impact du filtrage intra-cavité se manifeste avec plusieurs caractéristiques générales communes et quelques différences remarquables selon

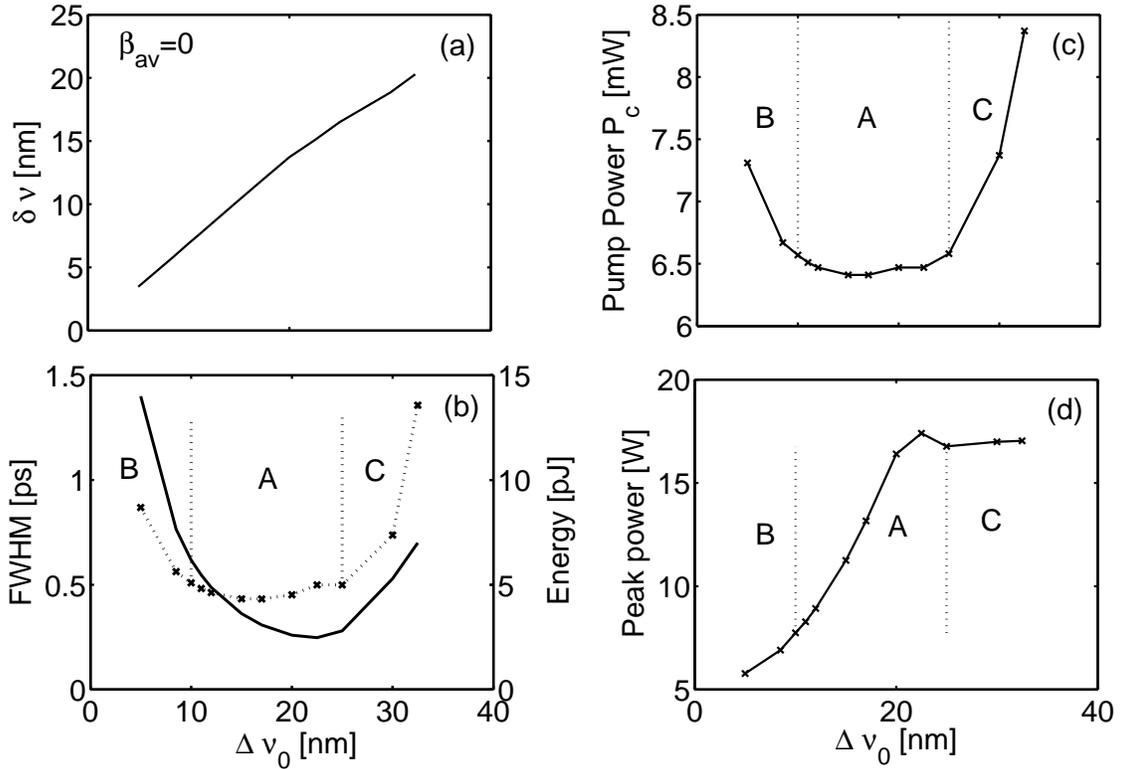


FIGURE 3.6 Evolution des paramètres d'impulsion au point de fragmentation, en fonction de la largeur de la bande passante du BPF,  $\Delta\nu_0$ , dans la cas de dispersion moyenne nulle  $\beta_{av} = 0$  (a) : Largeur spectrale de l'impulsion. (b) : Largeur temporelle de l'impulsion (ligne continue) et énergie impulsionnelle (ligne pointillée). (c) : Puissance maximale de la pompe pour générer une seule impulsion. (d) : Puissance crête de l'impulsion.

la dispersion moyenne de la cavité. L'une des caractéristiques principales à la quelle on pourrait s'attendre est que, à la fois la largeur spectrale et l'énergie des impulsions générées, augmentent de façon monotone lorsque la largeur de la bande passante  $\Delta\nu_0$  augmente. Nous observons en fait dans les figures 3.5(a), 3.6(a) et 3.7(a), que la largeur spectrale de la impulsion  $\delta\nu$  varie presque linéairement avec la largeur du filtre  $\Delta\nu_0$ . La pente change légèrement dans le domaine labellisé «C», en raison du filtrage de l'EDF. Ainsi, dans notre cavité, la largeur spectrale de l'impulsion est essentiellement limitée par le BPF. En revanche, l'énergie d'impulsion [représentée par les courbes en pointillées dans les figures 3.5(b), 3.6(b) et 3.7(b)] ne varie pas de manière monotone avec  $\Delta\nu_0$ , mais passe par une valeur minimale et reste à cette

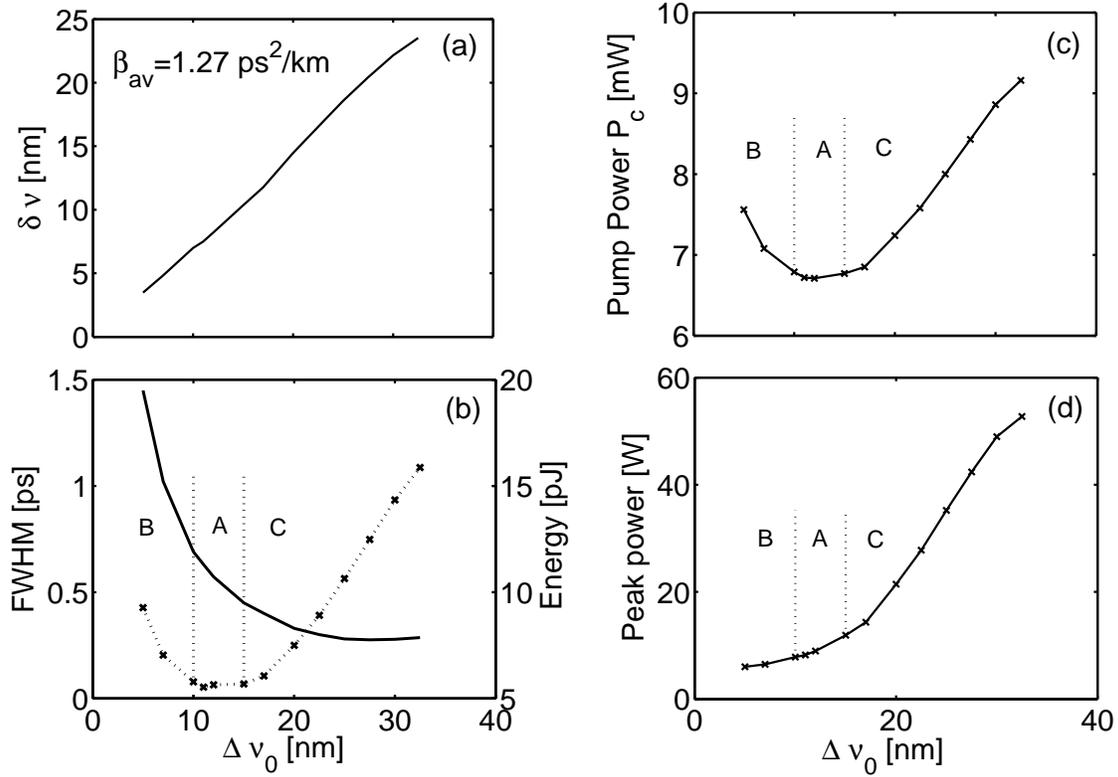


FIGURE 3.7 Evolution des paramètres d'impulsion au point de fragmentation, en fonction de la largeur de la bande passante du BPF,  $\Delta\nu_0$ , dans la cas de dispersion moyenne normale  $\beta_{av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$  (a) : Largeur spectrale de l'impulsion. (b) : Largeur temporelle de l'impulsion (ligne continue) et énergie impulsionnelle (ligne pointillée). (c) : Puissance maximale de la pompe pour générer une seule impulsion. (d) : Puissance crête de l'impulsion.

valeur sur un domaine labellisé "A", qui s'étend de  $\Delta\nu_0 = \Delta\nu_{0c1} \simeq 10 \text{ nm}$  (pour les trois valeurs de la dispersion moyenne considérée) à  $\Delta\nu_0 = \Delta\nu_{0c2} \approx 17 \text{ nm}$  (pour  $\beta_{2av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ ),  $25 \text{ nm}$  (pour  $\beta_{2av} = 0$ ), et  $15 \text{ nm}$  (pour  $\beta_{2av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ ).

En outre, on peut observer clairement que la courbe d'évolution de la puissance de pompe, qui est représentée sur les figures 3.5 (c), 3.6 (c), et 3.7 (c), est similaire à celle de l'énergie des impulsions [courbe pointillée des figures 3.5 (b), 3.6 (b), et 3.7 (b)]. Dans ce contexte, les figure 3.5 (c), 3.6 (c) et 3.7 (c), montrent que la puissance de pompe avant le point de fragmentation est minimal dans le domaine A. À cet égard, il convient de noter dans les figures 3.5 (c), 3.6 (c) et 3.7 (c), que la valeur de la puissance de pompe dans la région A dépend uniquement

de la valeur de la dispersion moyenne (pour les trois valeurs de  $\beta_{2av}$  considérées). En revanche, la largeur du domaine A dépend sensiblement de  $\beta_{2av}$  et est nettement plus large pour  $\beta_{2av} = 0$ . Bien que l'énergie d'impulsion reste presque constante dans le domaine "A", le profil de l'impulsion varie considérablement dans ce domaine. En effet, lorsque  $\Delta\nu_0$  augmente du bas vers le haut du domaine "A", la largeur de l'impulsion diminue [comme le montrent les courbes en trait plein sur les figures 3.5(b), 3.6(b), et 3.7(b), impliquant une augmentation significative de sa puissance crête [comme illustré sur les figures 3.5(d), 3.6(d), et 3.7(d)]. Le domaine "A" est entre deux domaines marqués "B" et "C" dans les figures 3.5, 3.6, et 3.7, dans lesquels l'énergie d'impulsion varie fortement avec  $\Delta\nu_0$ . Dans le domaine "B", l'impact du filtrage BPF est fort par rapport à la largeur de la bande de gain EDF, mais tout à fait paradoxalement, l'énergie des impulsions diminue avec une diminution du filtrage BPF, c'est-à-dire lorsque  $\Delta\nu_0$  augmente. Comme dans le domaine "A", cela s'accompagne d'un rétrécissement temporel des impulsions. Dans le domaine "C", où la largeur de BPF devient supérieure à la largeur spectrale de la courbe de gain EDF, l'évolution du profil de l'impulsion diffère selon la valeur de la dispersion moyenne. Pour  $\beta_{2av} = -1.27ps^2/km$  et  $\beta_{2av} = 0$ , la largeur temporelle et la puissance crête de l'impulsion varient de la même manière, augmentant avec  $\Delta\nu_0$ , tandis que pour  $\beta_{2av} = 1.27ps^2/km$ , la largeur de l'impulsion diminue puis atteint un plateau. On peut noter en passant que, sur les figures 3.5 (a), 3.6 (a), et 3.7 (a), une petite différence apparaît dans la pente des courbes d'évolution de  $\delta\nu$  en fonction de  $\Delta\nu_0$ . Cela résulte simplement d'une différence dans la dynamique interne de l'impulsion selon la dispersion moyenne de la cavité, ce qui affecte la chirp et l'auto modulation de phase. En outre, une autre caractéristique qui mérite d'être notée et qui est représentée dans les figure 3.8, concerne un paramètre majeur de la dynamique interne des impulsions dans les systèmes à gestion de dispersion, à savoir le **facteur de respiration**, défini comme le rapport entre la largeur temporel maximum de l'impulsion et sa largeur minimale sur un tour de cavité, donné par  $F \equiv \frac{\Delta T_{FWHMmax}}{\Delta T_{FWHMmin}}$ . En effet, nous avons observé que, la largeur temporelle d'impulsion au point de fragmentation ne varie pas linéairement avec la bande passante du BPF (comme on peut le voir sur les figures 3.5 (b), 3.6 (b), et 3.7 (b)), alors que le facteur de respiration augmente

presque linéairement avec la largeur de bande du BPF (typiquement, de 1.25 à 3.5, lorsque  $\Delta\nu_0$  augmente de 5 nm à 25 nm), d'une manière un peu similaire aux courbes d'évolution de  $\delta\nu$  avec  $\Delta\nu_0$ , c'est-à-dire avec une légère variation de la pente de la courbe lorsque  $\Delta\nu_0$  s'approche de 25 nm (largeur de la bande de gain de l'EDF). Le fait que la largeur spectrale des impulsions et le facteur de respiration des impulsions varient quasi linéairement en fonction de la largeur du BPF, indique clairement que la phénoménologie du processus de fragmentation est étroitement liée à l'effet de filtrage du BPF.

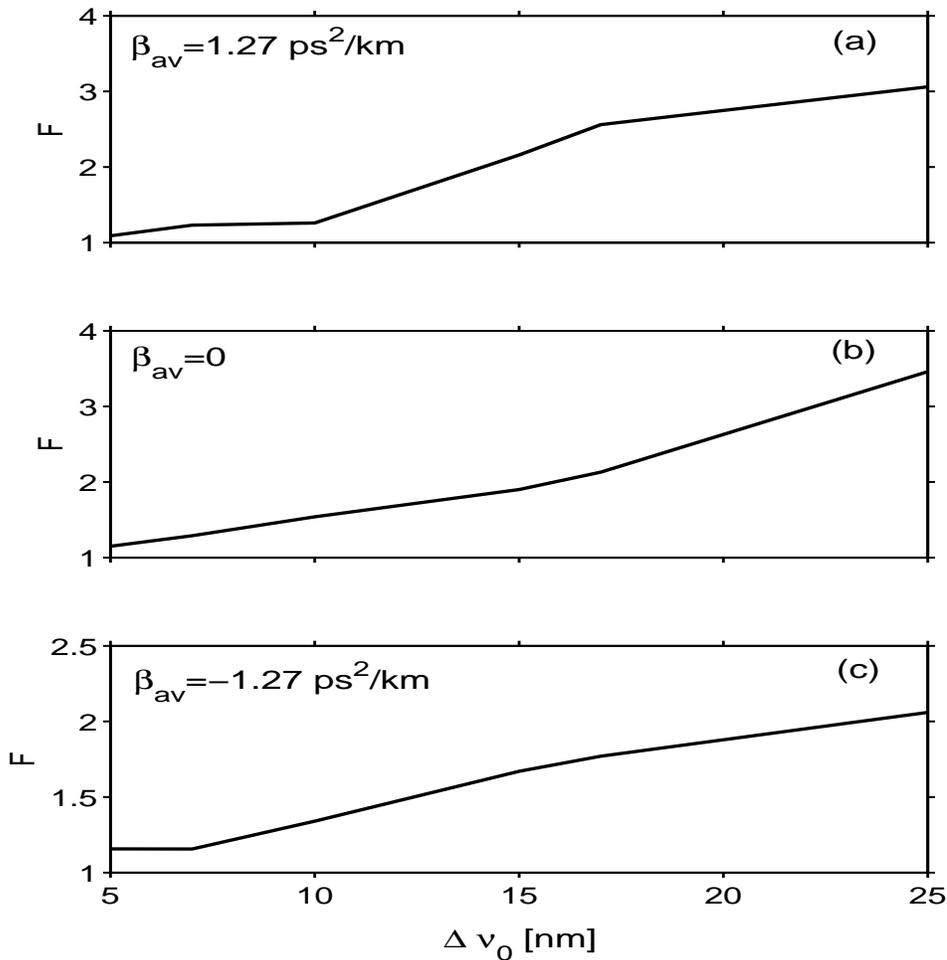


FIGURE 3.8 Evolution du facteur de respiration  $f$  en fonction de la largeur de bande BPF  $\Delta\nu_0$ , dans le cas (a) d'une dispersion moyenne normale  $\beta_{av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ , (b) dispersion moyenne nulle  $\beta_{av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ , (c) d'une dispersion moyenne anormale  $\beta_{av} = -1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ .

A ce stade, il convient de noter que toute la discussion ci-dessus concerne une cavité dans laquelle le BPF est placé juste après l'EDF, comme le montre la figure 3.1. Par conséquent, la question se pose de savoir si la position précise du BPF dans la cavité a une influence sur la phénoménologie du processus de fragmentation des états stables. Pour examiner cette question, nous avons effectué une simulation de l'évolution des paramètres d'impulsion en fonction de la puissance de la pompe, dans une cavité où le BPF est inséré juste après la SA. Le résultat est représenté par les courbes en pointillées dans la figure 3.4, qui met en évidence trois points importants lorsqu'ils sont comparés avec les courbes en trait plein obtenues lorsque le BPF est placé juste après l'EDF :

(i) Dans la région allant des très faibles puissances de pompe jusqu'au premier point de fragmentation, les paramètres d'impulsion ne dépendent que très légèrement de la position du filtre dans la cavité. Ainsi, on peut voir clairement sur les figure 3.4 que dans les deux cavités (avec BPF situé juste après l'EDF, et avec BPF situé juste après la SA), le premier point de fragmentation est d'environ 6.57 mW.

(ii) Dans le domaine de puissance situé au dessus du premier point de fragmentation, les points de fragmentation des deux cavités ne coïncident plus et s'écartent de plus en plus lorsque la puissance de pompe augmente. Les écarts restent relativement modérés jusqu'à une puissance de pompage d'environ 8 mW, mais deviennent beaucoup plus importants au-delà de 8 mW. Ces grandes différences entre les points de fragmentation des deux cavités résultent nécessairement d'une différence qualitative dans la dynamique interne des états stables de ces cavités.

(iii) Le point le plus important apparaît dans la figure 3.4(e), qui montre que les valeurs de pic de la largeur spectrale de la impulsion (aux points de fragmentation) diffèrent très peu dans les deux cavités et sont très proches de 6.4 nm, sur toute la gamme de puissance considérée. De toute évidence, cette valeur maximale de la largeur spectrale (FWHM) dans les deux cavités est limitée par la largeur du BPF.

D'autre part, il faut garder à l'esprit que les résultats des figures 3.4 représentent les paramètres d'impulsion enregistrés à l'entrée de l'EDF (c'est-à-dire juste après le coupleur), dans les deux cavités considérées. Maintenant, il est bien connu que, dans les lasers à fibre à gestion de dispersion, les paramètres d'impulsion peuvent

varier considérablement en fonction de la position de l'impulsion dans la cavité. Il est donc utile d'examiner également le comportement dynamique de l'impulsion en un autre point de la cavité et la phénoménologie du processus de fragmentation lors d'une augmentation de la puissance de pompe. À cette fin, nous avons enregistré les paramètres de l'impulsion juste après le BPF dans les deux cavités. Les résultats sont présentés dans les figures 3.9, qui montrent que la phénoménologie du processus de fragmentation est qualitativement similaire à celle de la figure 3.4. Cependant, une inspection approfondie des figures 3.9 (a) et 3.9 (b) révèle que les valeurs de la puissance crête, et de l'énergie et des impulsions, évaluées avant le coupleur sont environ sept fois plus grandes que leurs valeurs respectives évaluées juste après le coupleur (Voir figures 3.4 (a) et 3.4 (b)). Ce grand écart entre les valeurs de ces paramètres est le résultat de la présence d'une dynamique interne de grande amplitude dans le profil d'intensité de l'impulsion. En revanche, on peut voir dans les figures 3.9 (e) et 3.9 (f) que la dynamique interne des paramètres spectraux de l'impulsion a une ampleur beaucoup plus petite. En particulier, la figure 3.9 (e) montre que les valeurs crête de la largeur spectrale de l'impulsion ne présentent pas de différence significative dans les deux cavités et sont d'environ 6.4 nm sur toute la gamme de puissance considérée, ce qui est pratiquement la même valeur que dans les figures 3.4. De toute évidence, le BPF joue un rôle décisif dans les processus de fragmentation des états stables du laser, en tout point de la cavité.

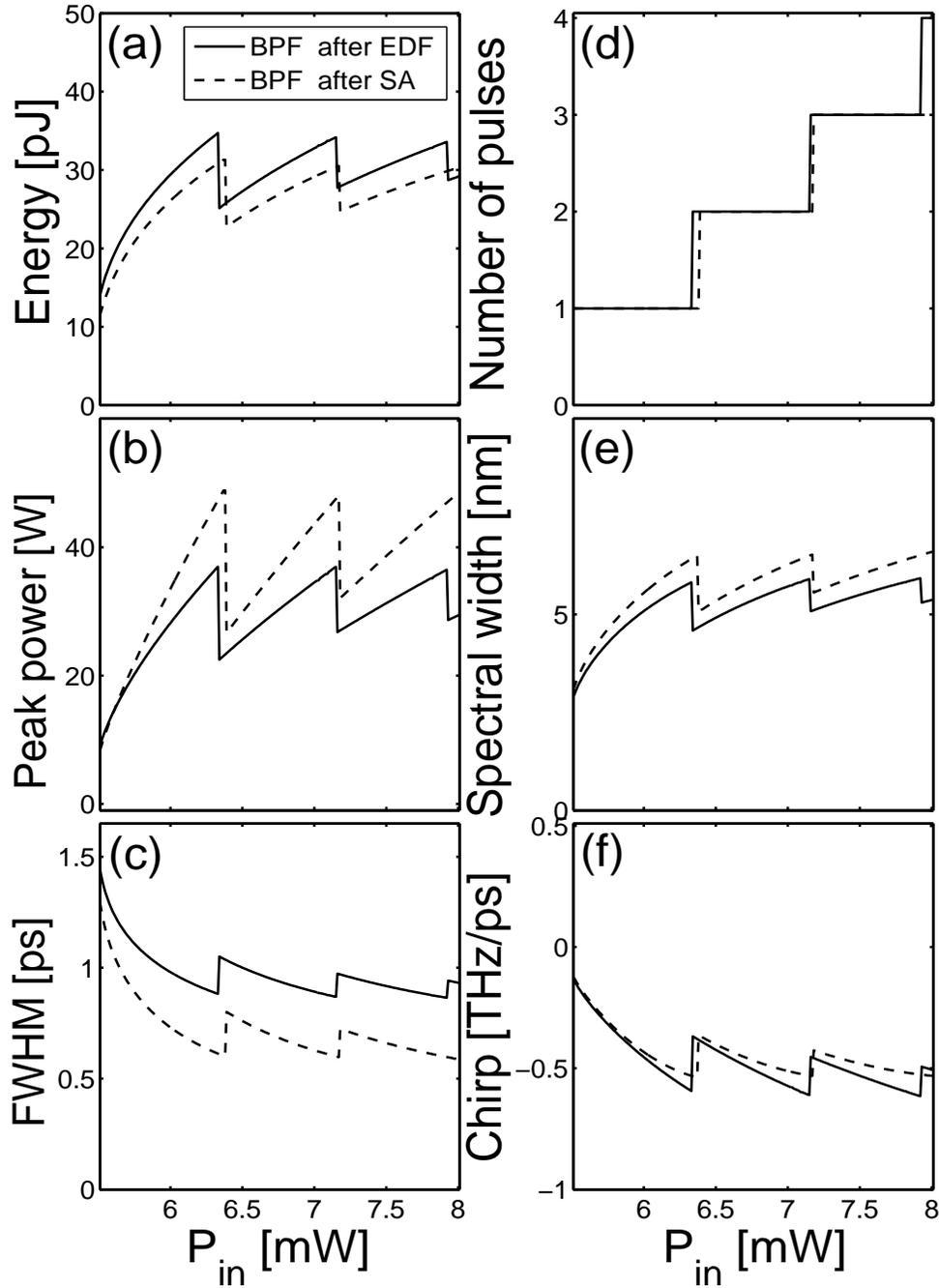


FIGURE 3.9 Evolution des paramètres d’impulsion enregistrés juste après le BPF en fonction de la puissance de pompe  $P_{in}$  (a) Energie par impulsion, (b) Puissance crête de l’impulsion, (c) largeur d’impulsion, (d) Nombre d’impulsions, (e) Largeur spectrale, (f) Chirp. La largeur du BPF est  $\Delta\nu_0 = 10nm$ . Les autres paramètres du système sont les mêmes que dans la figure 3.4.

## 3.4 Conclusion

Nous avons montré que, dans les lasers à fibre DM à modes bloqués passifs, utilisant un absorbant saturable rapide et monotone, le nombre d'impulsion de l'état stable augmente significativement avec le taux de pompage laser. Les effets de filtrage intra-cavité entrent en jeu en imposant une limite stricte à l'élargissement spectral des impulsions, de sorte que le franchissement de cette limite entraîne généralement une instabilité qui entraîne l'augmentation du nombre d'impulsions circulant dans la cavité. C'est à première vue une caractéristique surprenante résultant de l'architecture du laser à fibre DM, qui est contraire à l'action stabilisatrice du filtre spectral dans les architectures laser à fibre optique, favorisant un chirp monotone au long de la cavité [97, 98]. Cependant, notre étude a montré que ce comportement dépendait fortement de l'ampleur de l'effet de filtrage. Nous avons montré qu'en insérant un BPF, à largeur peut être accordable, permet un contrôle précis des domaines multi-impulsions stables. Le contrôle des états stables à une impulsion et multi-impulsions peut avoir diverses applications, telles que la manipulation de structures lumineuses à profils spécifiques, telles que Les impulsions de lumière utilisées pour les formats de modulation binaire dans les systèmes de télécommunications, les molécules de soliton proposées pour les formats de modulation multi-niveaux [33, 34] et le blocage du mode harmonique aux taux de répétition multi-GHz.

# Impact de la diffusion Raman stimulée sur la dynamique multi-impulsions dans un laser à fibre à gestion de dispersion

## 4.1 Introduction et généralités

La diffusion Raman (ou l'effet Raman) est la diffusion inélastique d'un photon par un milieu matériel [110]. Il s'agit d'un phénomène d'interaction avec échange d'énergie entre un photon incident et le constituant élémentaire (atome ou molécule) du milieu, via des excitations vibrationnelles (appelées phonons). Au cours de cette interaction, le photon incident est détruit au profit de la création d'un nouveau photon, et de la création ou l'annihilation d'un phonon optique. Au terme de cette interaction, la lumière diffusée n'a pas la même fréquence que la lumière incidente. On distingue deux cas :

- Le décalage Stokes, où la lumière diffusée est décalée vers les basses fréquences (par rapport à la fréquence du photon incident), avec création d'une excitation vibrationnelle (ou phonon) ;
- Le décalage anti-Stokes, où la lumière diffusée est décalée vers les hautes fréquences, avec la désexcitation vibrationnelle (ou l'absorption d'un phonon). Dans la silice amorphe, principal constituant d'une fibre optique, la diffusion

Raman anti-Stokes est négligeable devant la diffusion Stokes.

Dans les fibres optiques en silice standard, la diffusion Raman donne lieu à une amplification lumineuse dans la partie inférieure du spectre, sur une bande spectrale de l'ordre de 30 THz, avec un pic de gain situé à environ 13 THz de la fréquence de la lumière incidente [45, 110, 111, 112, 113]. Par conséquent, en principe, un champ lumineux se propageant dans une fibre optique ne devrait être soumis à la diffusion Raman que si son spectre est suffisamment grand, c'est-à-dire de l'ordre de la largeur de bande du gain Raman. À l'inverse, la diffusion Raman est généralement considérée comme ayant un effet négligeable sur un champ lumineux de faible puissance et de spectre très étroit (par rapport à la largeur du gain Raman). De tels champs lumineux à spectre très étroit sont générés dans de nombreux lasers à fibre à modes bloqués opérant dans un régime de puissance crête modérée (de l'ordre de quelques Watts) [22, 23, 88, 109, 114, 115]. Ces lasers génèrent une grande variété de structures mono- et multi-impulsions, considérées jusqu'ici comme pratiquement insensibles à la diffusion Raman en raison de leur spectre très étroit et de leur faible puissance crête. En effet, dans beaucoup de ces lasers, le milieu à gain est un amplificateur à fibre dopée à l'erbium dont la bande passante est d'environ 25 nm (3.12 THz). Sur cette largeur, le gain Raman dans les fibres de silice standard est d'un ordre de grandeur inférieur à la valeur du pic de gain à 13 THz. Ce fait peut en effet inciter à négliger l'effet Raman.

Dans ce chapitre, nous examinons des structures multi-impulsions dans un laser à fibre à gestion de dispersion utilisant un fibre amplificateur dopée à l'erbium comme milieu à gain, dans lequel la largeur spectrale des impulsions est contrôlée par un filtre passe-bande BPF. Nous montrons que la diffusion Raman modifie très sensiblement la dynamique multi-impulsions, même dans des domaines d'états stables à spectres très étroits, dans lesquels ce phénomène est généralement considéré comme ayant un impact négligeable.

En particulier, nous montrons que la diffusion Raman a un impact plus important dans le voisinage immédiat de certaines valeurs critiques de la puissance de pompage du milieu à gain, où se produisent des processus de fragmentation des impulsions. Par conséquent, toutes les frontières entre les zones de stabilité des états multi-impulsions

sont modifiées.

## 4.2 Modélisation de la propagation de l'impulsion intra-cavité

L'architecture laser étudiée est illustrée à la figures 3.1. Elle comprend une fibre dopée à l'erbium (EDF) avec une dispersion normale à  $1,55 \mu m$  (milieu amplificateur), un filtre passe-bande (band-pass filter BPF), une section de fibre monomode (SMF) destinée à l'ajustement de la dispersion moyenne de la cavité. Un absorbant saturable (SA) et un coupleur de sortie (OC).

La SA est modélisée par la fonction de transfert suivante :  $P_o = T P_i$ , où  $T \equiv T_0 + \frac{\Delta T P_i}{P_i + P_{sat}}$  décrit la transmission de la SA,  $T_0$  est sa transmissibilité à signal faible,  $\Delta T$  le contraste de la transmission,  $P_{sat}$  la puissance de saturation, alors que  $P_i$  ( $P_o$ ) désigne la puissance optique d'entrée (sortie). À l'instant  $t$  et à la distance  $z$  dans la cavité, la puissance de la lumière est donnée par  $P(z, t) \equiv |\psi(z, t)|^2$ , où  $\psi(z, t)$  désigne le champ électrique. Les autres éléments de la cavité laser (coupleur, épissures en fibres) affectent l'amplitude des impulsions uniquement de manière linéaire.

D'autre part, l'action de diffusion Raman stimulée (DRS) sur le champ intracavité  $\psi$  se propageant dans le système de fibre (SMF ou EDF) peut être décrit par la relation suivante [111, 116, 117] :

$$\begin{aligned} R[\psi] &= i \gamma \rho \psi \int_0^\infty \chi_R(s) |\psi|^2(t-s) ds \\ &= i \gamma \rho \psi F^{-1}[\tilde{\chi}_R(\omega) \cdot |\tilde{\psi}|^2], \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $F^{-1}$  représente la transformée de Fourier inverse, un tilde “ $\sim$ ” sur une quantité représente la transformée de Fourier de cette quantité.  $\tilde{\chi}_R$  représente la susceptibilité Raman et  $\rho = 0.18$  la contribution fractionnelle de la non-linéarité introduite par la diffusion Raman par rapport à la non-linéarité totale [111, 112, 113].

La susceptibilité Raman de la silice amorphe ( $SiO_2$ ) [110, 111, 112, 113], constituant principal des fibres optiques standard, est représentée sur la figure 4.1. Le terme  $\Re[\tilde{\chi}_R]$  correspond à la *partie réelle* de  $\tilde{\chi}_R$ . En général, ce terme n'a qu'un im-

pect marginal sur la dynamique du champ lumineux. En revanche, le terme  $\Im[\tilde{\chi}_R]$ , qui désigne la partie imaginaire de  $\tilde{\chi}_R$ , peut avoir des conséquences dramatiques sur la dynamique du champ lumineux. En effet, le terme  $\Im[\tilde{\chi}_R]$  correspond au gain Raman, qui est responsable du transfert d'énergie de la partie supérieure vers la partie inférieure du spectre lumineux. Un point clé à noter dans la figure 4.1 est que, sur toute la largeur spectrale de 3.12THz, qui est la largeur typique d'un amplificateur EDF, le gain Raman est extrêmement faible. C'est précisément ce fait qui a conduit jusqu'ici à négliger totalement l'impact de la DRS sur la dynamique de ce type de cavité laser.

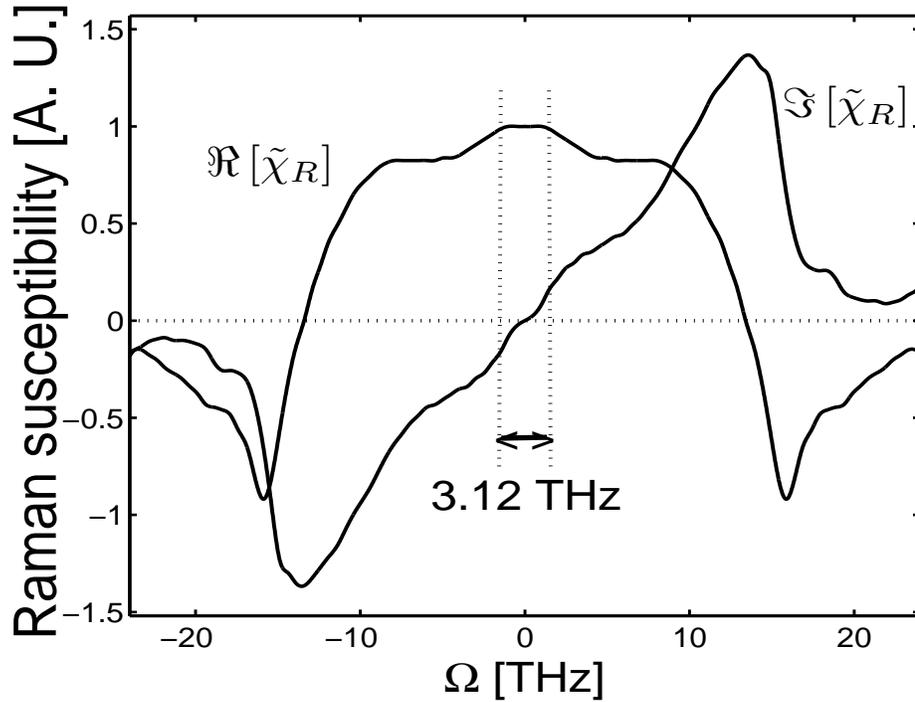


FIGURE 4.1 Courbes de susceptibilité Raman pour  $SiO_2$ .

Ici, les valeurs de la susceptibilité Raman correspondent à celles du matériau  $SiO_2$  pur [110, 111, 112, 113]. Les valeurs précises des paramètres Raman dépendent du type et de la quantité de dopants utilisés dans la fabrication d'une fibre donnée, et peuvent différer plus ou moins de ceux considérés ici, en particulier dans les fibres spéciales [118]. Néanmoins, la procédure d'évaluation qui sera décrite ci-après est générale et applicable à tout type de système de fibres. La propagation du champ optique à travers les fibres intra-cavités en présence de la susceptibilité Raman peut

être modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL) de la forme suivante [45, 117] :

$$\psi_z + \frac{i\beta_{2k}}{2}\psi_{tt} = i(1 - \rho)\gamma_k|\psi|^2\psi + \frac{g(z, P_{av})}{2}\psi - \frac{\alpha_k}{2}\psi + R[\psi], \quad (4.2)$$

où  $\psi$  représente le champ électrique à l'instant  $t$  et à la distance  $z$  au sein de la fibre.  $\beta_{2k}$ ,  $\alpha_k$  et  $\gamma_k$  représentent respectivement le coefficient de dispersion, d'atténuation, et de non linéarité, pour la fibre d'indice  $k$  ( EDF ou SMF). Pour la fibre passive (SMF),  $g = 0$ , alors que pour la fibre active (EDF)  $g$  est un coefficient de gain, qui est calculé à la fréquence du signal, en fonction de la distance de propagation  $z$  et de la puissance moyenne  $P_{av}$  à l'entrée de la fibre EDF. La valeur de  $P_{av}$  est liée à l'énergie totale de champ  $E$ , comme suit :  $P_{av}(z) \equiv \frac{E(z)}{\tau_{RT}} = \frac{1}{\tau_{RT}} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z)|^2 dt$ , où  $\tau_{RT}$  désigne le temps d'un aller-retour de la cavité. Ici, nous considérons une fibre EDF standard pompée à  $980nm$ , dans laquelle la pompe et le signal se propagent régime monomode. La dynamique de puissance le long de la fibre est calculée dans la section 3.2.1.

### 4.2.1 Equations d'évolution des coordonnées collectives d'une impulsion

Il est possible, à partir de l'ESNLG (4.2), d'obtenir un jeu d'équations différentielles ordinaires qui modélise l'évolution, dans les fibres optiques active et passive de la cavité, des paramètres d'une impulsion isolée (largeur temporelle, fréquence, chirp, puissance crête, etc...). De telles équations permettent d'explicitier l'influence de l'effet Raman sur chacun des paramètres de l'impulsion. En outre, l'une de ces équations régit l'évolution de la fréquence de l'impulsion et permet d'obtenir une démonstration analytique du phénomène d'auto-décalage de la fréquence de l'impulsion.

Ici, nous allons utiliser "l'approximation bare" de la théorie des coordonnées collectives [119, 74], qui consiste à négliger le champ résiduel  $q(z, t)$  qui doit être ajouté à la fonction Ansatz  $f$  pour que  $\psi(z, t) = f(x_1, x_2, \dots, x_N, t) + q(z, t)$  soit solution exacte de l'ESNL (4.2). Ici, les  $x_j$  représentent les paramètres fondamentaux de l'impulsion, et  $f$  est choisie de manière à représenter au mieux le profil exact de

l'impulsion. Nous allons choisir pour l'Ansatz un profil gaussien :

$$f = x_1 \exp \left[ -\frac{(t - x_2)^2}{x_3^2} + i\frac{x_4}{2}(t - x_2)^2 + ix_5(t - x_2) + ix_6 \right], \quad (4.3)$$

où  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4/(2\pi)$ ,  $x_5/(2\pi)$  et  $x_6$  représentent respectivement l'amplitude, la position temporelle, la largeur temporelle, le chirp, la fréquence et la phase de l'impulsion. En appliquant la méthode des opérateurs de projection à l'ENSLG (4.2), nous obtenons un jeu d'équations différentielles ordinaires décrivant la dynamique des paramètres physiques de l'impulsion [74, 119] :

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2}\beta_2 x_1 x_4 - \frac{\alpha}{2}x_1 + x_1 \tilde{G} - x_1 \left(x_5^2 + \frac{2}{x_3}\right) K_1 \quad (4.4a)$$

$$\dot{x}_2 = -\beta_2 x_5 - x_4 x_3^2 x_5 K_1 \quad (4.4b)$$

$$\dot{x}_3 = -\beta_2 x_3 x_4 + \left(\frac{2}{x_3} - \frac{1}{2}x_3^3 x_4^2\right) K_1 \quad (4.4c)$$

$$\dot{x}_4 = \left(x_4^2 - \frac{4}{x_3^4}\right) \beta_2 - \frac{\sqrt{2}x_1^2}{x_3^2} \gamma - \frac{8x_4 K_1}{x_3^2} \quad (4.4d)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{\sqrt{2}\gamma_r x_1^2}{x_3^2} - \left(\frac{4}{x_3^2} + x_3^2 x_4^2\right) x_5 K_1 \quad (4.4e)$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{1}{2}\left(x_5^2 - \frac{2}{x_3^2}\right) \beta_2 + \frac{5\sqrt{2}x_1^2}{8} \gamma + (1 - x_3^2 x_5^2) x_4 K_1 \quad (4.4f)$$

où  $\tilde{G} = \frac{g_0}{2(1+E(z)/E_{sat})}$  et  $K_1 = \frac{\tilde{G}}{\Omega_g^2}$ ,  $\gamma_r = \rho f_r$ . Les considérations générales suivantes émergent des équations (4.4) :

Malgré sa nature approximative, le système d'équations différentielles ordinaire (4.4), appelées "équations variationnelles", permet de comprendre le mode d'action des différents phénomènes de propagation sur l'impulsion. Ainsi, l'inspection de ces équations variationnelles fait ressortir les points suivants :

(i) Du fait de l'étroitesse de la largeur spectrale de l'impulsion vis-à-vis de la largeur du spectre Raman, la diffusion Raman n'apporte qu'un seul terme dans les équations variationnelles. Il s'agit du premier terme dans le membre de droite de l'équation (4.4e), qui est proportionnel au coefficient  $\gamma_r$ . Ainsi donc, les équations montrent que la diffusion Raman n'agit directement que sur la fréquence de l'impulsion. Ce phénomène est bien connu comme étant le phénomène d'auto-glissement de fréquence du soliton [120]. Cela signifie que, si la diffusion Raman agissait toute seule, à l'absence de tout autre phénomène, son effet se traduirait simplement par un

glissement continu de la fréquence centrale de l'impulsion, i.e., un glissement continu de l'ensemble du spectre de l'impulsion vers les basses fréquences. Il se trouve que dans notre cavité, la diffusion Raman n'agit pas toute seule. En effet, en plus des termes relatifs aux effets dispersifs et non linéaires présents dans la cavité, on peut clairement identifier dans les équations (4.4) les termes liés au profil spectral de la courbe de gain du milieu amplificateur. On peut observer que ces termes, qui sont proportionnels au paramètre  $K_1$ , ont une action directe sur tous les paramètres de l'impulsion. En particulier, on peut observer au second membre de l'équation (4.4e) que le terme de filtrage spectral (proportionnel à  $K_1$  et à  $x_5$ ) agit dans le sens inverse du terme Raman. Plus généralement, le terme de filtrage agit en sens inverse de toute dérive en fréquence, aussi bien dans le cas  $x_5 < 0$  que  $x_5 > 0$ . Au final, la diffusion Raman ne provoque qu'une dérive en fréquence très limitée, car son action est contrebalancée par l'effet du filtrage induit par la courbe de gain. D'autre part, bien que les équations variationnelles (4.4) aient été obtenues pour une courbe de gain à profil parabolique, ces équations correspondent à l'approximation de premier ordre des équations variationnelles pour les autres types de courbe de gain. Autrement dit, qualitativement, les comportements qui viennent d'être décrits sont applicables aux autres profils de courbe de gain, mais avec une ampleur qui dépendra de la forme précise de la courbe de gain. Par ailleurs, un autre point important réside dans les effets combinés de la diffusion Raman et du filtrage induit par la courbe de gain. Au premier ordre, l'importance de l'effet Raman dépend du rapport  $(x_1/x_3)^2$ , qui fait intervenir l'amplitude de l'impulsion  $x_1$  et sa largeur  $x_3$ . Comme la courbe de gain affecte ces deux paramètres [voir Eq.(4.4a) et (4.4b)], il est donc clair que la forme de la courbe de gain a un effet indirect sur l'importance de l'effet Raman. Le résultat final de l'action combinée de ces deux effets est difficile à prédire par une analyse purement visuelle des équations variationnelles. Dans ce qui suit, nous passons à l'analyse de résultats basée sur les solutions de l'ESNLG.

## 4.3 Résultats et discussions

Nous avons examiné l'impact de la DR (diffusion Raman) dans la structuration des états stables de la cavité, pour différentes tailles de largeur du filtre passe bande (BPF), sur une gamme de puissance de pompe du milieu à gain allant de 5.5 mW à 12 mW. Nous avons systématiquement effectué deux séries de simulations numériques. Dans la première série, l'ESNLG (4.2) est résolue sans le terme Raman (c'est-à-dire en posant  $\rho = 0$ ). Dans la deuxième série de simulations, nous incluons la DR ( $\rho = 0.18$ ). Pour obtenir les régions de paramètres qui donnent lieu à une dynamique multi-impulsions, nous avons commencé par déterminer le seuil de blocage de modes, c'est-à-dire la puissance de pompe la plus basse ( $P_p^0$ ) qui donne lieu à une impulsion unique dans la cavité. Ensuite, nous avons progressivement augmenté la puissance de pompe  $P_p^0$ , jusqu'à entrer dans le régime multi-impulsions. Pour avoir une vue claire de la façon dont l'état stable évolue avec une augmentation progressive de la puissance de pompage désignée ci-après par  $P_p$ , nous avons utilisé une méthode de caractérisation des impulsions lumineuses, appelée *méthode des Moments* [78, 109], qui permet de déterminer de façon relativement fiable les principaux paramètres de chaque impulsion générée par le laser [une fois que le champ d'impulsion  $\psi$  est obtenu en résolvant numériquement l'équation de propagation]. Nous avons obtenu des résultats qualitativement différents selon la taille de la largeur du BPF. Pour plus de clarté, nous présentons dans ce qui suit les différents cas séparément.

### 4.3.1 Cavité avec une largeur de BPF $\Delta\nu_0 = 5nm$ (0.624 THz)

La figure. 4.2 montre l'évolution des paramètres des états stables en fonction de la puissance de pompe, que nous avons obtenue pour un BPF de bande passante  $\Delta\nu_0 = 5nm$ . Nous avons déterminé les paramètres de l'impulsion à l'aide de la méthode des moments [121]. Les courbes en trait plein indiquent les résultats des simulations incluant l'effet Raman, tandis que les petites croix indiquent les résultats des simulations sans effet Raman. Il devrait être noté sur les figure 4.2 que dans la plage de puissance de pompe considérée, à certaines puissances critiques, les paramètres

d'impulsion exécutent de grands sauts. Ces puissance critiques ont été identifiées récemment comme étant des points de fragmentation, c'est-à-dire des puissances de pompe où l'état stable se fragmente et se restructure de manière à changer le nombre d'impulsions dans la cavité [121].

On peut clairement observer sur les figure 4.2 que sur la plage de puissance considérée, une cascade de processus de fragmentation se produit, augmentant finalement le nombre d'impulsions dans la cavité de un à quatre. Mais le point le plus frappant des figure 4.2 est que les résultats des simulations avec DR et sans DR coïncident. Cela indique que dans la cavité équipée d'un BPF de largeur 5nm, la DR a un effet négligeable. Ici, l'inaction de la DR est due en partie à un niveau de puissance de pompe relativement faible et à une largeur spectrale d'impulsion ( $0.44THz$ ) trop faible par rapport à la largeur de la bande de gain Raman ( $\sim 30THz$ ).

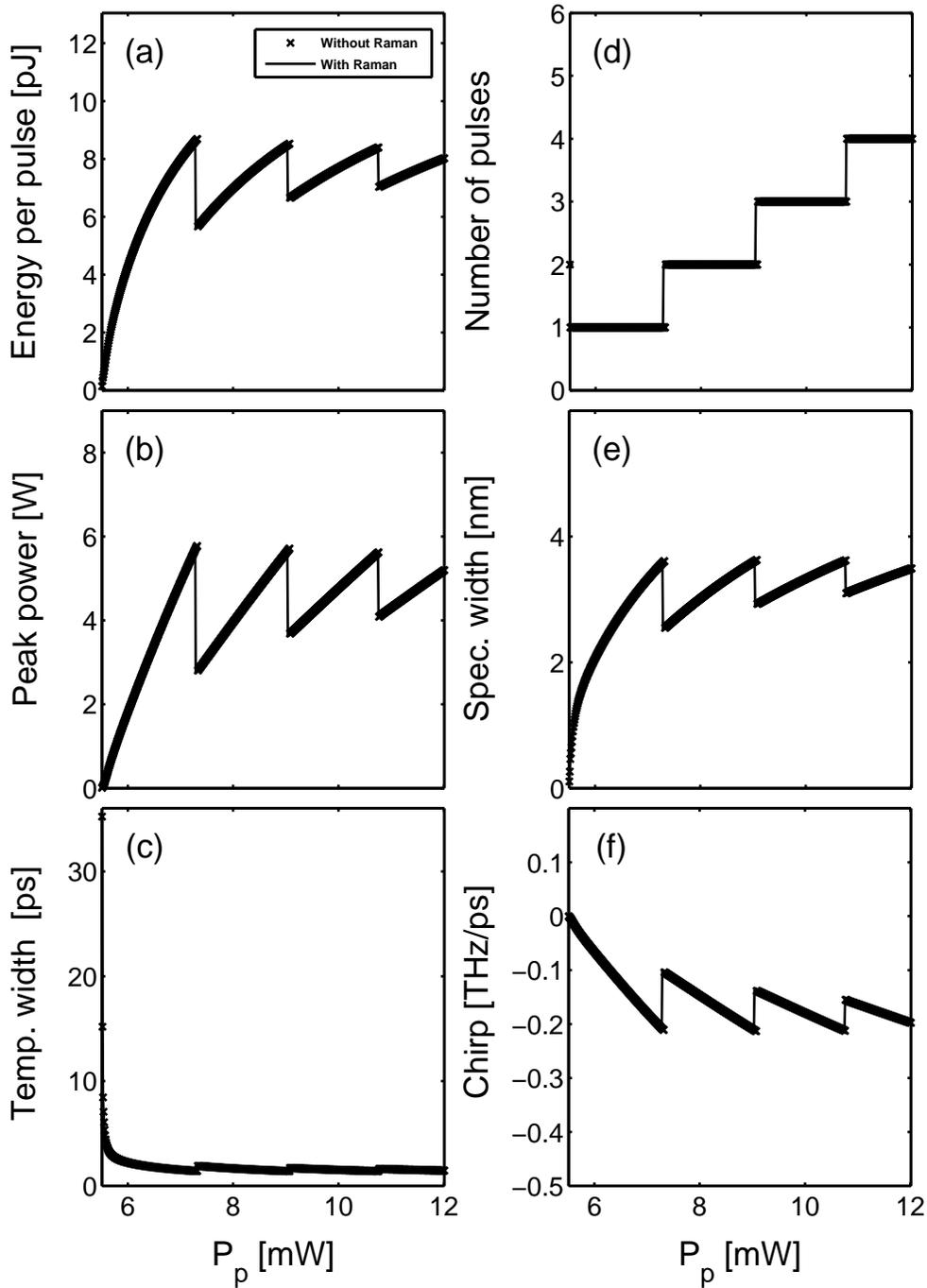


FIGURE 4.2 Evolution des paramètres d'impulsion en fonction de la puissance de pompe  $P_p$ , pour une cavité avec un BPF de bande passante  $\Delta\nu_0 = 5nm$ . (a) Energie par impulsion, (b) Puissance crête d'impulsion, (c) Largeur temporelle (FWHM), (d) Nombre d'impulsions, (e) Largeur spectrale, (f) Chirp.

### 4.3.2 Cavité avec $\Delta\nu_0 = 10nm$

Nous avons effectué les mêmes simulations que dans le cas des figure 4.2, mais avec une cavité équipée d'un BPF de largeur  $\Delta\nu_0 = 10nm$ . Les résultats sont visibles sur les figures 4.3, qui montrent que DR n'a pas d'effet appréciable à faible puissance de pompage. Cependant, une inspection attentive des figures 4.3 révèle que la DR commence à avoir un effet significatif à partir de la puissance de pompe de 9.57 mW, qui est la puissance de pompe qui provoque le quatrième processus de fragmentation, comme le montrent les figures 4.3 (d). Au-delà de cette puissance, les domaines d'existence des différents états à plusieurs impulsions sont nécessairement modifiés par la DR. Plus généralement, dans la simulation sans DR, l'augmentation progressive de la puissance de pompe sur la plage de puissance considérée, conduit à un total de cinq processus de fragmentation [voir figure 4.3(d)], alors que la simulation avec DR affiche six fragmentations. Il est alors clair dans les figures 4.3 que la DR provoque des décalages de frontières entre les différentes régions multi-impulsions, ce qui a un impact sur la cartographie des états stables de ce type de lasers à fibre.

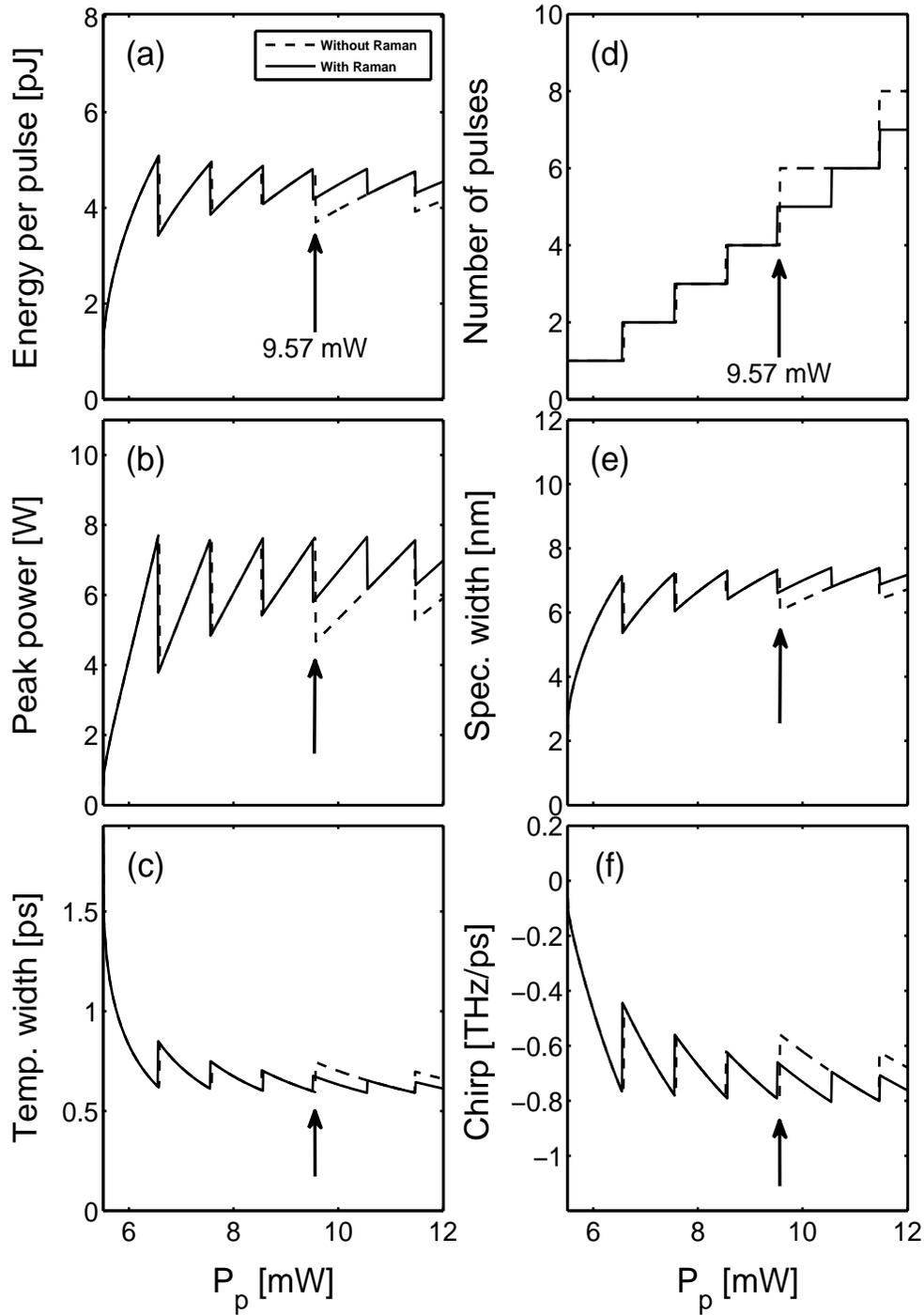


FIGURE 4.3 Evolution des paramètres d'impulsion en fonction de la puissance de pompe  $P_p$ , pour une cavité avec un BPF de bande passante  $\Delta\nu_0 = 10\text{nm}$ . (a) Energie par impulsion, (b) Puissance crête d'impulsion, (c) Largeur temporelle (FWHM), (d) Nombre d'impulsions, (e) Largeur spectrale, (f) Chirp.

Un aperçu encore plus clair de l'impact de la DR est obtenu en observant simplement le profil temporel des impulsions générées pour différentes puissances de pompe. Les figures 4.4 (a1)-(a2), 4.4 (b1)-(b2) et 4.4 (c1)-(c2), qui montrent les profils temporels des états stables dans la région de basse puissance de pompe ( $P_p \leq 8.60mW$ ), ne révèlent aucun impact de DR. Inversement, les figures 4.4 (d1)-(d2), obtenues pour  $P_p = 9.57mW$ , montre un effet spectaculaire de la DR. En effet, la simulation sans DR prédit un état stable avec six impulsions dans la cavité [figure 4.4(d1)], alors que la simulation prenant en compte la DR conduit à un état stable avec cinq impulsions [figure 4.4(d2)]. Il existe également une différence similaire entre le nombre d'impulsions générées pour la puissance  $P_p = 11.64mW$ , comme illustré sur les figures 4.4(f1) et 4.4(f2).

Ainsi, les résultats exposés dans les figures 4.3 et 4.4 démontrent clairement un impact considérable de la DR sur la cartographie des états multi-impulsions, qualitativement et quantitativement. Cependant, un si fort impact de la DR est encore surprenant, étant donné le très faible niveau du gain Raman sur la largeur du BPF (c'est-à-dire 1.248THz). Pour interpréter facilement ces résultats, il est important de garder à l'esprit que les deux conditions majeures qui favorisent l'apparition de la DR et renforce son impact sur les impulsions lumineuses, sont les suivantes : largeur spectrale d'impulsion relativement grande et puissance crête élevée [117, 120, 122]. Dans ce contexte, un examen attentif de l'évolution de la puissance crête et de la largeur spectrale sur les figures 4.3 (e), montre que ces deux paramètres varient avec la puissance de pompe et atteignant leurs valeurs maximales juste avant les points de fragmentation. En d'autres termes, dans cette cavité laser, l'impact de la DR n'augmente pas linéairement avec la puissance de pompage du milieu de gain. Son impact est donc plus élevé dans le voisinage immédiat des points de fragmentation, c'est-à-dire dans les zones frontalières des différents états multi-impulsions. D'autre part, la cavité considérée ici, constituée de deux types de fibres (SMF et EDF) avec des coefficients de dispersion de signes différents conduisant à une dynamique interne, on peut poser la question de savoir si les effets Raman mis en évidence ci-dessus, sont générés principalement dans l'une des deux fibres, ou dans les deux fibres. Pour répondre à cette question, nous avons pensé qu'il serait utile d'avoir une vue d'en-

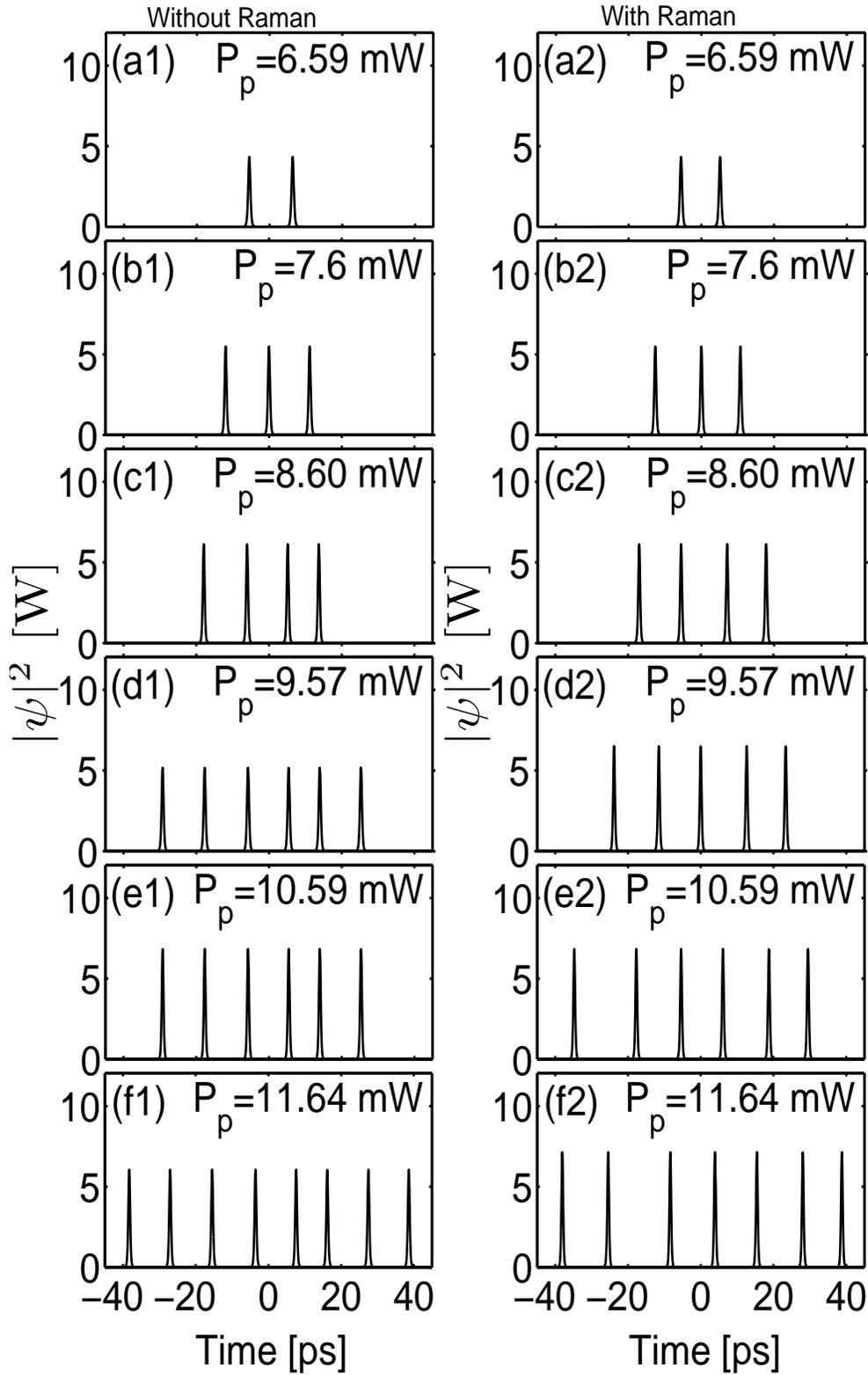


FIGURE 4.4 Les profils temporels des états stables à l'entrée du EDF, pour différentes valeurs de  $P_p$ .

semble de l'évolution des paramètres d'impulsion au cours d'un tour de la cavité, pour la puissance de pompe  $P_p = 9.57mW$ , qui correspond au quatrième point de fragmentation de la figure 4.3 (d). Les résultats de cette simulation sont représentés sur les figures 4.5, qui révèlent une forte dynamique interne de tous les principaux paramètres de l'impulsion. En particulier, nous observons dans les figures 4.5 (a) et 4.5 (b), que la puissance crête de l'impulsion et sa largeur spectrale augmentent considérablement jusqu'à la sortie de la fibre EDF, juste avant le passage à travers le BPF. Après avoir traversé le BPF, la largeur spectrale de l'impulsion diminue d'environ 20% (figure 4.5 (b)), tandis que la puissance crête ne baisse que légèrement avant de recommencer à croître dans la SMF. Ainsi, les figures 4.5 (a) et 4.5 (b) révèlent que l'action la plus forte de DR a lieu dans la seconde moitié de l'EDF et sur toute la longueur de la fibre SMF (où la puissance crête de l'impulsion atteint ses plus haut niveaux). Ainsi, le phénomène de respiration induit par l'alternance des signes des coefficients de dispersion des fibres EDF et SMF permet à l'impulsion d'atteindre des puissances crête suffisamment élevées pour induire la DR. Par ailleurs, il est intéressant de noter dans les figures 4.5 (f) que la quantité  $E_{RF}$  est un terme issu de la théorie des coordonnées collectives [109], appelé *champ résiduel*, et  $E_0$  est l'énergie de l'impulsion à l'entrée de la fibre EDF. La quantité  $E_{RF}/E_0$  dans la figure 4.5 (f), sert à mesurer la qualité de la caractérisation donnée par la méthode des moments [109]. La qualité de la caractérisation est encore meilleure lorsque la valeur de  $E_{RF}/E_0$  est faible.

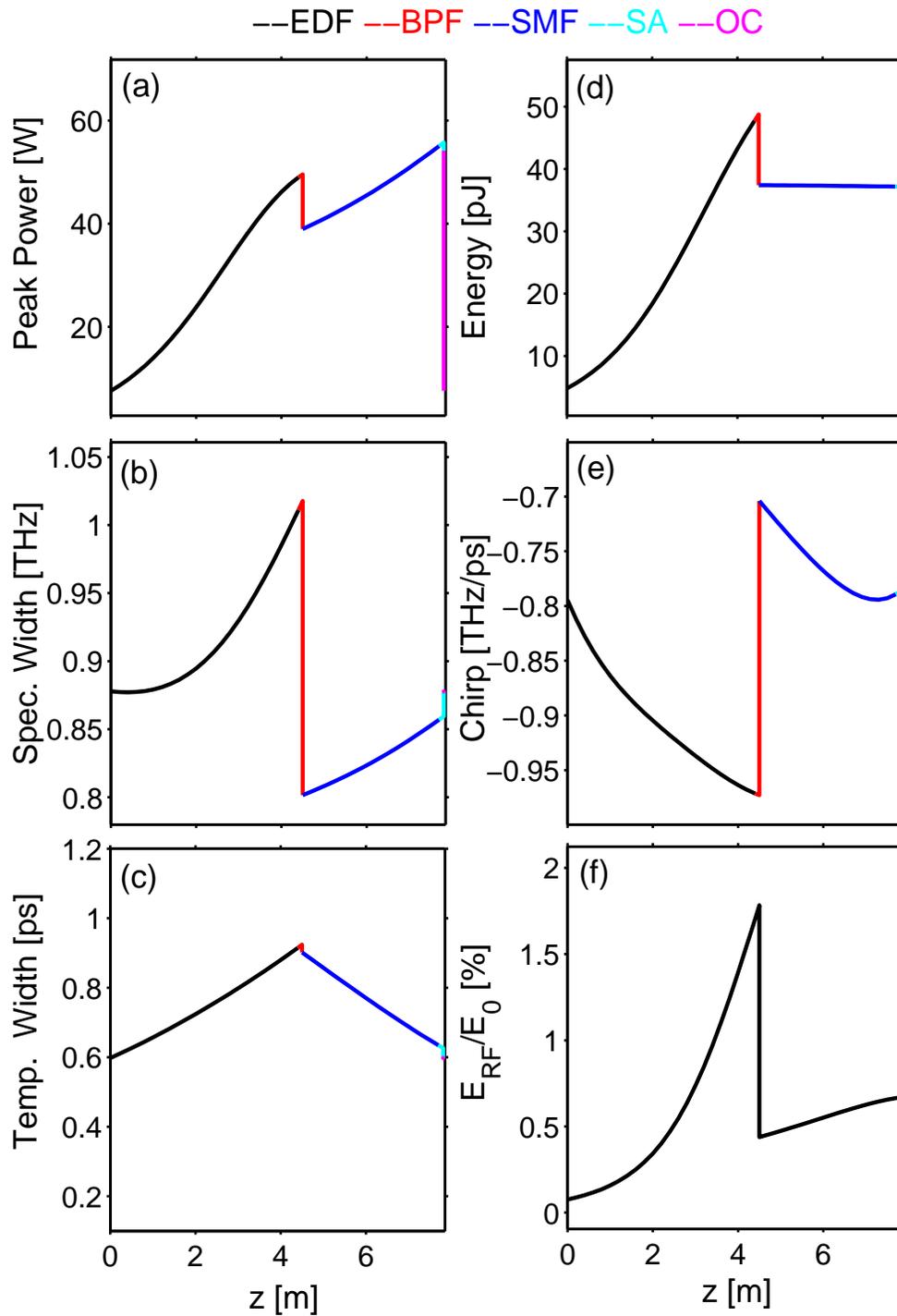


FIGURE 4.5 Evolution des paramètres d'impulsion sur un tour cavité. (a) : Puissance crête. (b) : Largeur Spectrale . (c) : Largeur temporelle (FWHM). (d) Energie d'impulsion. (e) : Chirp. (f) : Énergie de champ résiduel normalisée. Les différentes couleurs reflètent les différents segments de fibre présents dans la cavité.

### 4.3.3 Cavity avec filtre passe bande de largeur $\Delta\nu_0 = 25nm$

Nous avons constaté que la DR n'a pas d'effet appréciable dans une cavité équipée d'un BPF de largeur 5nm [voir les figures 4.2], et que son impact devient clairement appréciable pour une largeur de filtre de 10 nm [voir les figures 4.3]. Cela suggère qu'un filtre de grande largeur permettrait de générer des impulsions de grande largeur spectrale, plus susceptibles de présenter des effets de DR. Pour confirmer cette observation, nous avons effectué des simulations semblables à celles des figures 4.2 et 4.3, mais avec  $\Delta\nu_0 = 25nm$ . Les résultats sont représentés dans les figures 4.6, qui confirment remarquablement un impact plus fort de la DR pour  $\Delta\nu_0 = 25nm$ . En effet, pour  $\Delta\nu_0 = 10nm$ , l'impact de la DR commence à se manifester de manière spectaculaire à partir d'une puissance de pompe d'environ  $9.5mW$ , tandis que pour  $\Delta\nu_0 = 25nm$ , le niveau de puissance baisse à  $\sim 7mW$ . Les résultats des figures 4.6 confirment également que l'impact de la RS est exacerbé aux points de fragmentation.

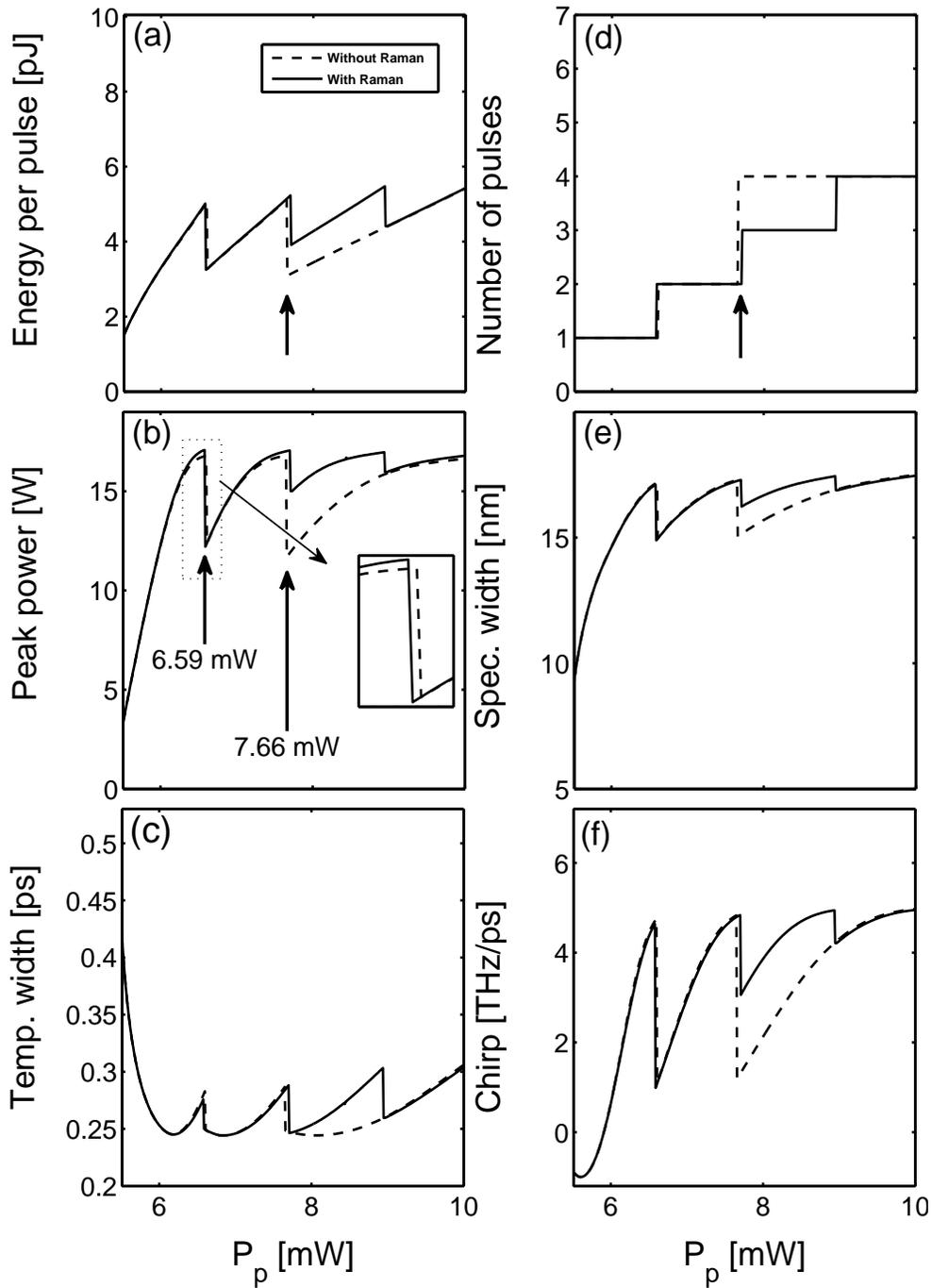


FIGURE 4.6 Evolution des paramètres d'impulsion en fonction de la puissance de la pompe  $P_p$ , pour une cavité avec  $\Delta\nu_0 = 25\text{nm}$ . (a) Energie par impulsion, (b) Puissance crête d'impulsion, (c) Largeur temporelle (FWHM), (d) Nombre d'impulsions, (e) Largeur spectrale, (f) Chirp.

## 4.4 Conclusion

Les lasers à fibre à gestion de dispersion ont des dynamiques très riches, de sorte qu'il est souvent difficile d'évaluer l'impact réel des différents phénomènes de propagation impliqués dans ces lasers. Dans ce chapitre, nous avons montré que la diffusion Raman, qui a été systématiquement négligée dans l'analyse de la dynamique des lasers à fibre à modes bloqués générant des impulsions de largeurs spectrales beaucoup plus petites que la bande de gain Raman des fibres de silice, peut avoir un impact significatif sur la structuration des états stables du laser. Nous avons démontré que la DR peut modifier de manière significative la cartographie des états multi-impulsions, mais son impact sur la dynamique du laser n'augmente pas linéairement avec la puissance de la pompe. Son impact apparaît clairement uniquement au voisinage immédiat des points de fragmentation, c'est-à-dire dans les zones frontalières entre les différents états multi-impulsions. Par conséquent, les frontières entre les zones de stabilité des états multi-impulsions sont, soit déplacées, ou supprimées. Nous avons constaté que cet impact de la DR ne résulte pas de son action exclusive, mais plutôt de l'action combinée de la DR et du filtrage induit par la courbe de gain du milieu amplificateur, ou un filtre passe bande. Nous avons montré que l'impact de la DR est d'autant plus prononcé que la largeur de BPF intra-cavité est grande. Ainsi, le présent travail montre que la DR ne peut pas être systématiquement ignoré dans l'analyse et l'interprétation du comportement dynamique des impulsions lumineuses dans les lasers à fibre à gestion de dispersion. Dans de telles cavités, même lorsque la largeur spectrale du filtrage intra-cavité est beaucoup plus petite que la largeur spectrale du gain Raman, la dynamique interne induite par la gestion de la dispersion permet à l'impulsion d'atteindre, dans certaines parties de la cavité une puissance crête et des largeurs spectrales suffisamment élevée pour déclencher des effets de DR.



# Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté une synthèse de nos travaux sur l'application de la méthode des coordonnées collectives à l'analyse et l'optimisation de la dynamique des lasers à fibre à modes bloqués.

Parmi les principaux résultats que nous avons obtenus, figure l'élaboration d'un outil de traitement théorique de ce type de cavité laser, auquel nous faisons référence comme étant l'ACCD (approche des coordonnées collectives dynamiques). L'originalité de cette approche, comparée à l'approche numérique conventionnelle, est qu'elle fait d'une pierre deux coups, en fusionnant dans le même ensemble, deux outils bien distincts du traitement théorique conventionnel des lasers à fibre, à savoir : l'outil de **modélisation et simulation** de la propagation du champ intra-cavité, et l'outil de **caractérisation** des impulsions générées au sein de la cavité. L'idée fondamentale dans l'ACCD est de transformer le problème de la dynamique d'une cavité laser décrite par un champ intra-cavité  $\psi$  (qui théoriquement met en jeu une infinité de degrés de liberté d'évolution), en le ramenant au problème de la dynamique d'un système mécanique beaucoup plus simple, ne comportant que quelques degrés de liberté auxquels on associe des coordonnées qualifiées de **coordonnées collectives**. La première conséquence pratique de cette idée est que :

- L'équation aux dérivées partielles, qui décrit la propagation des champs dans les fibres passive et active de la cavité est remplacée par un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre, décrivant l'évolution des coordonnées collectives au cours de la propagation ;
- Les fonctions de transfert du champ à travers les composants localisés en des points

précis de la cavité (coupleur, absorbant saturable, ..), sont remplacées par des relations entre les coordonnées collectives d'entrée et de sortie du composant. La seconde conséquence pratique de l'ACCD est la suivante : le deuxième volet du traitement théorique conventionnel des lasers à fibre, dédié à la caractérisation des états stables de la cavité, est rendu inutile par le fait que l'ACCD est intrinsèquement une procédure de caractérisation. Il découle de ces deux conséquences pratiques, une réduction (de plusieurs ordres de grandeur) du volume des opérations de calcul et des temps de calculs nécessaires pour le traitement complet d'un problème, en partant de la recherche de l'état stable jusqu'à la caractérisation complète des impulsions générées. L'ACCD est donc un outil théorique qui permet de réaliser des gains de performance substantiels dans des opérations de recherche et caractérisation des états stables des cavités laser fibrées.

D'autre part, dans cette thèse, nous avons mis en place une variante de l'ACCD, qui, à la différence de l'ACCD, utilise le champ intra-cavité  $\psi$  pour extraire les coordonnées collectives des impulsions générées. Il s'agit de l'approche de **minimisation du champ résiduel** (AMCR). Cette approche utilise, comme l'ACCD, un Ansatz gaussien  $f$  pour introduire les coordonnées collectives dans le problème. Ensuite, la méthode applique une contrainte sur les coordonnées collectives afin de minimiser l'énergie du champ résiduel  $q = \psi - f$ . Autrement dit, l'AMCR force les coordonnées collectives à déformer l' Ansatz  $f$  afin qu'il ajuste au mieux au champ intra-cavité. La finalité cette méthode n'est pas la recherche d'un gain de performance en termes de temps de calcul, mais plutôt dans la recherche d'un gain de qualité (fiabilité et de précision) dans la caractérisation des impulsions générées par le laser. En effet, la principale faiblesse de l'ACCD est liée à l'hypothèse sur laquelle repose cette méthode, à savoir, l'approximation que le profil exact du champ intra-cavité est une gaussienne chirpée. Or nous avons vu dans ce mémoire que les états stables ont des profils temporels/spectraux extrêmement variés selon le jeu de paramètres considéré. Les états stables dotés d'un profil très distordu par rapport à un profil gaussien, ne peuvent être traités par l'ACCD que qualitativement. L'AMCR, qui palie cette insuffisance de l'ACCD, a été utilisée dans ce mémoire pour mettre en évidence des effets majeurs induits par certains phénomènes qui étaient jusqu'à présent largement

sous-estimés dans les travaux antérieurs sur les lasers à fibre. Nous nous sommes focalisés sur deux de ces phénomènes, qui sont : le filtrage induit par le FPB (filter passe bande), et la diffusion Raman. Nos travaux ont abouti à plusieurs résultats qui vont à l'encontre de certaines idées largement répandues sur le comportement des lasers à fibre à modes bloqués.

- En effet, nous avons montré que FPB joue un rôle majeur en imposant une limite stricte à l'élargissement spectral des impulsions, de sorte que le passage de cette limite entraîne généralement une instabilité qui entraîne l'augmentation du nombre d'impulsions circulant dans la cavité. Nous avons montré qu'en insérant un FPB à largeur accordable, on peut avoir un contrôle des domaines multi-impulsions stables. Ce contrôle des états stables à une impulsions et multi-impulsions, ouvre la voie à diverses applications, telles que la manipulation de structures lumineuses de profils spécifiques, telle, que celles utilisées pour les formats de modulation binaire dans les systèmes de télécommunication, les molécules de soliton proposées pour les formats de modulation multi-niveaux [33, 34].

Enfin, nous avons examiné la diffusion Raman, qui a toujours été considérée comme un effet négligeable lorsque la largeur de bande de gain du milieu amplificateur ne représente qu'une petite fraction de la bande de gain Raman ( $\sim 40$  THz). Nous avons considéré une cavité où la largeur spectrale du champ lumineux (3.12 THz) est d'un ordre de grandeur plus petite que la largeur de bande du gain Raman, et nous avons montré que la diffusion Raman à elle seule ne joue qu'un rôle mineur dans la dynamique de ces lasers, mais que son action combinée avec le filtrage induit par un FPB, conduit à des effets remarquables. Nous avons montré que l'impact de la DR est d'autant plus marqué que la bande passante du filtrage FPB est grande. En effet, à partir d'un certain niveau de la puissance de pompe, la DR commence à se manifester, mais son impact n'apparaît clairement qu'au voisinage immédiat des points de fragmentation, c'est-à-dire dans les zones frontalières entre les différents états multi-impulsions. En conséquence, les frontières entre les zones de stabilité des états multi-impulsions sont décalées ou supprimées.

Ainsi, nos résultats prouvent que la diffusion Raman n'est pas un effet que l'on peut systématiquement négliger dans l'analyse du comportement dynamique des la-

sers à fibre à modes bloqués fonctionnant sur de petites bandes spectrales (en comparaison avec la bande de gain Raman d'une fibre de silice). L'ensemble des travaux réalisés dans ce mémoire montre que l'approche des coordonnées collectives, qui fut d'abord développée dans le domaine de la physique du solide [123, 124] avant d'être étendue aux autres domaines de la physique, peut aussi être d'une grande utilité dans le traitement théorique des lasers à fibres (modélisation, simulations numériques, et caractérisation). Les perspectives que laissent entrevoir les travaux de ce mémoire sont multiples. Dans le prolongement direct de l'étude réalisée au quatrième chapitre, nous envisageons d'utiliser les méthodes de coordonnées collectives de cette thèse (ACCD, AMCR) pour examiner l'impact de la dispersion d'ordre 3 sur le comportement dynamique du laser. En effet, dans les travaux de cette thèse nous n'avons pas inclus les pentes de dispersion des fibre dans nos simulations. Pourtant des travaux antérieurs sur les lignes de transmission à ultra-haut débit utilisant un format de modulation d'amplitude à des débits de l'ordre 160Gb/s par canal, ont montré que la dispersion d'ordre 3, lorsqu'elle n'est pas compensée, a un effet absolument néfaste sur la qualité et la stabilité des impulsions. Dès lors, on se demande si la non compensation de la dispersion d'ordre 3 peut avoir un impact significatif sur la dynamique des lasers à fibre à gestion de dispersion ? Nous envisageons donc d'examiner cette question.

A plus court terme, les outils théoriques développés dans cette thèse (ACCD, AMCR), vont être mis à profit dans un projet de recherche actuellement en cours au laboratoire, dont la finalité est le développement d'un laser à fibre capable de générer des trains d'impulsions ultra brèves, et de sculpter sur mesure leur profil d'intensité. L'originalité d'un tel dispositif réside dans sa polyvalence, car ce projet vise à réunir dans une même entité deux grandes fonctions optiques qui ont été jusqu'à présent développées séparément et commercialisées en tant que dispositifs distincts, à savoir : la génération de trains d'impulsions et le traitement optique du signal. Ce projet vise à développer un laser à fibre à modes bloqués à figure en huit. Ce type de cavité fibrée, tire son nom de la forme de la cavité composée de deux anneaux de fibres dont l'un des deux sera un miroir non-linéaire en boucle de type NOLM (Nonlinear Optical Loop Mirror). L'utilisation d'un NOLM dans la cavité laser permettra de se

passer de l'absorbant saturable. Ce laser se distinguera de la configuration considérée dans le présent mémoire, par sa fonctionnalité de traitement (in-situ) de la forme du signal à l'aide du NOLM. L'un des éléments clé de ce laser sera donc le NOLM, qui assurera à lui seul deux fonctions essentielles habituellement réalisées séparément, à savoir, la fonction usuelle d'un **absorbant saturable**, (qui est de, déclencher le régime de blocage de modes et assurer le maintien du laser dans ce régime). Dès que le blocage de mode sera atteint, le NOLM assurera une partie de la fonction de **traitement du signal**, autour du premier point fixe de sa fonction de transfert. Plus précisément, le NOLM participera à la sculpture du profil de l'impulsion, en stabilisant sa puissance crête et sa largeur temporelle au voisinage d'un jeu de valeurs spécifiées à l'avance.



## Calcul du bruit généré par l'amplificateur

Dans cette annexe, nous détaillons la procédure que nous avons utilisée pour prendre en compte le bruit d'émission spontané généré par le milieu à gain. La procédure comporte deux étapes, décrites ci-après.

### A.1 Calcul du gain généré par l'amplificateur

Lors de son passage à travers la fibre active, le champ intra-cavité  $U$  est amplifié avec un gain  $G$ , tel que :

$$U_S = U_E \sqrt{G}, \tag{A.1}$$

où  $G$  représente le gain en puissance,  $U_E$  et  $U_S$  représentent respectivement le champ à l'entrée et à la sortie de la fibre active. Autrement dit, la connaissance des champs  $U_E$  et  $U_S$  (obtenus en résolvant numériquement l'ESNLG) nous permet de calculer  $G$  de la manière suivante : nous calculons les énergies de champ juste avant, et juste après la fibre active :

$$E_E = \int |U_E|^2 dt, \quad E_S = \int |U_S|^2 dt, \tag{A.2}$$

Le gain s'obtient alors par :

$$G = \frac{E_S}{E_E} \tag{A.3}$$

L'ajout du bruit (dont le calcul est détaillé dans la section A.2) se fait sur le spectre en amplitude :

$$V(f) = fft(U) \quad (A.4)$$

$$V(f) = V(f) + bruit \quad (A.5)$$

$$U(t) = ifft(V) \quad (A.6)$$

## A.2 Calcul du bruit généré par l'amplificateur

Un amplificateur de largeur de bande  $B$  émet un bruit de puissance moyenne (en J/s) :

$$P_b = h\nu n_{sp}(G - 1)B \quad (A.7)$$

avec :

- $h = 6.6231 \cdot 10^{-34}$  : constante de Planck
- $\nu = c/\lambda$  : fréquence de la porteuse en Hz
- $n_{sp}$  : coefficient d'émission spontanée
- $G$  : gain en puissance

Pour une fenêtre temporelle  $\Delta t$  (en s), l'énergie (en J) du bruit est :

$$E_b = P_b \times \Delta t \quad (A.8)$$

Pour calculer la valeur moyenne  $P_f$  (en J/Hz) du bruit à rajouter dans l'espace des fréquences, il suffit d'appliquer le théorème de Parseval :

$$E_b = P_b \times \Delta t = P_f \times \Delta f \quad (A.9)$$

où  $\Delta f$  est la fenêtre fréquentielle (en Hz). On en déduit :

$$P_f = h\nu n_{sp}(G - 1)\Delta t B / \Delta f \quad (A.10)$$

En général, la largeur de bande de l'amplificateur est égale à la fenêtre fréquentielle considérée de telle sorte que :

$$P_f = h \nu n_{sp} (G - 1) \Delta t \quad (\text{A.11})$$

Dans la simulation numérique, nous appliquons l'algorithme suivant :

→ Calcul de 2 variables aléatoires  $xr$  et  $xi$  (bruit blanc)

→ Création d'une variable complexe aléatoire ayant une distribution Gaussienne et une variance unité :

$$nois = \sqrt{-\ln(xr)} \exp(2\pi i xi) \quad (\text{A.12})$$

→ Calcul de la valeur moyenne du bruit (en J/Hz) :

$$dens = h \nu n_{sp} (G - 1) \Delta t 10^{-12} \quad (\text{A.13})$$

→ Calcul du bruit à rajouter sur le spectre en amplitude (en  $\sqrt{J/Hz}$ ) :

$$bruit = \sqrt{dens} \times nois \quad (\text{A.14})$$



## Liste des publications

### Articles relatifs à la thèse

1. M. Alsaleh, C. B. L. Mback, E. Tchomgo Felenou, P. Tchofo Dinda, Ph. Grelu, and K.Porsezian *Strengths and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked fiber lasers by means of collective coordinates*, J. Opt. 18,2016
2. M. ALSALEH, T. UTHAYAKUMAR, E. TCHOMGO FELENOU, P. TCHOFO DINDA, P. GRELU, AND K. PORSEZIAN *Pulse breaking through spectral filtering in dispersion-managed fiber lasers*, J. Opt Soc. Am B.,35 :276-283,2018
3. T. Uthayakumar<sup>1</sup>, M. Alsaleh, J. Igbonacho, E. Tchomgo Felenou<sup>1</sup>, P. T. Dinda, Ph. Grelu and K. Porsezian *Impact of Raman scattering on pulse dynamics in a fiber laser with narrow gain bandwidth*. J. Opt. 20 ,J. Opt. 20, 2040-8986,2018

### Conférences

4. M. Alsaleh, E. Tchomgo-Felenou, C. B. L. Mback, P. Tchofo-Dinda, and Ph. Grelu. *Collective coordinate approach for the dynamics of light pulses in fiber ring lasers*.Advanced Photonics ,OSA, NTh2A.5.pd, 2014.

- 
5. M. Alsaleh, C. B. L. Mback, E. Tchomgo-Felenou, P. Tchofo-Dinda and Ph. Grelu *Efficient semi analytical modeling of passive mode-locked laser*, CLEO/Europe-EQEC 2015
  
  6. M. Alsaleh, E. Tchomgo Felenou, C.B.L. Mback, P. Tchofo Dinda and P. Grelu *Etude de la dynamique des lasers à fibre à modes bloqués par l'approche des coordonnées collectives* Inscrition aux XVIème Journées Ecole Doctorale (JED) 2015
  
  7. M. Alsaleh, P. Tchofo Dinda, T. Uthayakumar, E. Tchomgo Felenou, Ph. Grelu *Impact de la diffusion Raman sur la dynamique multi-impulsionnelle dans un laser à fibre à gestion de la dispersion*, Bordeaux 2016

Strength and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked lasers by means of collective coordinates

This content has been downloaded from IOPscience. Please scroll down to see the full text.

View [the table of contents for this issue](#), or go to the [journal homepage](#) for more

Download details:

IP Address: 14.139.183.116

This content was downloaded on 20/05/2016 at 07:52

Please note that [terms and conditions apply](#).

# Strength and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked lasers by means of collective coordinates

M Alsaleh<sup>1</sup>, C B L Mback<sup>1</sup>, E Tchomgo Felenou<sup>1</sup>, P Tchofo Dinda<sup>1,3</sup>,  
Ph Grelu<sup>1</sup> and K Porsezian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, 9 Av. A. Savary, B.P. 47870, F-21078 Dijon Cedex, France

<sup>2</sup>Department of Physics, Pondicherry University, Pondicherry-605 014, India

E-mail: tchofo@u-bourgogne.fr

Received 9 January 2016, revised 17 March 2016

Accepted for publication 21 March 2016

Published 18 May 2016



CrossMark

## Abstract

We address the efficiency of theoretical tools used in the development and optimization of mode-locked fiber lasers. Our discussion is based on the practical case of modeling the dynamics of a dispersion-managed fiber laser. One conventional approach uses discrete propagation equations, followed by the analysis of the numerical results through a collective coordinate projection. We compare the latter with our dynamical collective coordinate approach (DCCA), which combines both modeling and analysis in a compact form. We show that for single pulse dynamics, the DCCA allows a much quicker solution mapping in the space of cavity parameters than the conventional approach, along with a good accuracy. We also discuss the weaknesses of the DCCA, in particular when multiple pulsing bifurcations occur.

Keywords: mode-locked fiber lasers, optical fiber, collective coordinate approach

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

## 1. Introduction

Mode-locked fiber lasers are highly appreciated for their ability to generate ultrashort pulses by using a limited number of fiber integrated, cost-effective optical components [1–6]. Although general distributed models, such as the Ginzburg–Landau equation, can be used to unveil universal pulse dynamics [4], the visualization of intracavity dynamics as well as the optimization of cavity parameters imply a more precise modeling of light dynamics in fiber lasers. The latter is commonly based on parameter-managed electric-field propagation equations that follow the succession of the active and passive fibers of the cavity, in addition to the transfer functions of the lumped cavity elements, such as saturable absorber (SA), coupler, and spectral filter [7–14].

In the absence of exact analytical solutions for the parameter-managed field propagation equations, modeling the

laser dynamics requires going through relatively lengthy numerical procedures that hampers an efficient survey of the parameter space needed to optimize the output pulses features (pulse energy, duration, bandwidth, etc). The drawback related to the cost of extensive numerical modeling had already been perceived by several authors, who suggested the use of a collective-coordinate approach (CCA) [8, 9, 11, 12].

The basic idea of a CCA is to reduce the dynamical behavior of a collective entity that has a generally complex structure and a very large number of degrees of freedom, to that of a simple mechanical system having only a few degrees of freedom [15–21]. One then associates to each degree of freedom of the equivalent mechanical system, a parameter called collective coordinate (CC), which is chosen to represent at best a major physical parameter of the collective entity. For example, in the case of mode-locked fiber lasers, the CCs are simply the parameters of the light pulse (energy, pulse width, chirp, etc) at a given cavity location. Technically, the idea of the CCA is to replace the field propagation equation,

<sup>3</sup> Author to whom any correspondence should be addressed.

which is a set of partial-differential equations (PDEs), by a set of first-order ordinary differential equations describing directly the spatial evolution of the pulse parameters. This approach has been widely used in various areas of physics. In solid-state physics, it has been widely used for the study of the dynamics of domain walls (kinks or anti-kinks) [15, 23]. In optics, the CCA was also used to characterize the internal dynamics of ultra-short pulses in fiber-optics transmission systems [16–19, 21], and could be extended to complex spatio-temporal soliton propagation [20].

Primarily, CCA was conceived as a tool of characterization of complex structures, which was applied subsequently to the full numerical solving of the PDEs. However, in many situations, the computation time required for solving numerically the field propagation equation and for mapping the system behavior, becomes so large that it is tempting to use the CCA as an alternative modeling tool. In this context, several previous works have used CCA to explore the dynamical behavior of light pulses in mode-locked fiber lasers [8, 9, 11, 12]. In the present study we address the question of using the CCA as a full-fledged tool for modeling the dynamics of passively mode-locked lasers. We point out that, compared to the simulation of transmission experiments with a given input, the prediction of short pulse cavity dynamics involves higher stakes. In the case of fiber-optics transmission lines, it was shown that although the initial pulse may undergo large internal distortions, it could still be mapped efficiently by a CCA. In contrast, within mode-locked fiber laser dynamics, complex bifurcations can take place, such as multiple pulsing, which are difficult to apprehend in low-dimensional approaches [22]. The virtually unlimited diversity of the self-organized dynamics of such dissipative nonlinear systems is in apparent contradiction to the practical necessity of defining a prototypical ansatz waveform.

In the present study, we show that the use of CCA requires utmost caution in the context of multiple pulse transition, and remains profitable only in the parameter region of stable single pulse states. Then, based on the cavity configuration taken for illustration, we address the problem of the approximate nature of the CCA and the question of its reliability, which was mostly overlooked in previous works [9, 11]. We show that, globally, when it is applied to single pulse stable dynamical domains, the CCA yields remarkably accurate results, and is very thrifty in computation times.

The paper is organized as follows. In section 2, we present the conventional approach for modeling mode-locked fiber lasers, which is a combination of full numerical modeling and analysis through CC projection. In section 3, we highlight the main steps that are needed to model the laser cavity by means of the CCA. Section 4 presents a comparative analysis of the results obtained by these two approaches, and we conclude in section 5.

## 2. Conventional numerical approach

We consider an all-fiber dispersion-managed cavity, which is quite similar to the fiber laser setups investigated in previous

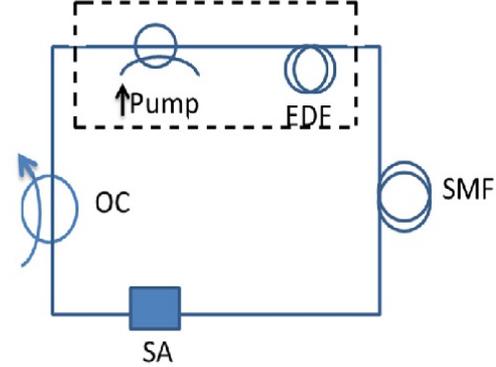


Figure 1. Schematic representation of the laser cavity.

works [11, 12, 24]. The layout of the cavity is schematically represented in figure 1. The amplifier medium consists of an erbium doped fiber (EDF) that features normal chromatic dispersion at the central operating wavelength of 1.55  $\mu\text{m}$ . The cavity contains a length of single mode, anomalously dispersive, passive fiber (SMF). A lumped SA is inserted in the cavity to enable mode locking, and an output coupler (OC) is used to extract a fraction of the laser signal.

### 2.1. Modeling of the propagation of the intra-cavity field

2.1.1. *Propagation in the fiber system.* One of the key elements of mode-locked fiber lasers is the intracavity fiber system, made up of an active fiber and one or several passive fibers. The scalar pulse propagation in such fibers can be described in a realistic way by means of the following generalized nonlinear Schrödinger equation (GNLSE):

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} \psi = i \gamma |\psi|^2 \psi + \frac{g_0/2}{(1 + E(z)/E_{\text{sat}})} \left( 1 + \frac{\partial_{\omega}^2}{\Omega_g^2} \right) \psi, \quad (1)$$

where  $\psi$  refers to the electric field of the light,  $\beta_2$ ,  $\gamma$  and  $\alpha$  designate the chromatic dispersion, Kerr nonlinearity, and linear attenuation coefficients, respectively. In equation (1),  $E(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z)|^2 dt$  represents the total field energy at propagation distance  $z$ ,  $E_{\text{sat}}$  is the saturation energy that is proportional to the pumping power,  $g_0$  is the small signal gain fixed by the erbium concentration in the EDF, and  $\Omega_g$  is the gain bandwidth. For passive fibers  $g_0 = 0$ .

2.1.2. *Propagation in the SA.* The fast SA plays an important role in mode-locked fiber lasers, by initiating the pulse formation, and by contributing to the stabilization of the mode-locked regime. The action of this component is often modelled by the following instantaneous transfer function:

$$P_o = T P_i, \quad (2a)$$

$$T \equiv T_0 + \Delta TP_i / (P_i + P_{\text{sat}}), \quad (2b)$$

where  $T$  describes the transmission of the instantaneous SA,  $T_0$  is its reflectivity at low signal, and  $\Delta T$  the maximum depth of absorption.  $P_i$  ( $P_o$ ) designates the input (output) light power.

**2.1.3. Propagation in the OC.** The other lumped elements of the laser cavity (coupler, fiber splices) only affect the pulse amplitude linearly, as follows:

$$\hat{\psi} = \eta\psi, \quad (3)$$

where  $\eta$  is a coefficient whose value depends on the component considered, and  $\psi$  ( $\hat{\psi}$ ) is the input (output) field.

Thus, solving the set of equations (1)–(3), numerically, is central to the conventional approach, which is a relatively lengthy procedure [14, 25].

### 2.2. Characterization of light pulses

In specific domains of cavity parameters, stable single pulse attractors can be found numerically. Once the corresponding intracavity field distribution  $\psi(z, t)$  has been obtained, it is useful to characterize the pulse distribution by means of a CCA.

**2.2.1. Moment method.** The method of moments is one of the most popular CCA method for characterizing light pulses. The first moments are given by the following formulas [18, 19, 26]:

$$X_1 = \sqrt{E_0 / (X_3 \sqrt{\pi} / 2)}, \quad E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt, \quad (4a)$$

$$X_2 = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi|^2 dt, \quad (4b)$$

$$X_3 = 2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi|^2 dt / E_0 - X_2^2 \right]^{1/2}, \quad (4c)$$

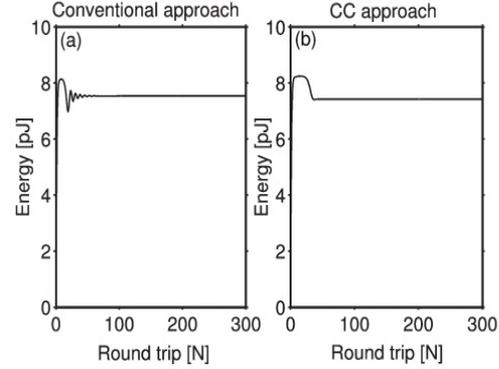
$$X_4 = \frac{i}{2} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - X_2) (\psi \psi_t^* - \psi_t^* \psi) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - X_2)^2 |\psi|^2 dt}. \quad (4d)$$

Here,  $X_1, X_2, X_3$  and  $X_4$ , represent the pulse amplitude, temporal position, width, and chirp, respectively.  $E_0$  designates the pulse energy. It is worth noting that the moment method has the advantage of being simple to implement, but the determination of the chirp ( $X_4$ ) by this method suffers from a lack of accuracy whenever the numerical derivation of the intracavity field ( $\psi_t$ ) is not performed with sufficient accuracy. It is possible to address this shortcoming by using the method of minimization of the residual-field energy (RFE).

**2.2.2. Minimization of the RFE.** Here, one decomposes the pulse field  $\psi$  in the following way [19]:

$$\psi(z, t) = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, t) + q(z, t), \quad (5)$$

where the ansatz function  $f$  is chosen to be the best representation of the temporal profile of the pulse, and  $q$  is the residual field such as the sum of  $f$  and  $q$  is the exact pulse



**Figure 2.** Evolution of the intra-cavity energy as a function of the number of round trips in the cavity, for  $E_{\text{sat}} = 15$  pJ and  $\langle D \rangle = 0$  ps nm<sup>-1</sup> km<sup>-1</sup>. (a) ←CNA. (b) ←DCCA.

field. Quantities  $X_j, j = 1, 2, \dots, N$ , are the pulse parameters, which are hereafter referred to as being the CCs. A simple criterion for assessing the proximity between  $f$  and  $\psi$ , is the level of the RFE, defined in a normalized form as follows:

$$\tilde{E}_{\text{RF}} \equiv \frac{E_{\text{RF}}}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi - f(X_1, X_2, \dots, X_N, t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dt}. \quad (6)$$

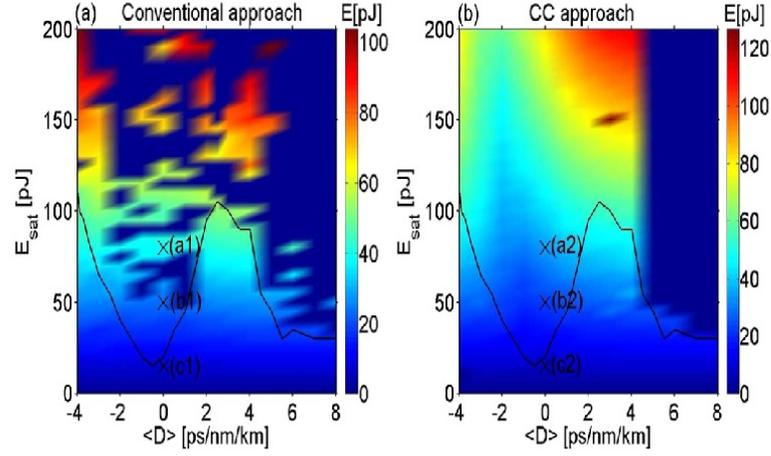
In practice, the magnitude of  $\tilde{E}_{\text{RF}}$ , which serves as a measure for the correctness of the ansatz  $f$ , may quickly give a first insight in the reliability of the method of minimization of the RFE. A highly accurate procedure for extracting the CCs (associated to a field  $\psi$ ) consists in the minimization of the residual field  $q$  [19, 26]. To this end, one imposes a set of constraints on the system, so as to force the CCs to evolve only in the direction that minimizes the RFE. Thus, the relation  $\frac{\partial E_{\text{RF}}}{\partial X_j} = 0$  lead to the following constraint conditions [19]:

$$C_j \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} \left[ q \frac{\partial f^*}{\partial X_j} \right] dt \approx 0, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

where  $\text{Re}$  denotes real part. Note that when the field  $\psi$  is known at a given distance  $z$  within the cavity, then solving the set of equation (7) becomes the familiar problem of minimization of a functional with respect to  $N$  variables, the  $X_j$ s.

### 3. Dynamical CC approach

In this section, we present the procedure that allows our DCCA (dynamical CCA) to be used as a complete modeling tool, which ensures both the propagation of the intra-cavity field and the characterization of light pulses. The procedure takes place in two stages: firstly, one defines a finite number of variables (the CCs) and one associates them to the desired physical parameters of the pulse, and then, one endeavors to get their equations of motion [9, 18–21, 26].



**Figure 3.** Mapping of the stable states in the laser cavity, in the space of parameters corresponding to  $0 < E_{\text{sat}} \leq 200$  pJ et  $-4 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1} < \langle D \rangle \leq 8 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . The darkened regions correspond to the unstable states. (a) ←CNA. (b) ←DCCA.

In a strict CCA, the first step is to decompose the pulse field  $\psi$  as indicated in (5), where the ansatz function  $f$  and the residual field  $q$  are such that the sum of  $f$  and  $q$  is the exact solution of the propagation equation (1). The most commonly utilized ansatz functions to represent light pulses in optical fiber systems, are chirped gaussian or hyperbolic-secant profiles [9, 18, 19, 26], but other profiles may be used, provided that the corresponding residual field has a sufficiently small magnitude, as compared to the ansatz function.

Hereafter, we assume that the pulse profile may be relatively well represented by a chirped gaussian ansatz, such as:

$$f = x_1 \exp \left[ -\frac{(t - x_2)^2}{x_3^2} \right] \times \exp \left\{ i \left[ \frac{x_4}{2} (t - x_2)^2 + x_5 (t - x_2) + x_6 \right] \right\},$$

where the CCs  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  and  $x_6$ , represent the pulse amplitude, temporal position, width, chirp, frequency, and the phase constant. A considerable simplification of the complexity of this CCA can be obtained by neglecting the residual field ( $q=0$ ). Our DCCA is entirely based on this approximation, which is called the *bare approximation*. However, extra care is needed to validate the accuracy of this latter scheme, as shall be discussed subsequently.

### 3.1. Propagation in the fiber system

Applying the bare approximation to the GNLSE, that is, substituting  $\psi = f$  in equation (1), and projecting the resulting equations in the direction of  $\partial f^* / \partial x_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 6$ , yields the following rate equations, which govern the evolution of the CCs in the intra-cavity fiber system [12, 19]:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} \beta_2 x_1 x_4 - \frac{\alpha}{2} x_1 + x_1 \tilde{G} - x_1 \left( x_5^2 + \frac{2}{x_3^2} \right) K_1, \quad (8a)$$

$$\dot{x}_2 = -\beta_2 x_5 - x_4 x_3^2 x_5 K_1, \quad (8b)$$

$$\dot{x}_3 = -\beta_2 x_3 x_4 + \left( \frac{2}{x_3} - \frac{1}{2} x_3^2 x_4^2 \right) K_1, \quad (8c)$$

$$\dot{x}_4 = \left( x_4^2 - \frac{4}{x_3^4} \right) \beta_2 - \frac{\sqrt{2} x_1^2}{x_3^2} \gamma - \frac{8 x_4 K_1}{x_3^2}, \quad (8d)$$

$$\dot{x}_5 = -\left( \frac{4}{x_3^2} + x_3^2 x_4^2 \right) x_5 K_1, \quad (8e)$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{1}{2} \left( x_5^2 - \frac{2}{x_3^2} \right) \beta_2 + \frac{5\sqrt{2} x_1^2}{8} \gamma + (1 - x_3^2 x_5^2) x_4 K_1, \quad (8f)$$

$$\text{where } \tilde{G} = \frac{g_0}{2(1 + \sqrt{\pi/2} x_1 x_3 / E_{\text{sat}})} \text{ and } K_1 = \frac{\tilde{G}}{\Omega_g^2}.$$

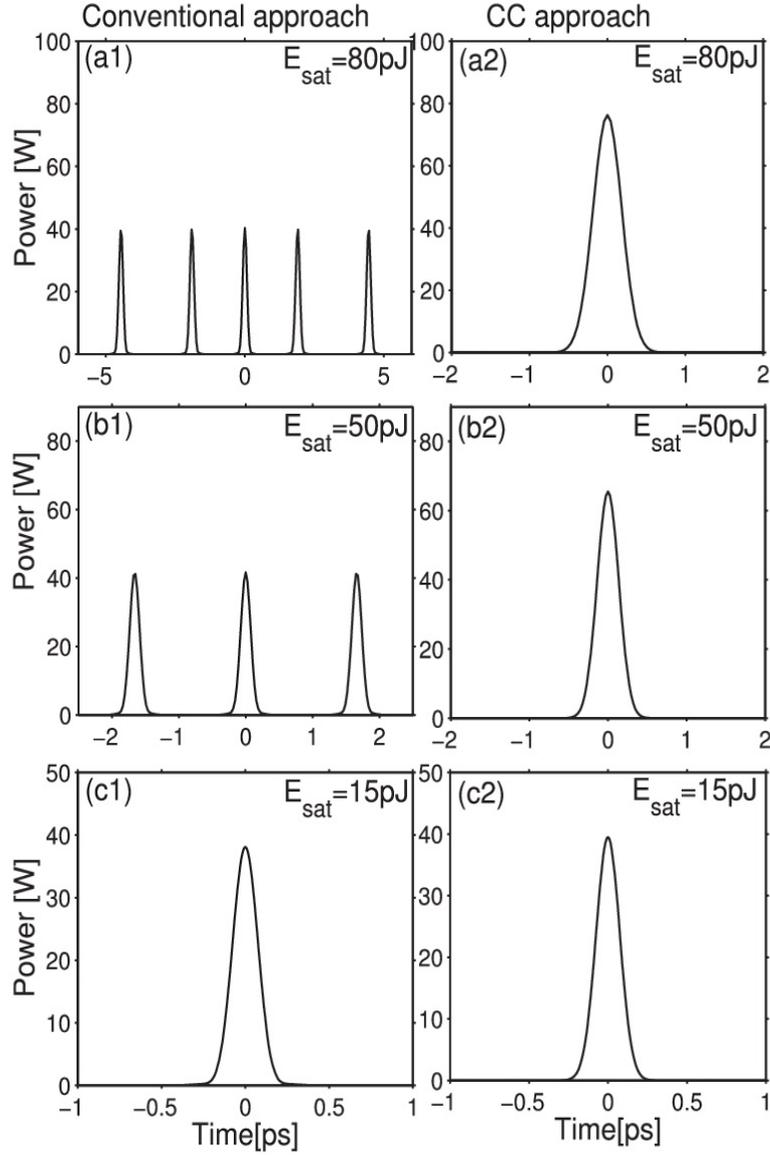
### 3.2. Transmission through the SA

A notable feature of our approach, which makes also a significant qualitative difference when compared to previous works [8, 9, 11] lies in a compact form for the transfer function of the SA (2) relating the input and output CCs of a pulse passing through the SA. To obtain such a relation, we assume that during its passage in the SA, a gaussian pulse is modified according to equation (2), and that the pulse basically keeps a Gaussian shape. In other words, we can write that  $P_i = x_1^2 \exp[-2(t - x_2)^2 / x_3^2]$  and  $P_o = \tilde{x}_1^2 \exp[-2(t - x_2)^2 / \tilde{x}_3^2]$ . By substituting these two expressions of  $P_i$  and  $P_o$  in relation (2), and by applying  $t = x_2$ , we obtain

$$\tilde{x}_1 = x_1 \sqrt{T_0 + \Delta T \frac{x_1^2}{x_1^2 + P_{\text{sat}}}}. \quad (9)$$

By performing the time derivative of equation (2), and by applying  $t = x_2$  in the resulting expression, we finally obtain

$$\tilde{x}_3 = \frac{\tilde{x}_1}{x_1} x_3 \times \sqrt{\frac{(x_1^2 + P_{\text{sat}})^2}{T_0(x_1^2 + P_{\text{sat}})^2 + \Delta T x_1^2 (x_1^2 + P_{\text{sat}}) + \Delta T P_{\text{sat}} x_1^2}}. \quad (10)$$



**Figure 4.** Temporal profiles of various stable states in the laser cavity. Figures (a1), (a2), (b1), (b2), (c1), and (c2), correspond to the stable states labeled ‘(a1)’, ‘(a2)’, ‘(b1)’, ‘(b2)’, ‘(c1)’, and ‘(c2)’, respectively, in figure 3. ((a1), (b1), (b1)) ←CNA. ((a2), (b2), (b2)) ←DCCA.

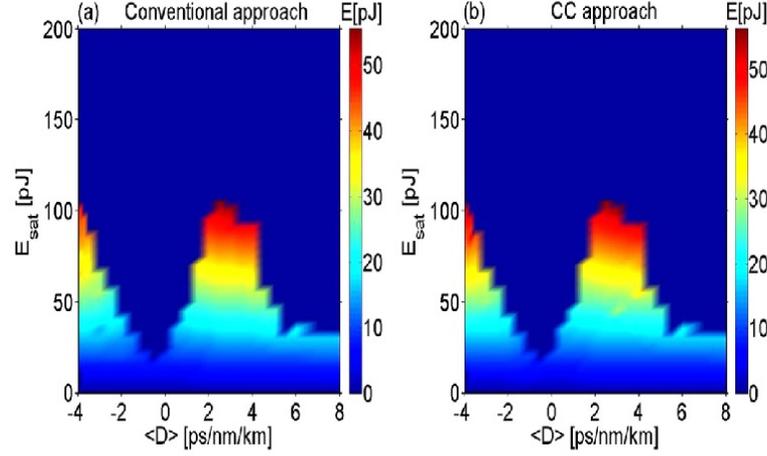
Thus, within the above assumptions, equations (9) and (10) indicate that only two of the pulse parameters, namely, its amplitude and its temporal width, are affected by the passage of the pulse through the SA.

between the input/output amplitudes, as follows:

$$\hat{x}_1 = \eta x_1, \tag{11}$$

where  $x_1$  ( $\hat{x}_1$ ) is the input (output) amplitude. Thus, the set of equations (8)–(11), which represent the full modeling of the light propagation along the laser cavity by means of CCs, corresponds to our DCCA as a comprehensive cost-effective modeling tool of the laser dynamics.

**3.2.1. Propagation through the OC.** Passing through the other lumped elements of the laser cavity only affects the pulse amplitude; thus leading to a simple linear relation



**Figure 5.** Mapping of the stable states with a single pulse within the laser cavity, in the space of parameters corresponding to  $0 < E_{\text{sat}} \leq 200$  pJ et  $-4 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1} < \langle D \rangle \leq 8 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . The darkened regions correspond to the unstable states, and stable states with several pulses within the cavity. (a) ←CNA. (b)←DCCA.

**Table 1.** Pulse parameters.

Expression of the pulse parameters as a function of the collective coordinates					
Type	Peak power $P_p$	Temporal width $\Delta T_{\text{FWHM}}$	Chirp $C$	Spectral width $\Delta \nu_{\text{FWHM}}$	Energy $E$
Variational approach	$x_1^2$	$\sqrt{2 \log(2)} x_3$	$x_4/2\pi$	$\frac{\sqrt{2(4+x_1^2 x_3^4) \log(2)}}{2\pi x_3}$	$E = \sqrt{\frac{\pi}{2}} x_1^2 x_3$
Numerical approach	$X_1^2$	$\sqrt{2 \log(2)} X_3$	$X_4/2\pi$	$\frac{\sqrt{2(4+X_1^2 X_3^4) \log(2)}}{2\pi X_3}$	$E = \int_{-\infty}^{+\infty}  \psi ^2 dt$

## 4. Comparison of methods

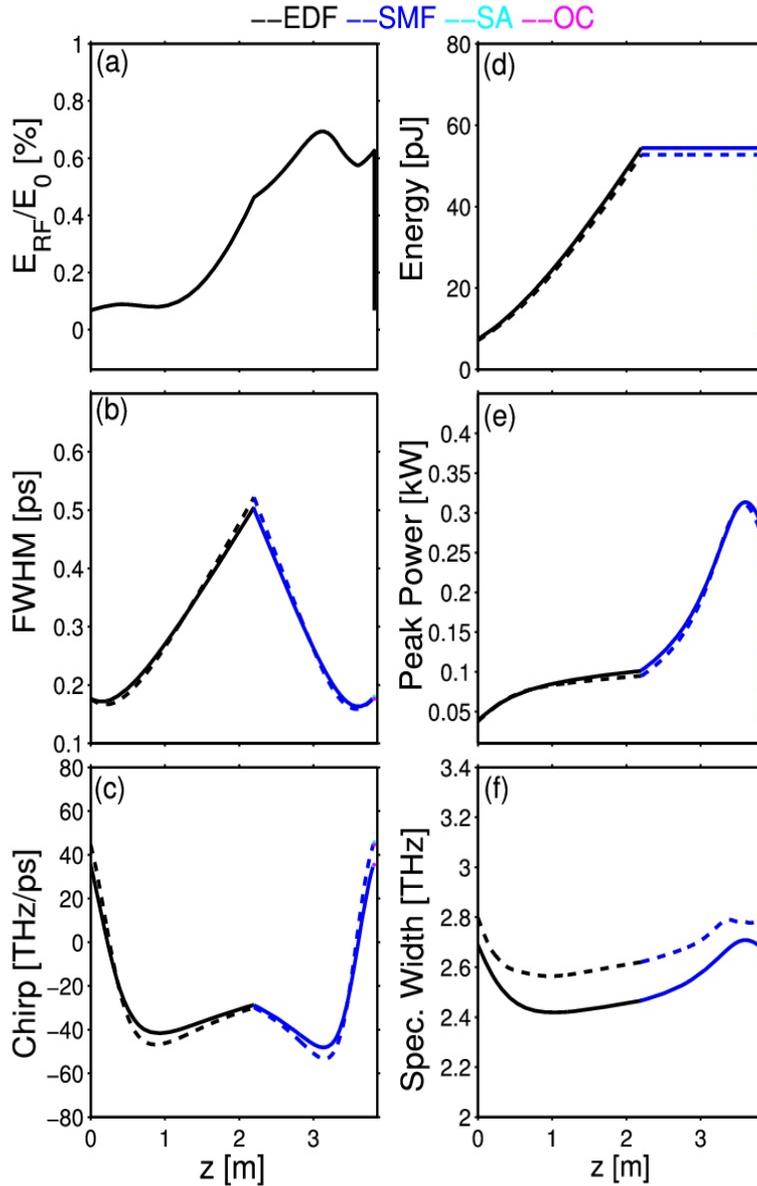
### 4.1. Mapping of stable pulses in the laser cavity

The mapping of stable pulse regimes in the space of the cavity parameters is a major step in the study and optimization of a laser cavity. The simulations are conducted as follows. The initial condition for the intracavity electric field is taken either as white noise or as an arbitrary plain pulse. Then, solving numerically the evolution equations, we monitor the field energy at a given location, say  $z_0$ , roundtrip after roundtrip. In what follows,  $z_0$  lies at the connection point between the OC and the amplifier medium. To examine the long term evolution of the field  $\psi(t, z_0)$ , we use the energy defined by  $E(z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z_0)|^2 dt$  in the conventional numerical approach (CNA), and  $E_{\text{CC}}(z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} |f|^2 dt = \frac{\pi}{2} x_1^2 x_3$  in the DCCA. The correspondence between numerical and variational pulse parameters is provided in table 1. Whenever the energy does not converge to a stable value after a sufficiently large number of cavity roundtrips, we conclude that the cavity does not admit a stable pulse regime for the parameter set considered, and we arbitrarily assign a value equal to zero to the energy record. When the energy converges to a stable

value, that value is recorded. As an illustration, figures 2(a) and (b), obtained by the CNA and DCCA, respectively, display the evolution of the energy when the system converges towards a stable pulse state. The corresponding system parameters are given in table 2. By proceeding this way, we developed a mapping of the areas of pulse stability in a two-dimensional plane built on two particularly sensitive cavity parameters, namely: the average cavity dispersion,  $\langle D \rangle$ , and the saturation energy of the amplifier medium.

Figures 3 (a) and (b) show the maps that we obtained by the CNA and the DCCA, respectively. The two maps indicate a rather unstable behavior in the region where  $\langle D \rangle \geq 5 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ , and the CNA map also points out instability pockets for  $E_{\text{sat}} \geq 30$  pJ. In the rest of the parameter space, the agreement between the two approaches is more or less satisfactory, depending on whether the saturation energy is less than or greater than a critical value  $E_{\text{sat-c}}$ , which depends on  $\langle D \rangle$ , and which is represented by the curve in solid line of figure 3.

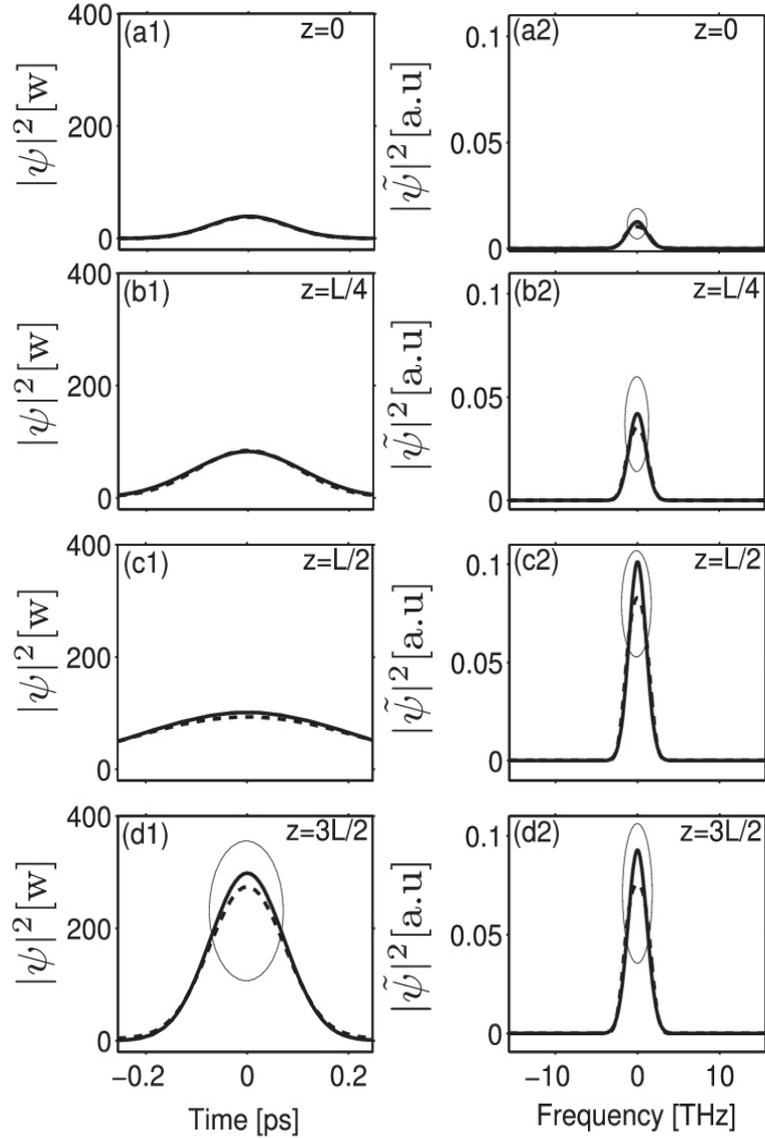
Thus, when  $(E_{\text{sat}} > E_{\text{sat-c}})$ , the DCCA gives wrong results, when confronted to those obtained by the CNA. To understand the origin of the discrepancy between the DCCA and the CNA, we have represented in figures 4(a1) and (a2),



**Figure 6.** Evolution of the pulse parameters over a roundtrip in the cavity. (a) Normalized residual field energy, (b) temporal FWHM pulse width, (c) chirp parameter, (d) pulse energy, (e) peak power, (f) spectral width. The different colors reflect the various fiber segments, The curves in full line are obtained by our DCCA, while the curves in dashed line correspond to CCs obtained by the CNA.

the temporal profiles of the stable states, for the parameter set ( $E_{\text{sat}} = 80 \text{ pJ}$ ,  $\langle D \rangle = 0 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ) represented by the small cross labeled ‘(a1)’ (or ‘(a2)’ in figure 3. At this point of the parameter space, the stable state is a set of five pulses, as can be seen in figure 4(a1) obtained by the CNA, and not the large energy single pulse predicted by the DCCA in figure 4(a2). Thus, this disagreement is basically due to our

single-pulse ansatz choice, which turns out to be inappropriate for large saturation energy values. This is supported by the fact that the total energy levels of the stable states, predicted by both approaches are essentially the same, namely, 35 pJ (for the DCCA) and 37 pJ (for the CNA). Above the curve of critical saturation energy, the well-known multiple-pulsing instability takes place [27–30].



**Figure 7.** Temporal and spectral profiles of the pulse at different points in the cavity. The curves in full line correspond the DCCA. The curves in dashed line correspond the CNA.

The same type of mismatch is also present for the parameter set ( $E_{\text{sat}} = 50 \text{ pJ}$ ,  $\langle D \rangle = 0 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ), represented by the small cross labeled '(b1)' (or '(b2)') in figure 3. But, here, as the saturation energy is lower, the correct temporal profile of the stable state is a pulse triplet. The energies of the stable states predicted by both approaches are essentially the same, namely, 22.6 pJ (for the DCCA), and 23.5 pJ (for the CNA).

The two cases of disagreement highlighted above illustrate one of the main weaknesses of the DCCA, which lies on the fact that in a mode-locked fiber laser, it is uneasy to predict theoretically the type of pulse structure that will be

stable at high saturation energies. Consequently, without a prior sampling of exact numerical solutions around the parameter domain of interest, it is virtually impossible to formulate a generalized ansatz function, that would describe all possible multiple pulse dynamics.

Now, consider the parameter region where stable states consist only of a single pulse, as illustrated in figures 4(c1) and (c2). This region is located towards the low levels of the saturation energy, and is bounded by the curve of critical saturation energies  $E_{\text{sat-c}}$ , represented by a solid line in figure 3. It is worth noting that, up to now, the use of the CNA

**Table 2.** System parameters.

Fibers	EDF	SMF
Length (m)	2.2	1.83
Linear losses (dB Km <sup>-1</sup> )	-0.2	-0.2
Dispersion ( $\beta_2$ (ps nm <sup>-1</sup> Km <sup>-1</sup> ))	-12.5	17
Nonlinearity ( $\gamma$ (W <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ))	0.0036	0.0013
Gain ( $g_0$ (m <sup>-1</sup> ))	2.6	0
Bandwidth ( $\Delta\lambda_g$ (nm))	21.36	
Saturable absorber		
$T_0$		0.7
$\Delta T$		0.3
$P_{\text{sat}}$ (W)		10
Output coupler		
Output losses (%)		86

is required to obtain this curve. This illustrates the main weakness of the DCCA, which cannot be considered a comprehensive tool for mapping the stable states of mode-locked laser cavities. Once the boundaries of single pulse dynamics are determined by CNA, it is then possible to use the DCCA as a fast modeling tool, but this raises the question of the reliability of the DCCA calculations, given its approximate nature.

#### 4.2. Reliability of the DCCA

When the bare approximation is used [9, 11], it becomes important to clarify the accuracy of the DCCA, and establish the limits of this approach in the case of mode-locked fiber laser dynamics. For illustration, we have compared the energies of the stable states obtained by the DCCA and the CNA, in the parameter domain of single pulse dynamics. This comparison is presented in figure 5, where we have darkened the multiple pulsing regions situated above the critical saturation energy curve. As can be seen in figure 5, the pulse energy results obtained by the DCCA agree extremely well with those obtained by the CNA. In this situation, the strength of the DCCA lies in the computation time required to draw up the mapping visible in figure 5(b), which is at least one order of magnitude less than the time required when the CNA is used (figure 5(b)). It should be noted in this respect that in both methods under consideration (CNA and DCCA), it is necessary to discretize the propagation coordinate,  $z$ , with a step  $\Delta z$  whose size is one of the key elements that determine the computation time. The big handicap of the CNA, as compared with the DCCA, lies in the fact that the CNA uses two additional coordinates corresponding to time  $t$  and frequency  $\omega$ , respectively. Indeed, in the CNA, the GNSE is solved by the split-step Fourier method [25], necessitating the use of the intra-cavity field  $\psi(z, t)$  and its Fourier transform  $\tilde{\psi}(z, \omega)$ . This results in an additional cost that can reach several orders of magnitude, compared to the computational time required by the DCCA. Moreover, whenever a stable state is obtained by the DCCA, the pulse parameters are immediately available, whereas the CNA requires an

additional procedure in order to characterize the stable pulses, resulting in an additional cost in computing time.

Let us now compare the pulse dynamics obtained by the two methods more precisely. The CNA requires beforehand to solve numerically the GNLSE for the original field  $\psi$ . Then, at each propagation distance  $z$ , we use the highly accurate procedure of minimization of the RFE defined in equation (6). In the relations (6) and (7), the CCs are denoted in capital letters ( $X_k$ ) to distinguish them from the CCs given by our DCCA that are denoted in lowercase letters. In the forthcoming discussion, rather than using the CCs in their raw forms (given by the parameters  $x_k$  or  $X_k$ ) we prefer to put them in a more practical form defined in the table 1: figure 6 illustrates the evolution of CC describing the internal dynamics of a stable pulse over one round trip of the cavity, which we obtained in the following conditions:  $E_{\text{sat}} = 40$  pJ,  $P_{\text{sat}} = 10$  W. One clearly sees that the results of the DCCA (curves in full line) agree extremely well with those of the CNA (dashed curves). This is consistent with the low level of the RFE (figure 6(a)), which serves as a measure of the deviation of the temporal profile of the pulse, with respect to the gaussian ansatz shape. Indeed, throughout the cavity the RFE does not exceed 0.7% of the pulse energy. Nevertheless, the RFE neither goes down to zero, recalling that the temporal profile of the pulse in this cavity is nowhere exactly gaussian. The deviation with respect to the chirped gaussian profile impacts differently the spectral domain, as can be seen in figure 7. The latter shows comparisons of the spectral and temporal profiles recorded at different cavity locations. It can be clearly noted that the deviation of the pulse profile with respect to the ansatz profile appears larger in the central part of the spectral domain. This reflects the discrepancies already observed for the chirp and the spectral width of the pulse in figures 6(c) and (f). But for these two parameters, the discrepancy between the results of the DCCA and the CNA does not exceed 7%.

## 5. Conclusion

In the present work, we have shown that, in the single pulse regime of a passively mode-locked dispersion-managed fiber laser, the mapping of the pulse features can be successfully achieved by means of a DCCA. The major benefit of the DCCA is that it merges into a single calculation procedure, two distinct tools, namely, the tool of simulating the propagation of the intracavity field, and the tool of characterization of the stable light pulses. We have found that merging these two tools allows the computation time to be reduced by at least one order of magnitude, compared to the computation time required by the CNA, where the simulation of the propagation of the intracavity field and the characterization of pulses, are treated separately with specific tools. Despite its approximate nature, the DCCA (which ignores the residual field) yields results that are generally in very good agreement with the CNA (where the characterization procedure takes into account the residual field).

However, we have also highlighted a major weakness of the DCCA, which is unable to tackle easily the situation of

multi-pulsing instability. Indeed, the treatment of such complex structures would require changing the ansatz function so as to express it in the form of a series of pulses. This would excessively complicate the evolution equations of the CCs, making this approach less attractive.

In the investigated laser dynamics, we have also found that approaching the boundary where multiple pulsing instability occurs, bifurcations can take place while maintaining the single pulse regime. These include Hopf-type bifurcation for instance, which produce long-period oscillations, as well as other more complex bifurcations, which entail enhanced internal cavity dynamics [31, 32]. In some dynamics, the distortions of pulse profile become too important to be correctly described by the ansatz considered in our manuscript. A larger number of CC would be needed to construct an ansatz function that can appropriately describe a soliton undergoing strong internal distortions that go beyond simple pulsations.

As a final remark, although we have illustrated the DCCA on a laser cavity where light pulses result from an energy localization in the time domain, this approach is potentially applicable to many other systems. This includes extended nonlinear dissipative systems where light pulses result from a localization in both time and in space, namely, dissipative light bullets. In the latter situation, with a propagation equation involving up to three spatial coordinates, the use of a DCCA to make a detailed cartography of the parameter domain becomes extremely profitable, in terms of computing time and pulse analysis, provided that an initial rough mapping is performed with exact numerical solving [20].

## Acknowledgments

We acknowledge support from CEFIPRA/IFCPAR through project No. 5104-2.

## References

- [1] Tamura K, Ippen E P, Haus H A and Nelson L E 1993 77 fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser *Opt. Lett.* **18** 1080
- [2] Nelson L E, Jones D J, Tamura K, Haus H A and Ippen E P 1997 Ultrashort-pulse fiber ring lasers *Appl. Phys.* **B 65** 277–94
- [3] Okhotnikov O G (ed) 2012 *Fiber Lasers* (Weinheim: Wiley-VCH)
- [4] Grelu P and Akhmediev N 2012 Dissipative solitons for mode-locked lasers *Nat. Photon.* **6** 84–92
- [5] Delavaux J M, Grelu P, Pu W and Ilday F O (ed) 2014 Special issue on short-pulse fiber lasers *Opt. Fib. Technol.* **20** 561–724
- [6] Grelu P (ed) 2016 *Nonlinear Optical Cavity Dynamics: from Microresonators to Fiber Lasers* (Weinheim: Wiley-VCH)
- [7] Haus H A 1975 Theory of modelocking with a slow saturable absorber *IEEE J. Quantum Electron.* **11** 736–46
- [8] Caputo J G, Flytzanis N and Srensen M P 1995 Ring laser configuration studied by collective coordinates *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 139–45
- [9] Caputo J G, Clausen C B, Sorensen M P and Bischoff S 2000 Amplitude-modulated fiber-ring laser *J. Opt. Soc. Am. B* **17** 705–11
- [10] Grelu P, Belhache F, Gutton F and Soto-Crespo J M 2003 Relative phase locking of pulses in a passively mode-locked fiber laser *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 863–70
- [11] Bale B G, Boscolo S, Kutz J N and Turitsyn S K 2010 Intracavity dynamics in high-power mode-locked fiber lasers *Phys. Rev. A* **81** 1–9
- [12] Alsaleh M, Tchoufo-Dinda P, Mbak C B L, Tchoufo-Dinda P and Grelu P 2014 Collective coordinate approach for the dynamics of light pulses in fiber ring lasers *Nonlinear Photonics, Advanced Photonics (OSA)* NTh2A.5.pdf
- [13] Alsaleh M, Mbak C B L, Tchoufo-Dinda P and Grelu P 2015 Efficient semi analytical modeling of passive mode-locked laser *CLEO/Europe-EQEC* paper EI-P.3 TUE
- [14] Wang S, Docherty A, Marks B S and Menyuk C R 2013 Comparison of numerical methods for modeling laser mode locking with saturable gain *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 3064–73
- [15] Boesch R, Stancioff P and Willis C R 1998 Hamiltonian equations for multiple-collective-variable theories of nonlinear Klein-Gordon equations: a projection-operator approach *Phys. Rev. B* **38** 6713–35
- [16] Anderson D 1983 Variational approach to nonlinear pulse propagation in optical fibers *Phys. Rev. A* **27** 3135–45
- [17] Turitsyn S K, Gabitov I, Laedke E W, Mezentsev V K, Musher S L, Shapiro E G, Schafer T and Spatschek K H 1998 Variational approach to optical pulse propagation in dispersion compensated transmission systems *Opt. Commun.* **151** 117–35
- [18] Turitsyn S K, Schafer T, Spatschek K H and Mezentsev V K 1999 Path-averaged chirped optical soliton in dispersion-managed fiber communication lines *Opt. Commun.* **163** 122–58
- [19] Tchoufo-Dinda P, Moubissi A B and Nakkeran K 2001 A collective variable theory for optical solitons in fibers *Phys. Rev. E* **64** 1–5
- [20] Kamagate A, Grelu P, Tchoufo-Dinda P, Soto-Crespo J M and Akhmediev N 2009 Stationary and pulsating dissipative light bullets from a collective variable approach *Phys. Rev. E* **79** 026609
- [21] Tchoufo-Dinda P, Tchoufo Dinda P, Ngabireng C M and Nakkeran K 2013 Collective coordinate theory for light pulses in fibers: the reduced projection operators *Phys. Lett. A* **377** 737–822
- [22] Williams M O, Shlizerman E and Kutz J N 2010 The multi-pulsing transition in mode-locked lasers: a low-dimensional approach using waveguide arrays *J. Opt. Soc. Am. B* **27** 2471–81
- [23] Boesch R, Willis C R and El-Batanouny M 1989 Spontaneous emission of radiation from a discrete sine-Gordon kink *Phys. Rev. B* **40** 2284–96
- [24] Chouli S, Soto-Crespo J M and Grelu P 2011 Optical spectra beyond the amplifier bandwidth limitation in dispersion-managed mode-locked fiber lasers *Appl. Phys.* **19** 2959–64
- [25] Agrawal G P 2013 *Nonlinear Fiber Optics* 5th edn (New York: Academic)
- [26] Atangana J, Kamagate A, Tchoufo-Dinda P, Labruyere A and Kofane T C 2009 Effective characterization of the phase and intensity profiles of asymmetrically distorted light pulses in optical fiber systems *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 371–83
- [27] Komarov A K and Komarov K P 2000 Pulse splitting in a passive mode-locked laser *Opt. Commun.* **183** 265–70
- [28] Gutton F, Grelu P, Huot N, Vienne G and Millot G 2001 Stabilization of modelocking in fibre ring laser through pulse bunching *Electron. Lett.* **37** 745–6

- [29] Haboucha A, Komarov A, Leblond H, Sanchez F and Martel G 2008 Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers *Opt. Fib. Tech.* **14** 262–7
- [30] Li F, Wai P K A and Kutz J N 2010 Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities *J. Opt. Soc. Am. B* **27** 2068–77
- [31] Soto-Crespo J M, Grapinet M, Grelu P and Akhmediev N 2004 Bifurcations and multiple-period soliton pulsations in a passively mode-locked fiber laser *Phys. Rev. E* **70** 066612
- [32] Li X *et al* 2012 Numerical investigation of soliton molecules with variable separation in passively mode-locked fiber lasers *Opt. Commun.* **285** 1356–61



# Pulse breaking through spectral filtering in dispersion-managed fiber lasers

M. ALSALEH,<sup>1</sup> T. UTHAYAKUMAR,<sup>1,2</sup> E. TCHOMGO FELENOU,<sup>1</sup> P. TCHOFO DINDA,<sup>1,\*</sup>  
P. GRELU,<sup>1</sup> AND K. PORSEZIAN<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS, Univ. Bourgogne Franche-Comté, 9 Av. A. Savary, B.P. 47870, 21078 Dijon Cedex, France

<sup>2</sup>Department of Physics, Pondicherry University, Pondicherry-605 014, India

\*Corresponding author: tchofo@u-bourgogne.fr

Received 31 July 2017; revised 6 December 2017; accepted 12 December 2017; posted 13 December 2017 (Doc. ID 296968); published 11 January 2018

**We unveil numerically the mechanism governing the onset of multiple pulsing in dispersion-managed mode-locked fiber lasers. This mechanism mainly results from the opposition between spectral narrowing induced by intracavity filtering and spectral broadening through self-phase modulation. When spectral broadening reaches a critical point, the interplay of these two effects entails pulse breaking, followed by a relaxation process that brings back the pulse spectrum within the filter bandwidth limits.** © 2018 Optical Society of America

**OCIS codes:** (140.3510) Lasers, fiber; (140.4050) Mode-locked lasers; (190.5530) Pulse propagation and temporal solitons.

<https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.000276>

## 1. INTRODUCTION

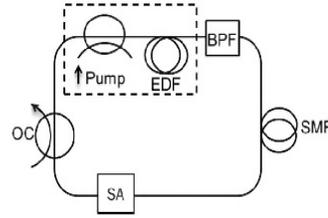
Mode-locked fiber lasers are highly appreciated for their compactness, efficiency, and beam quality. However, the level of nonlinear effects accumulated per cavity round trip is potentially high in fiber cavities. With an increased pumping power, instabilities develop, leading to pulse breakup and complex nonlinear dynamics. Multiple pulsing instability is often followed by a self-healing dynamical process, which makes the laser recover stability while augmenting the number of circulating pulses. This phenomenon, which is deeply rooted in dissipative soliton dynamics [1,2], has been investigated experimentally from the early stages of ultrafast fiber laser development [3–6], and its inherent multi-stability was studied numerically [7–9]. Basically, multi-pulse structures in a laser cavity can form in two ways: either from lumping and buildup among quasi-cw components, or by subsequent fragmentation of one or more already circulating pulses [10]. Even though general guidelines can be drawn, the pulse breakup mechanism largely depends on the laser cavity architecture, waveguide parameters, and optical power range. First of all, a general limitation of the single pulse energy based on the buildup of an excessive amount of self-phase modulation (SPM) per round trip has been established [1,3,11]. Another possible origin of pulse breakup is the overdrive of the saturable absorber, particularly when the latter is based on nonlinear interference, which intrinsically displays an oscillating transfer function [12]. This is the case with the popular use of nonlinear polarization evolution, as well as with cavities incorporating nonlinear loop

mirrors. A combination of high peak power and optical bandwidth is also conducive to the manifestation of the Raman effect, which challenges stable mode locking [13]. Multiple pulsing being detrimental to the generation of high-energy pulses, several strategies have been developed to circumvent pulse breakup. Since optical wave breaking can be suppressed if the pulse develops a monotonic frequency chirp as it propagates, fiber laser cavities employing self-similarity [14], all-normal-dispersion propagation [15], and dissipative soliton resonance [16] have been proposed to allow the generation of highly chirped pulses of high energy. Prior to these laser architectures, the dispersion-managed (DM) fiber laser cavity had been invented as an efficient way to upshift pulse breakup to higher energy [17]. Even though its single pulse energy limitations have been surpassed through the use of cavity designs fostering a monotonous chirp, the DM fiber laser remains particularly attractive, in particular for the high quality of the pulse profile following dispersion compression. A DM fiber laser consists of successive fiber segments with chromatic dispersion of opposite signs, whereas the path-average dispersion is either close to zero, or remains moderate in comparison to the local dispersion experienced by the propagating pulses. Characterized by a major temporal breathing dynamics, the laser cavity usually features two locations where pulses are nearly Fourier-transform limited. Dispersion management also provides additional free cavity parameters, such as the magnitude of the local dispersion, and the length of the fibers. Such flexible design is echoed by a wide range of accessible dynamics, from

the central stretched-pulse dynamical figure akin to DM-soliton dynamics in optical communications [18], to the formation of soliton molecules and multiple pulse patterns [19,20]. Whereas DM fiber lasers have attracted important theoretical and numerical investigations [12,21,22], the physical mechanism of pulse breaking in DM fiber lasers has not been thoroughly investigated outside the scope of the general SPM excess limitations [11]. However, a DM laser architecture also involves other major effects, such as spectral filtering. Pulse breaking control is of utmost importance in many laser designs, whether to increase the pulse energy, or to increase the repetition frequency [23]. In the present work, we unveil the role and the mode of action of spectral filtering on the pulse breakup in DM fiber laser dynamics. It is worth noting that recently, a dramatic effect of spectral filtering was highlighted in a fiber laser, namely, soliton braking attributed to an effective viscous friction [24]. Moreover, a recent experimental work showed the decisive impact of spectral filtering in the stabilization of high-harmonics in a DM fiber laser [23]. In what follows, we demonstrate that the filtering bandwidth plays a decisive role in the multiple pulsing instability. Starting with a single pulse mode-locked operation, we follow the spectral broadening of the output pulse with the increase of the pumping power, up to a critical spectral width  $\Delta\omega_c$  where spectral filtering becomes strongly dissipative. We show that further increase in the pump power leads to the pulse breakup, followed by a relaxation process that brings back the pulse spectrum within the limits of the filtering bandwidth, hence reducing the corresponding losses experienced by the pulses. By including a bandpass filter element whose bandwidth is narrower than that of the gain medium, we elucidate the role of spectral filtering in the pulse breaking process, and control the latter by adjustment of the filter bandwidth. In particular, we establish a relationship between the filter bandwidth and the *fragmentation point*, which we define as the pump power level necessary to achieve the pulse breakup. This fragmentation point is of paramount importance because it indicates the operating condition where the laser generates the most energetic pulse. We demonstrate the existence of spectral windows of the intracavity filtering in which the pulse energy varies strongly. For instance, it becomes possible to push up the fragmentation point and obtain high-energy pulses, or in the opposite, to reduce it in order to favor stable harmonic mode locking.

## 2. MODELING OF THE PULSE PROPAGATION

The studied laser architecture is shown in Fig. 1. It comprises an erbium-doped fiber (EDF) with normal dispersion at 1.55  $\mu\text{m}$  (amplifier medium), a bandpass filter (BPF), a section of single mode fiber (SMF) with anomalous dispersion for dispersion management, a saturable absorber (SA), and an output coupler (OC). The SA is modeled by the following instantaneous transfer function:  $P_o = TP_i$ , where  $T \equiv T_0 + \frac{\Delta TP_s}{P_s + P_{\text{sat}}}$  describes the transmission of the SA,  $T_0$  is its transmissivity at low signal,  $\Delta T$  is the transmission contrast,  $P_{\text{sat}}$  is the saturation power, while  $P_i$  ( $P_o$ ) designates the instantaneous input (output) optical power. At time  $t$  and distance  $z$  within the cavity, the light power is given by  $P(z, t) \equiv |\psi(z, t)|^2$ , where  $\psi(z, t)$  refers to the electric field. The other lumped elements



**Fig. 1.** Schematic of the fiber laser cavity. See the main text for the definitions of acronyms.

of the laser cavity (coupler, fiber splices) only affect the pulse amplitude linearly. The scalar pulse propagation in the optical fibers can be described by means of the following generalized nonlinear Schrödinger equation:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{g(z, P_{\text{av}}, \nu_s)}{2} \psi = i\gamma |\psi|^2 \psi, \quad (1)$$

where  $\beta_2$  and  $\gamma$  designate the chromatic dispersion and Kerr nonlinearity coefficients, respectively. The passive fiber (SMF) is considered lossless, namely,  $g = 0$ , whereas for the active fiber (EDF)  $g$  is a gain coefficient, which is calculated at the signal frequency  $\nu_s$ , as a function of the propagation distance  $z$  and the average power  $P_{\text{av}}$  at the input facet of the EDF. Our prospect is to provide a sufficiently accurate modeling of gain saturation effects, which participate in the multi-pulsing instability. The value of  $P_{\text{av}}$  is related to the total field energy  $E$ , as follows:  $P_{\text{av}}(z) \equiv \frac{E(z)}{\tau_{RT}} = \frac{1}{\tau_{RT}} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z)|^2 dt$ , where  $\tau_{RT}$  designates the cavity round-trip time. Here we consider a standard EDF with a pump at 980 nm, in which both the pump and the signal copropagate in the single transverse mode regime. The power dynamics along the fiber is given by the following rate equations [25,26]:

$$\frac{dP_p}{dz} = -\sigma_p^a n_1 N_0 \Gamma_p P_p, \quad (2a)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = [\sigma_s^e(\nu_s) n_2 - \sigma_s^a(\nu_s) n_1] N_0 \Gamma_s(\nu_s), \quad (2b)$$

where  $P_p$  and  $P_s$  designate the pump and signal power at a given longitudinal position  $z$  along the active fiber,  $N_0$  is the total density of erbium ions,  $\sigma_p^a$  is absorption cross section for the pump,  $\sigma_s^a$  and  $\sigma_s^e$  are the absorption and emission cross sections for the signal,  $n_2$  [ $n_1$ ] is the fraction of erbium ions in the excited state [ground state],  $\Gamma_p$  [ $\Gamma_s$ ] is the modal overlap factor introduced to account for the fact that some fraction of the pump [signal] power propagates in the undoped cladding of the EDF [26,27]. After calculating the steady-state values of the population densities,  $n_1$  and  $n_2$ , we solve Eq. (2) by means of the standard Runge-Kutta algorithm, and obtain the gain coefficient amplitude as [28]  $g(z, P_{\text{av}}, \nu_s) = \frac{1}{P_s(z)} \frac{dP_s(z)}{dz}$ .

We consider a BPF with a Gaussian spectral profile:  $\Pi(\omega) = \exp[-4 \log(2) \omega^2 / \Delta\Omega_0^2]$ , where  $\Delta\Omega_0 = 2\pi\Delta\nu_0$  is the filter bandwidth. We used the following typical parameters for the fiber cavity elements:

- (i) EDF:  $\gamma = 3.6 \times 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ; length  $L_{\text{EDF}} = 4.5 \text{ m}$ ;  $\beta_2 = 16 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; core radius  $r_c = 1.5 \mu\text{m}$ ;  $N_0 = 6.8 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ ;

$\sigma_p^a = 2.17 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ . The values of  $\sigma_s^a(\nu_s)$  and  $\sigma_s^c(\nu_s)$  are taken from [29].

(ii) SMF:  $\gamma = 1.3 \times 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ;  $\beta_2 = -21.7 \text{ ps}^2/\text{km}$ ;  $A_{\text{eff}} = 78.5 \text{ } \mu\text{m}^2$ . We use a fiber length  $L_{\text{SMF}} = 3.3 \text{ m}$ , so that the average second-order dispersion is null.

(iii) SA:  $T_0 = 0.70$ ,  $\Delta T = 0.30$ ,  $P_{\text{sat}} = 10 \text{ W}$ .

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

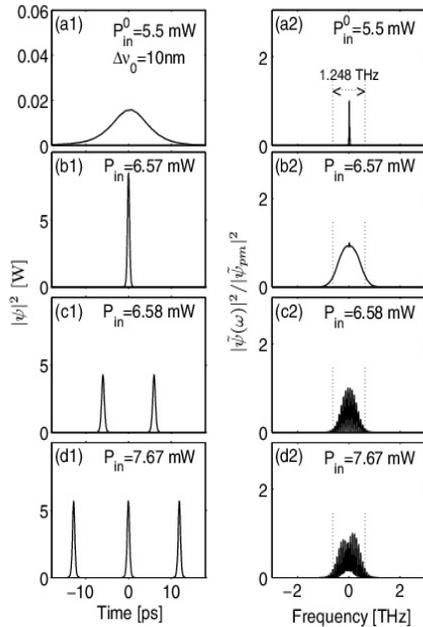
From a fundamental viewpoint, it is important to examine the process of transformation of stable structures when the input pump power  $P_{\text{in}}$  is gradually increased from the mode-locking threshold up to the multi-pulse regime. We start by numerically determining the profile of the stable structure  $\psi^0$  from an initial white noise condition, for a pump power slightly above the mode-locking threshold, denoted as  $P_{\text{in}}^0$ . The field  $\psi^0$  being already in the cavity, we follow an iterative procedure in which we gradually increase  $P_{\text{in}}$  with a step small enough that the difference between the fields for two consecutive stable states remains small, outside the bifurcation regions. We found that the general process of pulse transformation is governed by the same physical mechanism, regardless of the bandwidth of the BPF. This mechanism is illustrated in Fig. 2, obtained for a cavity including a BPF having a spectral width of 10 nm (1.248 THz). With a pump power  $P_{\text{in}}^0 = 5.5 \text{ mW}$ , we obtain the single-pulse structure  $\psi^0$  whose temporal and spectral profiles are shown in Figs. 2(a1) and 2(a2), respectively. The increase of  $P_{\text{in}}$  results in a gradual change of the single pulse shape, which significantly broadens in the spectral domain,

as shown in Fig. 2(b2). In the temporal domain, we observe instead a narrowing of the pulse and a dramatic increase of its peak power, as can be clearly seen in Fig. 2(b1). There is clear evidence in Figs. 2(a2) and 2(b2) that as  $P_{\text{in}}$  is increased starting from the mode-locking threshold, the spectral profile of the pulse expands until occupying almost all the bandwidth of the BPF. This process then halts, and there, the pump power  $P_{\text{in}}$  lies at a critical level denoted hereafter as  $P_c$ . Concomitantly, the pulse peak power increases monotonically and reaches a maximum value  $P_{\text{max}}$  when  $P_{\text{in}}$  reaches  $P_c$ . Note that the value of  $P_{\text{max}}$  is determined by the dispersive and non-linear properties of the cavity. Figures 2(b1) and 2(b2) illustrate the profile of the stable state for  $P_{\text{in}} = P_c = 6.57 \text{ mW}$ , and there,  $P_{\text{max}} = 7.74 \text{ W}$ . The filtering effect manifests itself dramatically as soon as  $P_{\text{in}}$  exceeds  $P_c$  [as Figs. 2(a2) and 2(b2) show]: the filter's bandwidth no longer allows further spectral broadening of the pulse. Then, the strongly dissipative action of the filter increases and destabilizes single pulse operation, thus leading to the fragmentation of the stable state and its transformation into a two-pulse structure. This is a surprising feature of the DM fiber laser architecture, when we consider in contrast the stabilizing action of the spectral filter in fiber laser architectures promoting a monotonous chirp along the cavity [14,15]. To facilitate the forthcoming discussions, we will refer to the pulse just before the fragmentation as the *parent* pulse [see Fig. 2(b1)], while the pulses resulting from the fragmentation will be called *children* pulses [see Fig. 2(c1)]. When stationary pulse dynamics prevails, all the children pulses will share the same profile [3], by virtue of dissipative soliton dynamics [2]. The relaxation process results in a slight increase of the temporal width of each child pulse, and a slight compression of its spectrum so as to bring back its width within the limits of the filter bandwidth, as illustrated in Fig. 2(c2). On the other hand, by increasing  $P_{\text{in}}$  beyond the critical pump power, each child pulse grows similarly to its former parent, until fragmentation of the whole two-pulse structure takes place, leading to a three-pulse structure [see Figs. 2(d1) and 2(d2)] and so on. A better overview of this process of pulse growth and fragmentation can be obtained by means of an appropriate characterization tool, such as the moment method, where one assumes that the pulse profile may be relatively well represented by a chirped Gaussian ansatz, such as

$$\psi(z, t) \simeq f = X_1 \exp \left[ -\frac{(t - X_2)^2}{X_3^2} \right] \times \exp \left\{ i \left[ \frac{X_4}{2} (t - X_2)^2 + X_5 (t - X_2) + X_6 \right] \right\}, \quad (3)$$

where the parameters  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_5$ , and  $X_6$  represent the pulse amplitude, temporal position, width, chirp, offset frequency, and phase constant, respectively. The first moments are then given by the following formulas [18,30]:

$$X_1 = \sqrt{\frac{E_0 \sqrt{2}}{X_3 \sqrt{\pi}}} \quad X_2 = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi|^2 dt, \quad E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt, \quad (4a)$$



**Fig. 2.** Illustration of stable pulse structures at increasing (from top to bottom) pumping power  $P_{\text{in}}$ , with a BPF bandwidth  $\Delta\nu_0 = 10 \text{ nm}$ . Left: temporal optical intensity. Right: optical spectrum intensity.

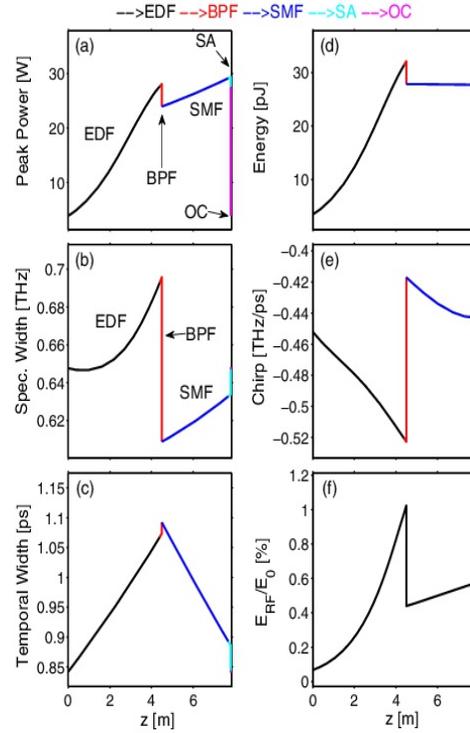
$$X_3 = 2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi|^2 dt / E_0 - X_2^2 \right]^{1/2} \cdot T \equiv t - X_2, \quad (4b)$$

$$X_4 = \frac{i}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} T^2 |\psi|^2 dt \right]^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} T(\psi \psi_t^* - \psi^* \psi_t) dt. \quad (4c)$$

We define more practical pulse parameters as follows: peak power  $P_p \equiv X_3^2$ ; temporal width  $\Delta T_{\text{FWHM}} \equiv \sqrt{2 \ln(2)} X_3$ ; chirp  $C \equiv X_4/2$ ; and spectral width  $\Delta \nu_{\text{FWHM}} \equiv \frac{\sqrt{2(4+X_2^2 X_3^4) \ln(2)}}{2\pi X_3}$ .

A very useful aspect of this characterization tool is that it gives an excellent overview of the impact of each element of the cavity on the internal dynamics of the pulse, as illustrated in Fig. 3, which shows the evolution of pulse parameters over one cavity round trip in the case of Figs. 2(b1) and 2(b2), where the pump power value is right before that of the fragmentation point. It can be clearly seen in Fig. 3(b) that before reaching the BPF, the pulse passes through the EDF, in which its spectral width increases strongly and monotonically till the entrance of the BPF. When passing through the BPF the pulse undergoes a narrowing of its spectral width of nearly 20%. After passing through the BPF, the pulse's spectral width increases again through SPM, but the narrowing caused by the filter is compensated only at the end of the round trip (at the entrance of the EDF). Thus, Fig. 3(b) shows that in the vicinity of the fragmentation point, the BPF imposes the upper limit of the pulse's spectral width, in conjunction with the action of SPM. Importantly, we highlight the fact that, whereas for lower pump powers—and reduced spectral filtering effect—the pulse temporal evolution featured two minima per round trip, as typical from DM laser dynamics, these minima have almost merged here, moving to the beginning of the EDF and to the end of the SMF. Another major observation in Fig. 3 is that in the vicinity of the fragmentation point, the spectral width of the pulse occupies the entire bandwidth of the BPF (1.25 THz), as shown in Fig. 3(b) (representing the full width at half-maximum of the spectral intensity), and in Fig. 2(b2). The system is then at the tipping point, and there, any increase in pump power switches the laser into a multi-pulse regime, as shown in Fig. 2(c1). In Fig. 3(f), we indicate the quantity  $E_{\text{RF}}$ , which is the energy of the field  $q \equiv |\psi - f|$ , called *residual-field energy* [30], and  $E_0$  is the pulse energy at the entrance of the EDF. The quantity  $E_{\text{RF}}/E_0$  in Fig. 3(f), serves to measure the quality of the characterization given by the moment method [30]. The quality of this characterization is good when the value of  $E_{\text{RF}}/E_0$  is small, typically around or below one percent.

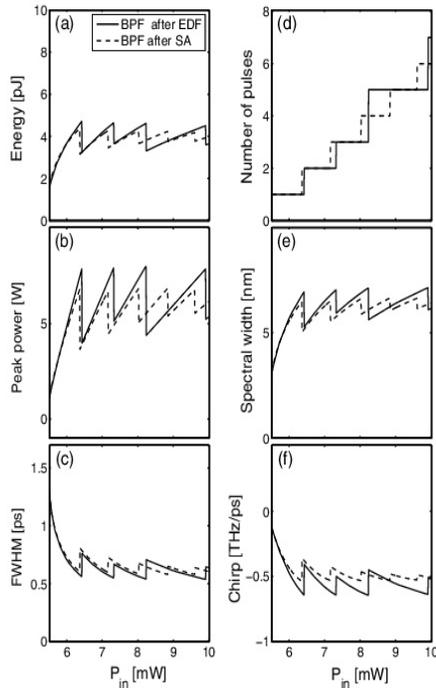
On the other hand, the solid curves in Fig. 4 give an overview of the evolution of the pulse parameters as a function of the pump power  $P_{\text{in}}$  for the case described in Fig. 2. For  $5.5 \text{ mW} \leq P_{\text{in}} < P_c = 6.57 \text{ mW}$ , the system lies in the single-pulse regime. As soon as  $P_{\text{in}} \simeq 6.58 \text{ mW}$ , the system generates two pulses of identical profile, accompanied by an energy downfall, as Fig. 4(a) shows. All other parameters execute a jump resulting from the relaxation process after pulse breaking, and subsequent evolution until another pulse breaking event takes place. For  $6.58 \text{ mW} < P_{\text{in}} < 7.66 \text{ mW}$  the system remains in the two-pulse regime, each pulse following a



**Fig. 3.** Evolution of the pulse parameters over a round trip in the cavity. (a) Peak power, (b) spectral width, (c) temporal width (FWHM), (d) pulse energy, (e) chirp, (f) normalized residual field energy. The different colors reflect the various fiber segments. The simulation parameters are the same as those of Figs. 2(b1) and 2(b2).

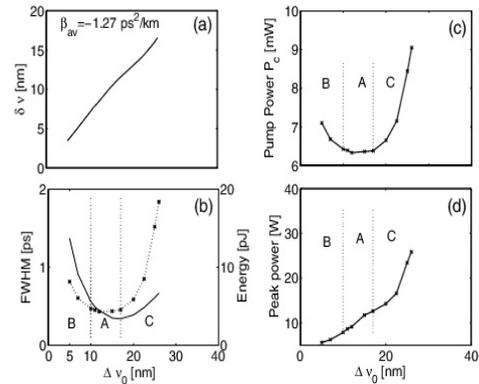
behavior similar to that of the parent pulse. As soon as  $P_{\text{in}} \simeq 7.67 \text{ mW}$ , the system enters the three-pulse regime, in conditions similar to those which led to the fragmentation of the two-pulse structure. With further increase of  $P_{\text{in}}$ , each pulse will repeat the process of energy growth until subsequent pulse breaking takes place, and so on. The presence of this cascade of fragmentation indicates a multitude of bifurcation points. For convenience, we designate as the *fragmentation point* the minimum pump power required to generate the pulse having the highest energy (i.e., the pump power just before the first fragmentation). Thus, for the case  $\Delta \nu_0 = 10 \text{ nm}$  considered in Figs. 2 and 4, the fragmentation point is  $P_c = 6.57 \text{ mW}$  [see Fig. 2(b1)] and the energy of the generated pulse is  $5.094 \text{ pJ}$  [see Fig. 4(a)]. To evaluate the impact of the intracavity filtering on the pulse energy at the fragmentation point, we have carried out a series of numerical simulations similar to those of Figs. 2 and 4, for different BPF bandwidths  $\Delta \nu_0$  in the following range:  $5 \text{ nm} \leq \Delta \nu_0 \leq 32.5 \text{ nm}$ .

In addition to the case considered in Figs. 2 and 4, in which the average dispersion of the cavity is zero ( $\beta_{\text{av}} = 0$ ), we have examined two other types of cavity corresponding to  $\beta_{\text{av}} < 0$  (anomalous path-averaged dispersion) and to  $\beta_{\text{av}} > 0$  (normal path-averaged dispersion). The results of our numerical simulations are represented in Figs. 5–7, obtained for

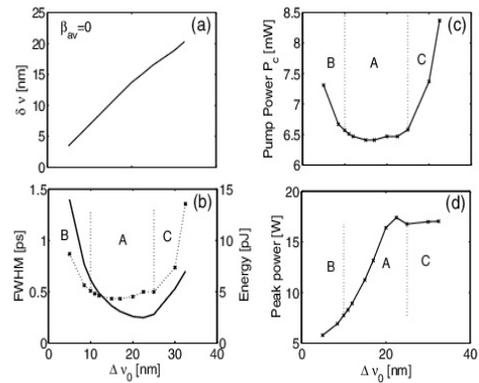


**Fig. 4.** Evolution of the pulse parameters recorded right after the coupler, when the pumping power  $P_{in}$  is increased: (a) energy per pulse, (b) pulse peak power, (c) pulse width, (d) number of pulses, (e) spectral width, (f) frequency chirping. The BPF width is  $\Delta\nu_0 = 10$  nm.

$\beta_{av} = -1.27$  ps<sup>2</sup>/km,  $\beta_{av} = 0$ , and  $\beta_{av} = 1.27$  ps<sup>2</sup>/km, respectively. The results reveal that the impact of intracavity filtering manifests itself with several common general features, and a few remarkable differences depending on the average dispersion of the cavity. One of the major features that one might expect is that both the spectral width and the energy of the generated pulses increase monotonically when the BPF bandwidth  $\Delta\nu_0$  is increased. We actually observe in Figs. 5(a), 6(a), and 7(a) that the pulse's spectral width  $\delta\nu$  varies almost linearly with the filter width  $\Delta\nu_0$ ; the slope slightly changes in the domain labeled "C" because of the filtering of the EDF. Thus, in our cavity the pulse's spectral width is essentially limited by the BPF. Quite in contrast, the pulse energy [represented by the dotted curves in Figs. 5(b), 6(b), and 7(b)] does not vary monotonically with  $\Delta\nu_0$ , but passes through a minimum value and remains at this value over a domain labeled "A," which extends from  $\Delta\nu_0 = \Delta\nu_{0,1} \simeq 10$  nm (for the three values of average dispersion considered) to  $\Delta\nu_0 = \Delta\nu_{0,2} \approx 17$  nm (for  $\beta_{2av} = -1.27$  ps<sup>2</sup>/km), 25 nm (for  $\beta_{2av} = 0$ ), and 15 nm (for  $\beta_{2av} = 1.27$  ps<sup>2</sup>/km). Physically, domain A stretches around the gain bandwidth of the EDF, with an extent that depends on dispersion, reflecting the differences in dynamics among the three cases. Furthermore, one can clearly observe that the curve of evolution of the input pump power, which is represented in Figs. 5(c), 6(c), and 7(c), is similar to that of the pulse energy [dotted curve



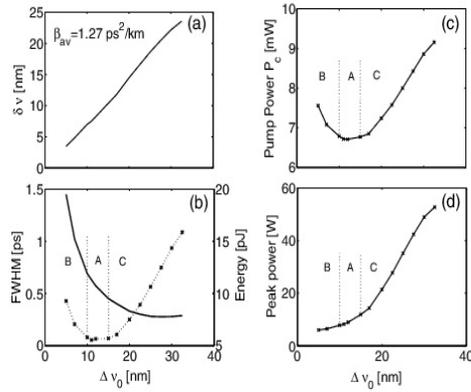
**Fig. 5.** Evolution of the following pulse parameters at the fragmentation point, when the BPF bandwidth  $\Delta\nu_0$  is varied, in the anomalous path-averaged dispersion case  $\beta_{av} = -1.27$  ps<sup>2</sup>/km: (a) pulse spectral width, (b) pulse temporal width (solid line) and pulse energy (dotted line), (c) maximum pump power for single pulse operation, (d) pulse peak power. Domains A, B, C refer to the impact of the BPF spectral filtering upon pulse energy; see main text.



**Fig. 6.** Evolution of the following pulse parameters at the fragmentation point, when the BPF bandwidth  $\Delta\nu_0$  is varied, in the zero path-averaged dispersion case  $\beta_{av} = 0$ : (a) pulse spectral width, (b) pulse temporal width (solid line) and pulse energy (dotted line), (c) maximum pump power for single pulse operation, (d) pulse peak power.

in Figs. 5(b), 6(b), and 7(b)], as can be expected when the overall losses remain about the same. In this context, Figs. 5(c), 6(c), and 7(c), show that the pump power before the fragmentation point is minimal in domain A. In this regard, it is worth noting in Figs. 5(c), 6(c), and 7(c) that the value of the pump power in the region A depends only slightly on the value of the average dispersion (for the three values of  $\beta_{2av}$  considered). In contrast, the width of domain A depends substantially on  $\beta_{2av}$ , and is clearly wider for  $\beta_{2av} = 0$ .

Although the pulse energy remains nearly constant in domain A, the pulse profile varies substantially within this domain. Indeed, as  $\Delta\nu_0$  increases from the bottom to the top of domain A, the pulse width decreases [as shown by the solid



**Fig. 7.** Evolution of the following pulse parameters at the fragmentation point, when the BPF bandwidth  $\Delta\nu_0$  is varied, in the normal path-averaged dispersion case  $\beta_{av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$ : (a) pulse spectral width, (b) pulse temporal width (solid line) and pulse energy (dotted line), (c) maximum pump power for single pulse operation, (d) pulse peak power.

curves in Figs. 5(b), 6(b), and 7(b)] entailing a significant increase of its peak power [as illustrated in Figs. 5(d), 6(d), and 7(d)]. Domain A is sandwiched between two domains labeled “B” and “C” in Figs. 5–7, in which the pulse energy varies strongly with  $\Delta\nu_0$ . In domain B, the impact of BPF filtering is strong compared to the EDF gain bandwidth, but quite paradoxically, the pulse energy decreases with a decrease of BPF filtering, i.e., as  $\Delta\nu_0$  increases. As in domain A, this is accompanied by a narrowing of the pulse profile. In domain C, where the BPF bandwidth becomes larger than the EDF gain spectral filtering, the evolution of the pulse profile differs depending on the value of the average dispersion. For  $\beta_{2av} = -1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$  and  $\beta_{2av} = 0$ , the pulse temporal width and pulse peak power vary in the same way, increasing along with  $\Delta\nu_0$ , whereas for  $\beta_{2av} = 1.27 \text{ ps}^2/\text{km}$  the pulse width decreases then reaches a plateau.

We propose the following interpretation: for a strong filtering effect, namely, in domain B, the intracavity dynamics in the normally dispersive EDF is significantly altered, and allows larger pulse energy for longer pulses. In domains A and C, with a weaker filtering effect, the intracavity pulse dynamics seems less affected. Still, the additional filtering strongly affects the pulse stability, and controls the location of the fragmentation point that is at the origin of the generation of multiple pulses. In particular, it is possible to reduce the stable single pulse domain, by tuning the BPF bandwidth in the “A” domain highlighted in Figs. 5–7. This enables the generation of multiple pulses in greater numbers at low pumping power, which finds practical utility in the design of harmonically mode-locked DM fiber lasers [23].

It may be noted in passing that, in Figs. 5(a), 6(a), and 7(a), a small difference appears in the slope of the curves of evolution of  $\delta\nu$  as a function of  $\Delta\nu_0$ , which results simply from a difference in the internal dynamics of the pulse depending on the average dispersion of the cavity, which affects frequency

chirping and self-phase modulation. Furthermore, another feature which deserves to be noted but which is not represented in Figs. 5–7, relates to a major parameter of the internal dynamics of pulses in dispersion-managed systems, namely, the breathing factor, defined as the ratio between the maximum temporal width of the pulse and its minimum width over one round trip of the cavity, i.e.,  $F \equiv \frac{\Delta T_{FWHM_{max}}}{\Delta T_{FWHM_{min}}}$ . Indeed, we have observed that, although the pulse width at the fragmentation point does not vary linearly with the bandwidth of the BPF [as can be seen in Figs. 5(b), 6(b), and 7(b)], the breathing factor increases almost linearly with the bandwidth of the BPF (typically, from 1.25 to 3.5, when  $\Delta\nu_0$  increases from 7 nm to 25 nm), in a way somewhat similar to the evolution curves of  $\delta\nu$  with  $\Delta\nu_0$ , i.e., with a slight change in the slope of the curve when  $\Delta\nu_0$  approaches 25 nm (bandwidth of the EDF). The fact that both the pulse spectral width and the pulse breathing factor vary quasi-linearly as a function of the bandwidth of the BPF, clearly indicates that the phenomenology of the fragmentation process is closely related to the filtering effect of the BPF.

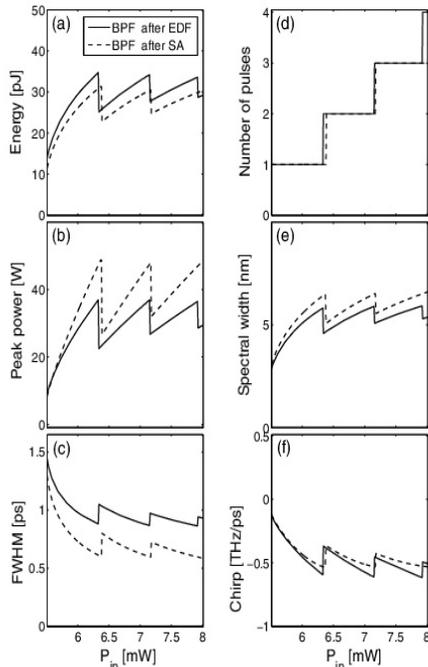
At this juncture, it is worth noting that all the above discussion relates to a cavity in which the BPF is placed just after the EDF, as shown in Fig. 1. Therefore, the question arises as to whether the precise position of the BPF in the cavity has an influence on the phenomenology of the process of fragmentation of stable states. To examine this question, we have performed a simulation of the evolution of pulse parameters as a function of the pump power, in a cavity where the BPF is inserted just after the SA. The result is represented by the dashed curves in Fig. 4, which highlight three important points when they are compared with the solid curves obtained when the BPF is placed just after the EDF:

(i) In the region ranging from very low pump powers up to the first fragmentation point, the pulse parameters are only very slightly dependent on the position of the filter within the cavity. Thus, it can clearly be seen in Fig. 4 that in the two cavities (with BPF just after the EDF, and with BPF located just after the SA) the first fragmentation point is about 6.57 mW.

(ii) In the power domain situated above at the first fragmentation point, the fragmentation points of the two cavities no longer coincide, and deviate more and more as the pump power increases. The deviations remain relatively moderate up to a pump power of about 8 mW, but become much larger beyond 8 mW. These great differences between the points of fragmentation of the two cavities necessarily result from a qualitative difference in the internal dynamics of the stable states of these cavities.

(iii) The most important point appears in Fig. 4(e), which shows that the peak values of the pulse’s spectral width (at fragmentation points) differ only very little in the two cavities, and are very close to 6.4 nm, over the entire power range considered. Clearly, this peak value of spectral width (FWHM) in the two cavities is limited by the bandwidth of the BPF.

On the other hand, it should be borne in mind that the results in Fig. 4 represent the pulse parameters recorded at the entrance of the EDF (i.e., just after the coupler) in the two cavities considered. Now, it is a well-known fact that in dispersion-managed fiber lasers, the pulse parameters can vary significantly depending on the position of the pulse in the



**Fig. 8.** Evolution of the pulse parameters recorded right after the BPF, when the pumping power  $P_{in}$  is increased: (a) energy per pulse, (b) pulse peak power, (c) pulse width, (d) number of pulses, (e) spectral width, (f) frequency chirping. The BPF width is  $\Delta\nu_0 = 10$  nm. The other system parameters are the same as in Fig. 4.

cavity. It is therefore useful to examine also the dynamical behavior of the pulse at another point of the cavity and the phenomenology of the fragmentation process during an increase in pump power. To this end, we have recorded the pulse parameters just after the BPF in both cavities. The results, as presented in Fig. 8, show that the phenomenology of the fragmentation process is qualitatively similar to that of Fig. 4. However, a close inspection of Figs. 8(a) and 8(b) reveals that the values of the energy and pulse's peak power evaluated at two points before the coupler are about 7 times larger than their respective values evaluated just after the coupler [see Figs. 4(a) and 4(b)]. This big gap between the values of these parameters is the result of the presence of an internal dynamics of great magnitude in the pulse intensity profile. In contrast, we can see in Figs. 8(e) and 8(f) that the internal dynamic of the spectral parameters of the pulse has a much smaller magnitude. In particular, Fig. 8(e) shows that the peak values of the pulse's spectral width do not exhibit significant difference in the two cavities and are approximately 6.4 nm over the entire range of power considered, which is virtually the same value as in Fig. 4. Clearly, the BPF plays a decisive role in the processes of fragmentation of the stable states of the laser, at any point in the cavity.

In this context, it is worth noting that the pulse dynamics in our dispersion-managed fiber laser architecture differ from the dynamics of true DM solitons in optical fiber transmission

lines. In the present case of the DM fiber laser, the dissipative physical effects have a strong impact, with the spectral filtering in particular. Therefore, the resulting pulses, whereas they follow some particular features of DM solitons (e.g., the pulse stretches and compresses twice per cavity round trip within most parameter ranges), they also belong to the general class of dissipative solitons, defined by the attractor resulting from a nonlinear gain/loss balance.

#### 4. CONCLUSION

We have shown that in passively mode-locked DM fiber lasers endowed with a fast monotonous saturable absorber, the stable  $N$ -pulse states have as notable feature that their spectral width significantly increases with the laser pumping rate. The intracavity filtering effects come into play by imposing a strict limit to the spectral broadening of pulses, so that crossing this limit generally causes an instability that results in the increase of the number of circulating pulses, namely, the multi-pulsing instability. This is at first sight a surprising feature resulting from the DM fiber laser architecture, in contrast with the stabilizing action of the spectral filter in fiber laser architectures promoting a monotonous chirp along the cavity [14,15]. However, our study showed that this behavior strongly depended on the magnitude of the filtering effect. We have shown that by inserting a bandpass filter, whose bandwidth can be tuned, allows a significant control of the multi-pulse stable domains. The control of stable single- and multiple-pulse states has various applications, such as the manipulation of light structures of specific profiles, e.g., light pulses used for binary modulation formats in telecom systems, soliton molecules proposed for multi-level modulation formats [31,32], and harmonic mode locking at multi-gigahertz repetition rates. We note that our conclusions are corroborated by another recent numerical study in [33], though the average dispersion is normal, the laser cavity employs partial dispersion management and includes a varying spectral filter as well. Figure 5 in [33] clearly demonstrates the impact of a narrow filter on the pulse breakup mechanism. As a final remark, it is worth noting that in our modeling of the propagation of the electric field within the intracavity fiber system, although we do not take into account higher-order effects such as third-order dispersion or the stimulated Raman scattering, such effects may cause small distortions of the pulse's temporal profile, or small quantitative changes in the fragmentation points at very high pump powers. However, we do not believe that these effects can qualitatively alter the general phenomenology of the fragmentation process, which fundamentally results from the blocking effect of the intracavity filtering, against the spectral broadening of pulses during an increase in the pump power of the gain medium.

**Funding.** CEFIPRA/Indo-French Centre for the Promotion of Advanced Research (IFCPAR) (5104-02); Science and Engineering Research Board (SERB)-DST; National Board for Higher Mathematics (NBHM); Department of Science and Technology, Ministry of Science and Technology (DST)-FCT; Council of Scientific and Industrial Research (CSIR), Government of India.

## REFERENCES

- W. H. Renninger, A. Chong, and F. W. Wise, "Area theorem and energy quantization for dissipative optical solitons," *J. Opt. Soc. Am.* **27**, 1978–1982 (2010).
- P. Grelu and N. Akhmediev, "Dissipative solitons for mode-locked lasers," *Nat. Photonics* **6**, 84–92 (2012).
- A. B. Grudinin, D. J. Richardson, and D. N. Payne, "Energy quantization in figure eight fibre laser," *IEEE Electron. Lett.* **28**, 67–68 (1992).
- M. J. Guy, D. U. Noske, and J. R. Taylor, "Generation of femtosecond soliton pulses by passive mode locking of an ytterbium-erbium figure-of-eight fiber laser," *Opt. Lett.* **18**, 1447–1449 (1993).
- D. Y. Tang, W. S. Man, and H. Y. Tam, "Stimulated soliton pulse formation and its mechanism in a passively mode-locked fibre soliton laser," *Opt. Commun.* **165**, 189–194 (1999).
- F. Gully, P. Grelu, N. Huot, G. Vienne, and G. Millot, "Stabilisation of mode-locking in fibre ring laser through pulse bunching," *IEEE Electron. Lett.* **37**, 745–746 (2001).
- A. K. Komarov and K. P. Komarov, "Multistability and hysteresis phenomena in passive mode-locked lasers," *Phys. Rev. E* **62**, R7607(R) (2000).
- A. K. Komarov, H. Leblond, and F. Sanchez, "Theoretical analysis of the operation regime of a passively mode-locked fiber laser through nonlinear polarization rotation," *Phys. Rev. A* **72**, 063811 (2005).
- F. Li, P. K. A. Wai, and J. N. Kutz, "Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities," *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 2068–2077 (2010).
- P. Grelu and J. M. Soto-Crespo, "Multisoliton states and pulse fragmentation in a passively mode-locked fibre laser," *J. Opt. B* **6**, S271–S278 (2004).
- S. Namiki and H. Haus, "Noise of the stretched pulse fiber laser. i. theory," *IEEE J. Quantum Electron.* **33**, 649–659 (1997).
- H. A. Haus, K. Tamura, L. E. Nelson, and E. P. Ippen, "Stretched-pulse additive pulse mode locking in fiber ring lasers: theory and experiments," *IEEE J. Quantum Electron.* **31**, 591–598 (1995).
- S. Babin, E. V. Podivilov, D. S. Kharenko, A. E. Bednyakova, M. P. Fedoruk, O. V. Shtyryina, V. L. Kalashnikov, and A. A. Apolonski, "SRS-driven evolution of dissipative solitons in fiber lasers," in *Nonlinear Optical Cavity Dynamics*, P. Grelu, ed. (Wiley-VCH, 2016), pp. 277–316.
- F. O. Ilday, J. R. Buckley, W. G. Clark, and F. W. Wise, "Self-similar evolution of parabolic pulses in a laser," *Phys. Rev. Lett.* **92**, 213902 (2004).
- A. Chong, J. Buckley, W. Renninger, and F. Wise, "All-normal-dispersion femtosecond fiber laser," *Opt. Express* **14**, 10095–10100 (2006).
- E. Ding, P. Grelu, and J. N. Kutz, "Dissipative soliton resonance in a passively mode-locked fiber laser," *Opt. Lett.* **36**, 1146–1148 (2011).
- K. Tamura, C. R. Doerr, L. E. Nelson, H. A. Haus, and E. P. Ippen, "Technique for obtaining high-energy ultrashort pulses from an additive-pulse mode-locked erbium-doped fiber ring laser," *Opt. Lett.* **19**, 46–48 (1994).
- S. K. Turitsyn, T. Schäfer, K. H. Spatschek, and V. K. Mezentsev, "Path-averaged chirped optical soliton in dispersion-managed fiber communication lines," *Opt. Commun.* **163**, 122–158 (1999).
- P. Grelu, J. Béal, and J. M. Soto-Crespo, "Soliton pairs in a fiber laser: from anomalous to normal average dispersion regime," *Opt. Express* **11**, 2238–2243 (2003).
- S. Chouli and P. Grelu, "Rains of solitons in a fiber laser," *Opt. Express* **17**, 11776–11781 (2009).
- B. G. Bale, S. Boscolo, J. N. Kutz, and S. K. Turitsyn, "Intracavity dynamics in high-power mode-locked fiber lasers," *Phys. Rev. A* **81**, 033828 (2010).
- S. Chouli, J. M. Soto-Crespo, and P. Grelu, "Optical spectra beyond the amplifier bandwidth limitation in dispersion-managed mode-locked fiber lasers," *Opt. Express* **19**, 2959–2964 (2011).
- W. He, M. Pang, C. Menyuk, and P. St. J. Russell, "Sub-100-fs 1.87 GHz mode-locked fiber laser using stretched soliton effects," *Optica* **3**, 1366–1372 (2016).
- H. Leblond, "The finite bandwidth of gain as a viscous friction," *Phys. Rev. A* **93**, 013830 (2016).
- A. Ghatak and K. Thyagarajan, *An Introduction to Fiber Optics* (Cambridge University, 1998).
- C. R. Giles and E. Desurvire, "Modeling erbium-doped fiber amplifiers," *J. Lightwave Technol.* **9**, 271–283 (1991).
- C. Barnard, P. Myslinski, J. Chrostowski, and M. Kavehrad, "Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* **30**, 1817–1830 (1994).
- A. F. Runge, C. Aguerarar, R. Provo, M. Erkintalo, and N. G. Broderick, "All-normal dispersion fiber lasers mode-locked with a nonlinear amplifying loop mirror," *Opt. Fiber Technol.* **20**, 657–665 (2014).
- B. Pedersen, "Small-signal erbium-doped fibre amplifiers pumped at 980 nm: a design study," *Opt. Quantum Electron.* **26**, S273–S284 (1994).
- M. Alsaleh, C. B. L. Mback, E. T. Felenou, P. T. Dinda, P. Grelu, and K. Porsezian, "Strength and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked lasers by means of collective coordinates," *J. Opt.* **18**, 075501 (2016).
- P. Rohrmann, A. Hause, and F. Mitschke, "Solitons beyond binary: possibility of fibre-optic transmission of two bits per clock period," *Sci. Rep.* **2**, 866 (2012).
- X. Mao, Y. Xiong, Y. Ma, X. Chen, and A. Maruta, "Bi-soliton generation and its properties in stretched pulse fiber ring laser," *Opt. Express* **22**, 28506–28516 (2014).
- Z. Wang, L. Zhan, X. Fang, and H. Luo, "Spectral filtering effect on mode-locking regimes transition: similariton-dissipative soliton fiber laser," *J. Opt. Soc. Am.* **34**, 2325–2333 (2017).

# Impact of Raman scattering on pulse dynamics in a fiber laser with narrow gain bandwidth

T Uthayakumar<sup>1,4</sup> , M Alsaleh<sup>1</sup> , J Igbonacho<sup>1</sup>, E Tchomgo Felenou<sup>1,2</sup>, P Tchofo Dinda<sup>1</sup>, Ph Grelu<sup>1</sup> and K Porsezian<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, 9 Av. A. Savary, B.P. 47870, 21078 Dijon Cedex, France

<sup>2</sup>National Advanced School of Engineering, University of Yaoundé I, B.P. 8390, Yaoundé, Cameroon

<sup>3</sup>Department of Physics, School of Physical, Chemical and Applied Sciences, Pondicherry University, Pondicherry 605014, India

<sup>4</sup>Department of Physics, Veltech Dr.RR & DR.SR University, Avadi, Chennai, Tamil Nadu 600062, India

E-mail: [magda.alsaleh@yahoo.com](mailto:magda.alsaleh@yahoo.com)

Received 21 January 2018, revised 28 March 2018

Accepted for publication 30 April 2018

Published 17 May 2018



CrossMark

## Abstract

We examine theoretically the multi-pulse dynamics in a dispersion-managed fiber laser, in which the pulse's spectral width is controlled by a pass-band filter. We show that in the domain of stable states with very narrow spectral width, i.e. which is one order of magnitude smaller than the bandwidth of the Raman gain of the intra-cavity fiber system, the Raman scattering (RS) significantly alters the multi-pulse dynamics. RS is found to have a greater impact in the immediate vicinity of some critical values of the pump power of the intra-cavity gain medium, where processes of pulse fragmentation occur. As a result, all the borders between the zones of stability of the multi-pulse states are altered, i.e. either shifted or suppressed.

Keywords: mode-locked, fibre laser, dispersion-managed, Raman scattering

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

## 1. Introduction

Raman scattering (RS) is an inelastic scattering of photons through a material medium [1]. This phenomenon consists of an energy exchange between incident photons and the atomic constituents of the matter, through vibrational excitations known as phonons. In standard silica optical fibers, RS gives rise to light amplification in the low frequency part of the spectrum, over a spectral band of the order of 30 THz, with a peak gain located approximately at 13 THz from the carrier frequency of the incident light [1–5]. Consequently, in principle, a light field propagating in an optical fiber should be subject to RS only if its spectrum is sufficiently large, i.e. of the order of the bandwidth of Raman gain. Conversely, RS is generally regarded as having a negligible effect on light fields of low power and a narrow spectrum (compared to the bandwidth of Raman gain). Such light fields are generated in numerous mode-locked fiber lasers operating in the regime of

moderate peak power [6–12]. These lasers can generate a large variety of mono- and multi-pulse structures, which have been so far considered as being virtually insensitive to RS, because of their narrow spectrum and their low peak power. For instance, in an erbium-doped fiber (EDF) amplifier, the bandwidth peaks at about 25 nm (3.12 THz). Over this bandwidth, the Raman gain in standard silica fibers is one order of magnitude lower than the value of the peak gain at 13 THz. This fact can actually incite us to neglect the Raman effect. We also point out that there are fiber laser architectures where the Raman effect can play an important role at high pumping power, leading for instance to multicolor solitons [13, 14], soliton explosion [15] and optical rogue wave phenomena [16].

In the present work, we wish to investigate precursor signatures of the Raman effect in fiber laser dynamics under low or moderate pumping power conditions. Precisely, we examine the multi-pulse structures in a dispersion-managed

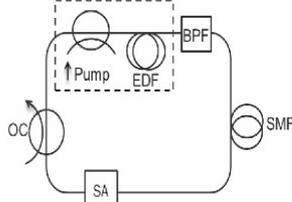


Figure 1. Schematic of the fiber laser cavity.

fiber laser using an EDF amplifier as the gain medium, in which the pulse spectral width is controlled by a pass-band filter. We show that RS significantly alters the multi-pulse dynamics, even in the domains of stable states with very narrow spectra, in which this phenomenon is generally considered as having a negligible impact. In particular, we show that RS has a greater impact in the immediate vicinity of some critical values of the pump power of the gain medium, where processes of pulse fragmentation occur [7, 17]. As a result, all the borders between the zones of stability of the multi-pulse states are altered.

## 2. Modeling of the intra-cavity pulse propagation

We consider a standard dispersion-managed cavity, which is quite similar to the fiber laser setups investigated in previous works [9, 10, 12, 18]. The laser architecture is shown in figure 1. It comprises an EDF with normal dispersion at 1.55  $\mu\text{m}$  (amplifier medium), a band-pass filter (BPF), a section of single mode fiber (SMF) with anomalous dispersion, a saturable absorber (SA) and an output coupler (OC). Here, it is worth noting that the SMF is used to control the average dispersion of the cavity. The BPF allows us to control the effects of filtering, and particularly, to control the spectral width of the pulses generated by the cavity [18, 19].

The SA is modeled by the following instantaneous transfer function [9, 10]:  $P_o = T P_i$ , where  $T \equiv T_0 + \frac{\Delta T P_i}{P_i + P_{sat}}$  describes the transmission of the SA,  $T_0$  is its transmissivity at low signal,  $\Delta T$  the transmission contrast,  $P_{sat}$  the saturation power, while  $P_i$  ( $P_o$ ) designates the instantaneous input (output) optical power. At time  $t$  and distance  $z$  within the cavity, the light power is given by  $P(z, t) \equiv |\psi(z, t)|^2$ , where  $\psi(z, t)$  refers to the electric field. The other lumped elements of the laser cavity (coupler, fiber splices) only affect the pulse amplitude linearly.

On the other hand, the action of RS on the intracavity field  $\psi$  propagating in the fiber system (SMF or EDF) may be described by the following relation [2, 20, 21]:

$$\begin{aligned} R[\psi] &= i \gamma \rho \psi \int_0^{\infty} \chi_R(s) |\psi|^2(t-s) ds \\ &= i \gamma \rho \psi F^{-1}[\tilde{\chi}_R(\omega) \cdot |\tilde{\psi}|^2], \end{aligned} \quad (1)$$

where  $F^{-1}$  represents the inverse Fourier transform, and a tilde ‘ $\sim$ ’ over a quantity represents the Fourier transform of that quantity.  $\tilde{\chi}_R$  represents the Raman susceptibility, and  $\rho$

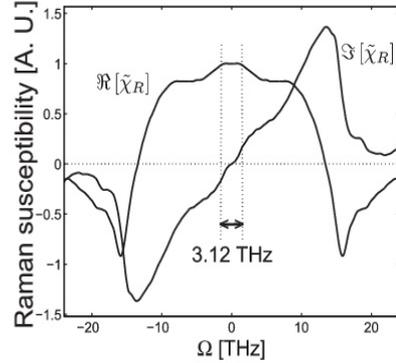


Figure 2. Measured real and imaginary parts of the Raman susceptibility of fused silica ( $\text{SiO}_2$ ) [2, 3].

represents the fractional contribution of the RS to the total nonlinearity, which is taken to be 0.18 [2–4]. Figure 2 represents the measured complex Raman susceptibility of the amorphous silica ( $\text{SiO}_2$ ) [1–4], a main constituent of standard optical fibers. Typically, the imaginary part of  $\tilde{\chi}_R$  is obtained from direct measurement of the Raman gain as a function of signal detuning, and the real part calculated from the imaginary part via the Kramers-Kronig relations. The term  $\Re[\tilde{\chi}_R]$  corresponds to the *real part* of  $\tilde{\chi}_R$ . In general, this term has only a marginal impact on the dynamics of the light field [21, 22]. In contrast, the term  $\Im[\tilde{\chi}_R]$ , which designates the *imaginary part* of  $\tilde{\chi}_R$ , may have dramatic consequences on the dynamics of the light field [21–24]. Indeed, the term  $\Im[\tilde{\chi}_R]$  corresponds to the Raman gain, which is responsible for the transfer of energy from the upper to the lower part of the light spectrum. A key point to note in figure 2 is that, over the entire spectral width of 3.12 THz, which is the typical bandwidth of an EDF amplifier, the Raman gain is extremely low. It is precisely this fact that has so far led to total neglect of the impact of RS on the dynamics of this type of laser cavity.

Here, the values of the Raman parameters correspond to those of the pure  $\text{SiO}_2$  material [1–4]. The precise values of the Raman parameters depend upon the type and quantity of the dopants used in the manufacturing of a given fiber and may differ more or less from those considered here, especially in special fibers [25]. Nevertheless, the assessment procedure that will be described in what follows is general and applicable to any type of fiber system.

The optical field propagation through the intra-cavity fibers in the presence of Raman susceptibility can be modeled by the nonlinear Schrödinger equation (NLSE) of the following form [5, 21]:

$$\begin{aligned} \psi_z + \frac{i \beta_{2k}}{2} \psi_{tt} \\ = i(1 - \rho) \gamma_k |\psi|^2 \psi + \frac{g}{2} \psi - \frac{\alpha_k}{2} \psi + R[\psi], \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\psi$  represents the electric field at time  $t$  and at distance  $z$  of the fiber.  $\beta_{2k}$ ,  $\alpha_k$  and  $\gamma_k$  represents the second order dispersion, losses and nonlinear coefficient, respectively, referred to by index  $k$  ( $k = \text{EDF or SMF}$ ). For the passive fiber

(SMF),  $g = 0$ , whereas for the active fiber (EDF)  $g = g(z, P_{av}, \omega_s)$  calculated at the signal frequency  $\omega_s$ , as a function of the propagation distance  $z$ , from the rate equations for the pump and signal power at a given longitudinal position  $z$  along the active fiber [18, 26–28]. The procedure for calculating  $g(z, P_{av}, \omega_s)$  is detailed in appendix A. In the right-hand side of the equation (2), the term  $R[\psi]$  is defined by relation (1). The NLSE (2) is numerically solved by means of the split-step Fourier method [5].

We used the following typical parameters for the fiber cavity elements [10, 12, 18]:

- (i) EDF:  $\gamma = 3.6 \times 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ; length  $L_{EDF} = 4.5 \text{ m}$ ;  $\beta_2 = 16 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ .
- (ii) SMF:  $\gamma = 1.3 \times 10^{-3} \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ;  $\beta_2 = -21.7 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ;  $A_{eff} = 78.5 \mu\text{m}^2$ . We use a fiber length  $L_{SMF} = 3.3 \text{ m}$ , so that the average dispersion is null.
- (iii) SA:  $T_0 = 0.70$ ;  $\Delta T = 0.30$ ;  $P_{sat} = 10 \text{ W}$  [10].

We consider a BPF with a Gaussian spectral profile:  $\Pi(\omega) = \exp[-4 \log(2)\omega^2/\Delta\Omega_0^2]$ , where  $\Delta\Omega_0 = 2\pi\Delta\nu_0$  is the filter bandwidth.

### 3. Results and discussions

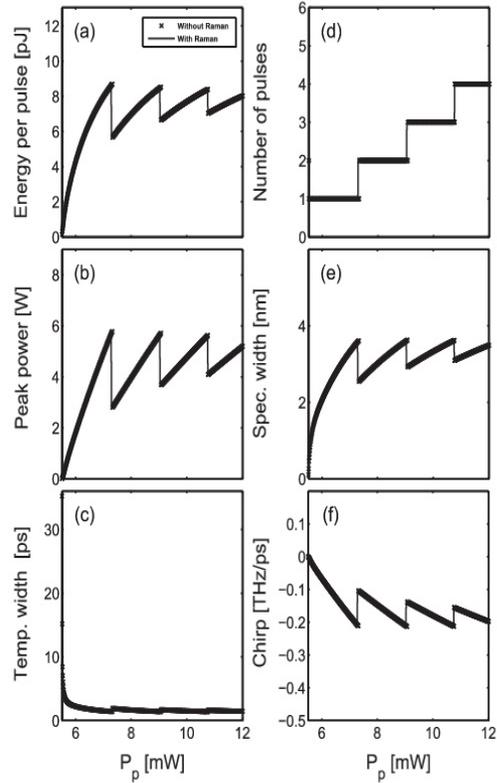
We examined the impact of RS in the structuring of the stable states of the cavity, for different sizes of the filter bandwidth, over a power range going from 5.5 mW up to 12 mW. We have systematically performed two sets of numerical simulations. In the first set, the NLSE (2) is solved without the Raman term (i.e. simply by setting  $\rho = 0$ ). In the second set of simulations, we include RS ( $\rho = 0.18$ ).

To obtain the parameter regions that give rise to multi-pulse dynamics, we started by determining the mode-locking threshold, that is, the lowest pump power ( $P_p^0$ ) which gives rise to a single pulse in the cavity. Then, we gradually increased the pump power, until entering the multi-pulse regime. To have a clear overview of the way the stable state evolves with a gradual raise of the pump power denoted hereafter as  $P_p$ , we have used a method of characterization of light pulses, called the *moments method*, briefly presented in appendix B, which allows us to determine in a relatively reliable way the major parameters of each pulse generated by the laser (once the pulse field  $\psi$  is known by numerically solving the propagation equation (2)) [12, 29].

We qualitatively obtained different results depending on the size of the filter bandwidth. For sake of clarity, we display the different cases separately.

#### 3.1. Cavity with a BPF of bandwidth $\Delta\nu_0 = 5 \text{ nm}$ (0.624 THz)

Figure 3 shows the evolution of the parameters of the stable states as a function of the pump power that we have obtained for a BPF of bandwidth  $\Delta\nu_0 = 5 \text{ nm}$ . We determined the pulse parameters by means of the moment method [18]. The solid curves indicate the results of the simulations including the Raman effect, while the small crosses indicate the results of the simulations without the Raman effect. It should be



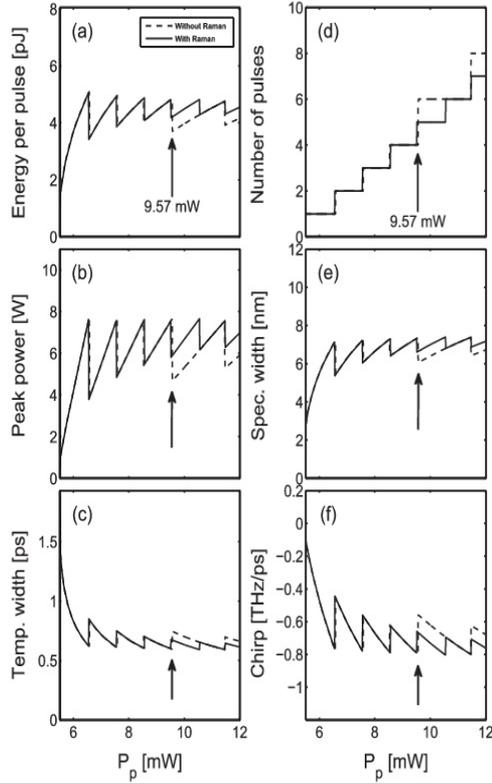
**Figure 3.** Evolution of the pulse parameters as a function of pump power  $P_p$ , for a cavity with  $\Delta\nu_0 = 5 \text{ nm}$ . (a) Energy, (b) peak power, (c) temporal width (FWHM), (d) number of pulses within the cavity, (e) spectral width and (f) chirp.

noted in figure 3 that in the pump power range considered, at certain critical powers, the pulse parameters execute large jumps. Those critical powers have been identified as being *fragmentation points*, i.e. pump powers where the stable state breaks up and restructures itself so as to change the number of pulses within the cavity [18].

One can clearly observe in figure 3 that over the power range considered, a cascade of fragmentation processes occurs, increasing the number of pulses within the cavity from one to four. But the most striking point in figure 3 is that the results of the simulations with RS and without RS coincide. This indicates that in the cavity equipped with a BPF of 5 nm of bandwidth, the RS has a negligible effect. Here, the inaction of the RS is due, in part, to a relatively low pump power level, and for a large part, to a spectral pulse width (0.44 THz) which is very small as compared to the bandwidth of the Raman gain ( $\sim 30 \text{ THz}$ ).

#### 3.2. Cavity with $\Delta\nu_0 = 10 \text{ nm}$ (1.25 THz)

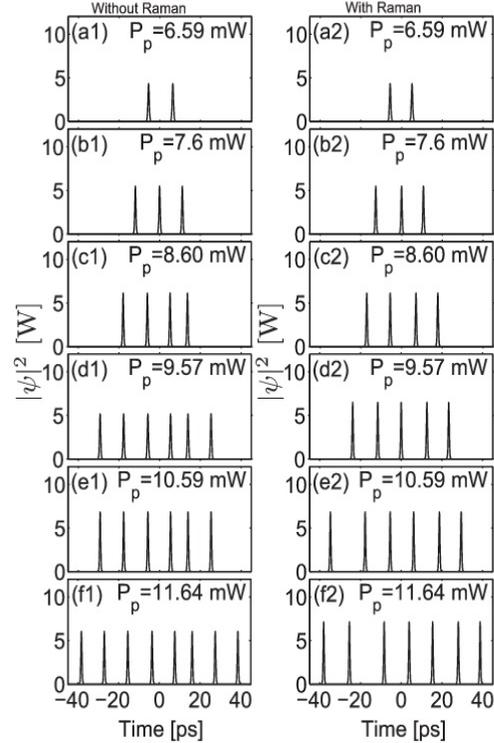
We performed the same simulations as in the case of figure 3, but with a cavity equipped with a BPF of bandwidth



**Figure 4.** Evolution of the pulse parameters as a function of pump power  $P_p$ , for a cavity with  $\Delta\nu_0 = 10$  nm. (a) Energy, (b) peak power, (c) temporal width (FWHM), (d) number of pulses within the cavity, (e) spectral width and (f) chirp.

$\Delta\nu_0 = 10$  nm. The results are visible in figure 4, which shows that RS has no appreciable effect at low pump power. However, a careful inspection of figure 4 reveals that RS starts having a significant effect from the pump power of 9.57 mW, which is the pump power that causes the fourth process of fragmentation, as shown in figure 4(d). Beyond this power, the domains of existence of the different multi-pulse states are necessarily modified by the RS. More generally, in the simulation without RS, the gradual increase in the pump power over the power range considered, leads to a total of six fragmentation processes (see figure 4(d)), whereas the simulation with RS displays five fragmentations. It is then clear in figure 4 that the RS causes shifts of borders between the different multi-pulse regions, which impacts the cartography of the stable states of this type of fiber lasers.

An even clearer picture of the impact of RS is obtained by simply observing the temporal profile of the pulses generated for different pump powers. Figures 5(a1)–(a2), (b1)–(b2) and (c1)–(c2), which show the temporal profiles of stable states in the region of low pump power ( $P_p \leq 8.60$  mW), do not reveal any impact of RS. Conversely, figures 5(d1)–(d2), obtained for  $P_p = 9.57$  mW, exhibit a dramatic effect of RS.

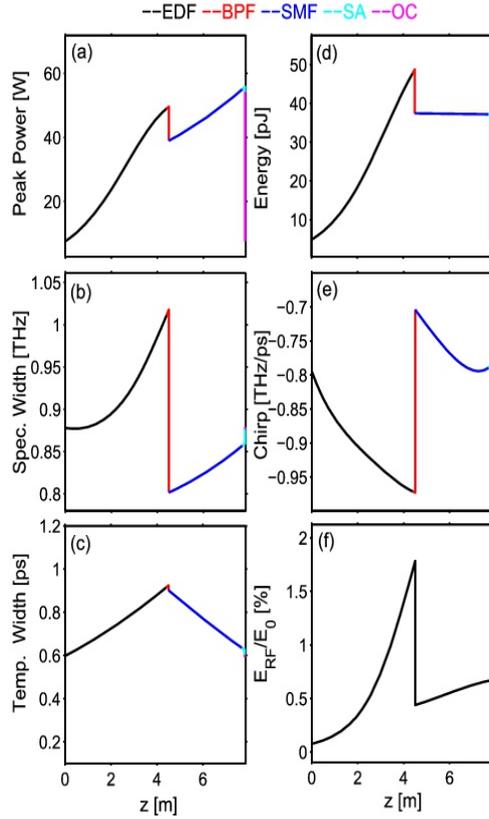


**Figure 5.** Temporal profiles of the stable states at the entrance of the EDF, for different values of  $P_p$ .

Indeed, the simulation without RS predicts a stable state with six pulses within the cavity (figure 5(d1)), whereas the simulation taking the RS into account leads to a stable state with five pulses (figure 5(d2)). There is also a similar difference between the number of pulses generated for the power  $P_p = 11.64$  mW, as illustrated in figures 5(f1) and (f2).

Thus, the results in figures 4 and 5 clearly demonstrate a considerable impact of RS on the mapping of multi-pulse states, both qualitatively and quantitatively. However, such a strong impact of RS is still surprising, given the very low level of the Raman gain over the bandwidth of the BPF (i.e. 1.248 THz).

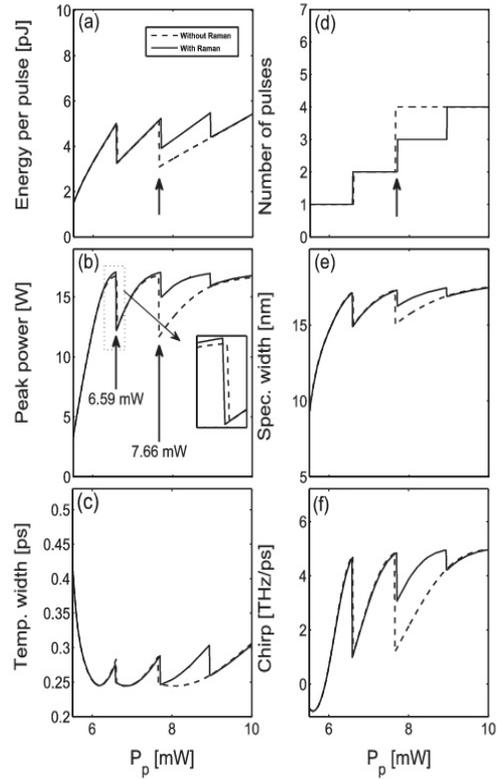
To interpret these results, it is important to keep in mind that the two major conditions that favor the onset of RS and strengthen its impact on light pulses are the following: a relatively large pulse's spectral width, and a high peak power [21, 30, 31]. In this context, a close examination of the evolution of the peak power and the spectral width in figures 4(b) and (e) shows that these two parameters oscillate, reaching their maximum values just before the fragmentation points. In other words, in this laser cavity, the impact of RS does not increase linearly with the pump power of the gain medium. Its impact is enhanced in the immediate vicinity of the fragmentation points, i.e. in the border areas between the different multi-pulse states. On the other hand, with the cavity



**Figure 6.** Evolution of the pulse parameters over a roundtrip in the cavity, for  $P_p = 9.57$  mW. (a) Peak power, (b) spectral width, (c) temporal width (FWHM), (d) pulse energy, (e) chirp and (f) normalized residual field energy. The different colors reflect the various fiber segments.

considered being made up of two types of fibers (SMF and EDF) with dispersion coefficients of different signs, which leads to strong internal dynamics, the question arises as to whether the Raman effects highlighted above are generated in only one of the two fibers, or in both fibers. To answer this question, we think it is useful to have an overview of the evolution of the pulse parameters over a round trip of the cavity, for the pump power  $P_p = 9.57$  mW corresponding to the fourth fragmentation point in figure 4(d).

The results of this simulation are represented in figure 6, which shows the strong internal dynamics of all the major parameters of the pulse, and reveals a significant effect of RS on all the pulse parameters, over the entire laser cavity. In particular, the pulse peak powers is sufficiently high to induce RS at the end of the EDF. Note that in figure 6(f), the quantity  $E_{RF}$  is a term derived from the theory of collective coordinates [12], called *residual-field energy*, and  $E_0$  is the pulse energy at the entrance of the EDF. The quantity  $E_{RF}/E_0$  in figure 6(f) serves to measure the quality of the characterization given by



**Figure 7.** Evolution of the pulse parameters as a function of pump power  $P_p$ , for a cavity with  $\Delta\nu_0 = 25$  nm. (a) Energy, (b) peak power, (c) temporal width (FWHM), (d) number of pulses within the cavity, (e) spectral width and (f) chirp.

the moment method [12]. The quality of the characterization is even better when the value of  $E_{RF}/E_0$  is small.

### 3.3. Cavity with $\Delta\nu_0 = 25$ nm (3.12 THz)

We have found that RS has no appreciable effect in a cavity equipped with a BPF of 5 nm of bandwidth (see figures 3), and that its impact becomes clearly appreciable for a filter's bandwidth of 10 nm (see figure 4). This suggests that a filtering with large bandwidth allows us to generate pulses with large spectral width, which are more prone to RS. To confirm this observation, we performed simulations similar to those of figures 3 and 4, but with  $\Delta\nu_0 = 25$  nm. The results are represented in the figure 7, which remarkably confirm a stronger impact of RS for  $\Delta\nu_0 = 25$  nm. Indeed, for  $\Delta\nu_0 = 10$  nm the impact of the RS begins to manifest itself in a dramatic way as from a pump power of  $\sim 9.5$  mW, while for  $\Delta\nu_0 = 25$  nm, this power level drops to  $\sim 7$  mW. The results of the figure 7 also confirm that the impact of RS is exacerbated at the fragmentation points.

#### 4. Conclusions

Dispersion-managed fiber lasers have a wealth of dynamical behaviors, such that it is often difficult to evaluate the real impact of the various propagation phenomena involved in these lasers. In this study, we have shown that RS, which has been systematically overlooked in the analysis of the dynamical behavior of low-peak-power mode-locked fiber lasers operating in spectral bands much smaller than the bandwidth of the Raman gain of silica fibers, can nevertheless have a significant impact in the structuring of the stable states of the laser. We have demonstrated that RS can significantly alter the cartography of multi-pulse states, but its impact on the laser dynamics does not increase linearly with the pump power. Its impact appears clearly only in the immediate vicinity of the fragmentation points, i.e. in the border areas between the different multi-pulse states. As a result, the borders between the zones of stability of multi-pulse states are either shifted or suppressed. We have found that this impact of RS does not result from its exclusive action but rather from the combined action of the RS and the intracavity filtering that may be induced by the gain curve of the amplifying medium, or a band-pass filter. The impact of RS is all the more pronounced that the bandwidth of the intra-cavity filtering is large.

Thus, the present work shows that RS cannot be systematically ignored in the analysis and interpretation of the dynamical behavior of light pulses in dispersion-managed fiber lasers. In such cavities, even when the bandwidth of the intra-cavity filtering is much smaller than the bandwidth of the Raman gain, the internal dynamics induced by dispersion management allows the pulse to reach sufficiently high peak power and spectral widths in certain parts of the cavity to trigger RS effects. Multi-pulse dynamics has been employed as a sensitive revealer of such effects among mode-locked fiber lasers of moderate peak power.

#### Acknowledgments

We acknowledge support from the CEFIPRA/IFCPAR through project No. 5104-2. K P thanks DST-SERB, NBHM, IFCPAR and CSIR, the Government of India, for financial support through major projects.

#### Appendix A. Calculation of the gain coefficient of the EDF

In the cavity considered in the present work, the gain medium is an EDF, which is modeled by the NLSE (2), in which the gain coefficient  $g$  is calculated at the signal frequency  $\nu_s$ , as a function of the propagation distance  $z$  and the average power  $P_{av}$  at the input facet of the EDF. Our idea is to provide a sufficiently accurate modeling of gain saturation effects, as well as the effects of gain dispersion, which participate in the multi-pulsing instability. The value of  $P_{av}$  is related to the total field energy  $E$ , as follows:

$P_{av}(z) \equiv \frac{E(z)}{\tau_{RT}} = \frac{1}{\tau_{RT}} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, z)|^2 dt$ , where  $\tau_{RT}$  designates the cavity round trip time. Here, we consider a standard EDF with a pump at 980 nm, in which both the pump and the signal copropagate in the single transverse mode regime. The power dynamics along the fiber is given by the following rate equations [26, 27]:

$$\frac{dP_p}{dz} = -\sigma_p^a n_1 N_0 \Gamma_p P_p \quad (\text{A.1a})$$

$$\frac{dP_s}{dz} = [\sigma_s^e(\nu_s) n_2 - \sigma_s^a(\nu_s) n_1] N_0 \Gamma_s(\nu_s), \quad (\text{A.1b})$$

where  $P_p$  and  $P_s$  designate the pump and signal power at a given longitudinal position  $z$  along the active fiber.  $N_0$  is the total density of erbium ions,  $\sigma_p^a$  is absorption cross section for the pump,  $\sigma_s^a$  and  $\sigma_s^e$  are the absorption and emission cross sections for the signal,  $n_2$  ( $n_1$ ) is the fraction of erbium ions in the excited state (ground state),  $\Gamma_p$  ( $\Gamma_s$ ) is the modal overlap factor introduced to account for the fact that some fraction of the pump (signal) power propagates in the undoped cladding of the EDF [27, 32]. After calculating the steady-state values of the population densities,  $n_1$  and  $n_2$ , we solve equations (A.1) by means of the standard Runge-Kutta algorithm, and obtain the gain coefficient amplitude as [28]:  $g(z, P_{av}, \nu_s) = \frac{1}{P_s(z)} \frac{dP_s(z)}{dz}$ .

For our simulations, we use the following typical values of commercial fibers: core radius  $r_c = 1.5 \mu\text{m}$ ;  $N_0 = 6.8 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ ;  $\sigma_p^a = 2.17 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ . The values of  $\sigma_s^a(\nu_s)$  and  $\sigma_s^e(\nu_s)$  are taken from [33].

#### Appendix B. Method of characterization of light pulses

A better overview of the pulse dynamical behaviour can be obtained by means of an appropriate characterization tool, such as the moment method, where one assumes that the pulse profile may be relatively well represented by a chirped Gaussian ansatz, such as:

$$\psi(z, t) \simeq f = X_1 \exp\left[-\frac{(t - X_2)^2}{X_3^2}\right] \times \exp\left\{i\left[\frac{X_4}{2}(t - X_2)^2 + X_5(t - X_2) + X_6\right]\right\}, \quad (\text{B.1})$$

where the parameters  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  and  $X_6$  represent the pulse amplitude, temporal position, width, chirp, offset frequency, and phase constant, respectively. The first moments are then given by the following formulas [12, 34]:

$$X_1 = \sqrt{\frac{E_0 \sqrt{2}}{X_3 \sqrt{\pi}}}, \quad X_2 = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi|^2 dt, \quad E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dt, \quad (\text{B.2a})$$

$$X_3 = 2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi|^2 dt / E_0 - X_2^2 \right]^{1/2}. \quad T \equiv t - X_2, \quad (\text{B.2b})$$

$$X_4 = \frac{i}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} T^2 |\psi|^2 dt \right]^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} T(\psi\psi_t^* - \psi^*\psi_t) dt. \quad (\text{B.2c})$$

We define more practical pulse parameters as follows: peak power  $P_p \equiv X_1^2$ ; temporal width  $\Delta T_{FWHM} \equiv \sqrt{2 \ln(2)} X_3$ ; chirp  $C \equiv X_4/2$ ; spectral width  $\Delta \nu_{FWHM} \equiv \frac{\sqrt{2(4 + X_1^2 X_3^4) \ln(2)}}{2\pi X_3}$ .

### ORCID iDs

T Uthayakumar  <https://orcid.org/0000-0003-2908-5709>

M Alsaleh  <https://orcid.org/0000-0002-5418-4808>

### References

- [1] Stolen R H 1970 Raman scattering and infrared absorption from low lying modes in vitreous SiO<sub>2</sub>, GeO<sub>2</sub>, and B<sub>2</sub>O<sub>3</sub> *Phys. Chem. Glasses* **11** 83–7
- [2] Hellwarth R 1979 Third-order optical susceptibilities of liquids and solids *Prog. Quantum Electron.* **5** 1–68
- [3] Stolen R H, Gordon J P, Tomlinson W J and Haus H A 1989 Raman response function of silica-core fibers *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 1159
- [4] Dougherty D J, Kärtner F X, Haus H A and Ippen E 1995 Measurements of the Raman gain spectrum of optical fibers *Opt. Lett.* **20** 31
- [5] Agrawal G P 2013 *Nonlinear Fiber Optics* 5th edn (San Diego, CA: Academic)
- [6] Grelu P and Akhmediev N 2012 Dissipative solitons for mode locked lasers *Nat. Photonics* **6** 84–92
- [7] Haboucha A, Komarov A, Leblond H, Sanchez F and Martel G 2008 Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers *Opt. Fiber Technol.* **14** 262–7
- [8] Bale B G, Boscolo S and Turitsyn S K 2009 Dissipative dispersion-managed solitons in mode-locked lasers *Opt. Lett.* **34** 3286
- [9] Bale B G, Boscolo S, Kutz J N and Turitsyn S K 2010 Intracavity dynamics in high-power mode-locked fiber lasers *Phys. Rev. A* **81** 1–9
- [10] Chouli S, Soto-Crespo J M and Grelu P 2011 Optical spectra beyond the amplifier bandwidth limitation in dispersion-managed mode-locked fiber lasers *Opt. Express* **19** 2959–64
- [11] Nishizawa N, Nozaki Y, Itoga E, Kataura H and Sakakibara Y 2011 Dispersion-managed, high-power, Er-doped ultrashort-pulse fiber laser using carbon-nanotube polyimide film *Opt. Express* **19** 21874
- [12] Alsaleh M, Mback C B L, Tchomgo Felenou E, Tchofo Dinda P, Grelu P and Porsezian K 2016 Strength and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked lasers by means of collective coordinates *J. Opt.* **18** 075501
- [13] Babin S, Podivilov E V, Kharenko D S, Bednyakova A E, Fedoruk M P, Kalashnikov V L and Apolonski A 2014 Multicolour nonlinearly bound chirped dissipative solitons *Nat. Commun.* **5** 4653
- [14] Babin S et al 2016 SRS-driven evolution of dissipative solitons in fiber lasers *Nonlinear Optical Cavity Dynamics* ed P Grelu (Weinheim: Wiley) ch 12
- [15] Runge A F J, Broderick N G R and Erkintalo M 2015 Observation of soliton explosions in a passively mode-locked fiber laser *Optica* **2** 36
- [16] Lecaplain C and Grelu P 2014 Rogue waves among noise-like pulse laser emission: an experimental investigation *Phys. Rev. A* **90** 013805
- [17] Grelu P and Soto-Crespo J M 2004 Multisoliton states and pulse fragmentation in a passively mode-locked fiber laser *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **6** S271–8
- [18] Alsaleh M, Uthayakumar T, Tchomgo Felenou E, Tchofo Dinda P, Grelu P and Porsezian K 2018 Pulse breaking through spectral filtering in mode-locked fiber lasers *J. Opt. Soc. Am. B* **35** 276–83
- [19] Li X et al 2012 All-fiber dissipative solitons evolution in a compact passively Yb-doped mode-locked fiber laser *IEEE J. Lightwave Technol.* **30** 2502–7
- [20] Tchofo Dinda P, Wabnitz S, Coquet E, Sylvestre T, Maillotte H and Lantz E 1999 Demonstration of stimulated-Raman-scattering suppression in optical fibers in a multifrequency pumping configuration *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 757
- [21] Tchofo Dinda P, Labruyere A and Nakkeeran K 2004 Theory of Raman effect on solitons in optical fibre systems: impact and control processes for high-speed long-distance transmission lines *Opt. Commun.* **234** 137–51
- [22] Tchofo Dinda P, Seve E, Millot G, Sylvestre T, Maillotte H and Lantz E 2001 Raman-assisted three-wave mixing of non-phase-matched waves in optical fibres: application to wide-range frequency conversion *Opt. Commun.* **192** 107–21
- [23] Hsieh A S Y, Murdoch S G, Coen S, Vanholsbeeck F, Leonhardt R and Harvey J D 2007 Combined effect of Raman and parametric gain on single-pump parametric amplifiers *Opt. Express* **13** 8104–14
- [24] Hsieh A S Y, Murdoch S G, Coen S, Leonhardt R and Harvey J D 2007 Influence of Raman susceptibility on parametric amplification in optical fibers *Opt. Lett.* **32** 521–3
- [25] Lin C 1983 Designing optical fibers for frequency conversion and optical amplification by stimulated Raman scattering and phase-matched four-photon mixing *J. Opt. Commun.* **4** 2–9
- [26] Ghatak A and Thyagarajan K 1998 *An Introduction to Fiber Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [27] Giles C R and Desurvire E 1991 Modeling erbium-doped fiber amplifiers *IEEE J. Lightwave Technol.* **9** 271–83
- [28] Runge A F J, Aguergeray C, Provo R, Erkintalo M and Broderick N G R 2014 All-normal dispersion fiber lasers mode-locked with a nonlinear amplifying loop mirror *Opt. Fiber Technol.* **20** 657–65
- [29] Turitsyn S K, Gabitov I, Laedke E W, Mezentsev V K, Musher S L, Shapiro E G, Schafer T and Spatschek K H 1998 Variational approach to optical pulse propagation in dispersion compensated transmission systems *Opt. Commun.* **151** 117–35
- [30] Gordon J P 1986 Theory of the soliton self-frequency shift *Opt. Lett.* **11** 662
- [31] Santhanam P and Agrawal G P 2002 Raman-induced timing jitter in dispersion-managed optical communication systems *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **8** 632
- [32] Barnard C, Mysliński P, Chrostowski J and Kavehrad M 1994 Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers *IEEE J. Quantum Electron.* **30** 1817–30
- [33] Pedersen B 1994 Small-signal erbium-doped fibre amplifiers pumped at 980 nm: a design study *Opt. Quant. Electron.* **26** 273–84
- [34] Turitsyn S K, Schafer T, Spatschek K H and Mezentsev V K 1999 Path-averaged chirped optical soliton in dispersion-managed fiber communication lines *Opt. Commun.* **163** 122–58



# Bibliographie

- [1] T. H. MAIMAN. *Stimulated optical radiation in ruby masers*. Nature, 187 :493–494, 1960.
- [2] E. SNITZER. *Proposed fibre cavities for optical masers* . Journal of Applied Physics, 32 :36–39, 1961.
- [3] E. SNITZER. *Optical maser action of Nd+3 in a barium crown glass* . Physical Review Letters, 7 :444–446, 1961.
- [4] S. B. POOLE, D. N. PAYNE and M. E. FERMAN. *Fabrication of low-loss optical fibres containing rare-earth ions*. Electronics Letters, 21 :737–738, 1985.
- [5] D. C. HANNA, I. M. JAUNCEY, R. M. PERCIVAL, I. R. PERRY, R. G. SMART, P. J. SUNI, J. E. TOWNSEND and A. C. TROPPER. *Continuous-wave oscillation of a monomode thulium-doped fibre laser*. Electronics Letters, 24 :1222–1223, 1988.
- [6] D. C. HANNA R. M. PERCIVAL R. G. SMART, J. E. TOWNSEND and A. C. TROPPER. *Continuous-wave oscillation of holmium-doped silica fibre laser*. Electronics Letters, 25 :593–594, 1989.
- [7] D. C. HANNA, R. M. PERCIVAL, I. R. PERRY, R. G. SMART, P. J. SUNI, J. E. TOWNSEND and A. C. TROPPER. *Continuous-wave oscillation of a monomode ytterbium-doped fibre laser*. Electronics Letters, 24 :1111–1113, 1988.
- [8] J. Y. ALLAIN, J. F. BAYON, M. MONNERIE, P. BERNAGE, and P. NIAY. *Ytterbium-doped silica fiber laser with intracore Bragg gratings operating at 1.02 $\mu$ m*. Electronics Letters, 29 :39, 1993.

- 
- [9] R. J. MEARS, L. REEKIE, I. M. JAUNCEY and I. R. PAYNE. *Low-noise erbium-doped fibre amplifier operating at  $1.54\mu\text{m}$* . Electronics Letters, 22 :1026–1028, 1987.
- [10] E. DESURVIRE. *Erbium Doped amplifiers : principles and applications*. Wiley, 1994.
- [11] I. P. ALOCOCK A. I. FERGUSON D. C. HANNA and A. C. TROPPER. *Mode-locking of a neodymium-doped monomode fibre laser*. Electronics Letters, 22 :268–269, 1986.
- [12] I. N. DULING, L. GOLDBERG and J. F. WELLER. *High-power, mode-locked Nd : fiber laser pumped by an injection-locked diode array*. Electronics Letters, 24 :1333–1335, 1988.
- [13] G. GEISTER, and R. ULRICH. *Neodymium-fiber laser with integrated-optic mode locker*. Optics Communications, 68 :187–189, 1988.
- [14] J. D. KAFKA and T. BAER. *Mode-locked erbium-doped fiber laser with soliton pulse shaping*. Optics Letters, 14 :1269–1271, 1989.
- [15] M. W. PHILLIPS, A. I. FERGUSON and D. C. HANNA. *Frequency-modulation mode locking of a Nd<sup>3+</sup>-doped fiber laser*. Optics Letters, 14 :219–221, 1989.
- [16] M. E. FERMAN, M. HOFER, F. HABERL and S. P. CRAIG-RYAN. *Femtosecond fiber laser*. Electronics Letters, 16 :219–221, 1990.
- [17] M. H. OBER, M. HOFER, and M. E. FERMAN. *42-fs pulse generation from a mode locked fiber laser started with a moving mirror*. Optics Letters, 18 :367–369, 1993.
- [18] M. SALHI H. LEBLOND and F. SANCHEZ. *Theoretical study of the erbium-doped fiber laser passively mode-locked by nonlinear polarisation rotation*. Phys. Rev. A, 67 :013801, 2003.
- [19] A. HABOUCHA H. LEBLOND, M. SALHI, A. KOMAROV and F. SANCHEZ. *Analysis of soliton pattern formation in passively mode-locked fiber lasers*. Phys. Rev. A, 78 :043806, 2008.
- [20] A. AMRANI, A. HABOUCHA M. SALHI H. LEBLOND A. KOMAROV PH. GRELU, and F. SANCHEZ. *Passively mode-locked erbium-doped double-clad fiber laser*

- 
- operating at the 322nd harmonic.* OPTICS LETTERS, 34 :2120–2122, 2009.
- [21] R. LUDWIG, U. FEISTE, S.DIEZ, C. SCHUBERT, C. SCHMIDT, H.J. EHRKE and H.G. WEBER. *Unrepeated 160Gbit/s RZ single-channel transmission over 160km of standard fibre at 1.55  $\mu$ m with hybrid MZI optical demultiplexer.* Opt. Commun., 36 :1405–1406, 2000.
- [22] B. G.BALE, S. BOSCOLO, J. N. KUTZ and S. K. TURITSYN. *Intracavity dynamics in high-power mode-locked fiber lasers.* Phys. Rev. A, 81 :(033828)1–9, 2010.
- [23] S. CHOULI, J. M. SOTO-CRESPO and Ph. GRELU. *Optical spectra beyond the amplifier bandwidth limitation in dispersion-managed mode-locked fiber lasers.* Optics Express, 19 :2959–2964, 2011.
- [24] M. NAKAZAWA, H. KUBOTA, K. SUZUKI, and E. YAMADA. *Recent progress in soliton transmission technology.* Chaos, 10 :486–514, 2000.
- [25] K. NAKKEERAN, A. LABRUYÈRE, Y. H. C. KWAN, K. A. WAI, P. TCHOFO DINDA, and A.B. MOUBISSI. *Analytical design of densely dispersion-managed optical fiber transmission systems using Gaussian and raised cosine RZ ansätze.* J Opt. Soc. Am. B, 21 :1901–1907, 2004.
- [26] Boris A. MALOMED. *Soliton Management in Periodic Systems*. Springer, 2006.
- [27] A. H. LIANG, H. TODA and A. HASEGAWAR. *High-speed soliton transmission in dense periodic fibers.* Opt. Lett, 24 :799–801, 1999.
- [28] T. HIROOKA, T. NAKADA and A. HASEGAWAR. *Feasibility of Densely Dispersion Managed Soliton Transmission at 160Gb/s.* IEEE Photon. Technol. Lett, 12 :633–635, 2000.
- [29] A. MARUTA, Y. YAMAMOTO, S.OKAMOTO, A. SUZUKI, T. MORITA, A. AGATA and A. HASEGAWAR. *Effectiveness of densely dispersion managed solitons in ultra-high speed transmission.* Electron. Lett., 36 :1947–1949, 2000.
- [30] K. NAKKEERAN, A. B. MOUBISSI, P. TCHOFO DINDA, and S. WABNITZ. *Analytical method for designing dispersion-managed fiber systems.* Opt. Lett., 20 :1544–1546, 2001.

- 
- [31] J. G. CAPUTO, N. FLYTZANIS and M. P. SRENSSEN. *Ring laser configuration studied by collective coordinates*. J. Opt. Soc. Am. B, 12 :139–145, 1995.
- [32] J. G. CAPUTO, C. B. CLAUSEN, M. P. SORENSSEN and S. BISCHOFF. *Amplitude-modulated fiber-ring laser*. J. Opt. Soc. Am. B., 17 :705–711, 2000.
- [33] P. ROHRMANN A.HAUSE and F.MITSCHKE. *Solitons beyond binary : Possibility of fibre-optic transmission of two bits per clock period*. Sci. Rep., 2 :866, 2012.
- [34] X. MAO Y.XIONG Y. MA X.CHEN and A.MARUTA. *Bi-soliton generation and its properties in stretched pulse fiber ring laser*. Opt. Express, 22 :28506–28516, 2014.
- [35] G. P. AGRAWAL. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, San Diego, 4th edition, 2008.
- [36] J. P. POCHOLLE. *L'Optique guidee monomode et ses applications*. Masson, 1984.
- [37] C. V. RAMAN. *A new radiation*. Indian J. Phys, 2 :387–398, 1928.
- [38] N. J. SMITH. *Solitons in optical communications and fiber lasers, PhD. Thesis*. University of Strathclyde, Glasgow, 1994.
- [39] L. G. COHEN. *Comparison of single-mode fiber dispersion measurement techniques*. J. Lightwave Technol, 3 :958–966, 1985.
- [40] M. J. ADAMS. *An Introduction to Optical Waveguides* . John Wiley and Sons, New York, 1981.
- [41] I. H. MALITSON. *Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica*. J. Opt. Soc. Am, 55 :1205, 1965.
- [42] V. E. ZAKHAROV. *Collapse of Langmuir waves* . Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, 35 :189–194, 1972.
- [43] A. HASEGAWA and F. TAPPERT. *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. ii. normal dispersion* . Applied Physics Letters, 23 :171–172, 1973.
- [44] J. M. DUDLEY, A. C. PEACOCK, and G. MILLOT. *The cancellation of nonlinear and dispersive phase components on the fundamental optical fiber soliton* :

- 
- a pedagogical note* . Opt. Commun., 193 :253–259, 2001.
- [45] G. P. AGRAWAL. Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 5th edition, 2013.
- [46] R. H. STOLEN, L. F. MOLLENAUER and W. J. TOMLINSON. *Observation of pulse restoration at the soliton period in optical fibers*. opt. lett., 8(3) :187–189, 1983.
- [47] W. J. TOMLINSON, R. J. HAWKINS, J. P. HERITAGE and R. N. THURSTON. *Dark optical solitons with finite-width background pulses*. J. Opt. Soc. Am.B, 6 :329–334, 1989.
- [48] A. M. WEINER, J. P. HERITAGE, R. N. THURSTON, R. N. THURSTON, E. M. KIRSCHNER, D. E. LEAIRD and W. J. TOMLINSON. *Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers*, . Phys. Rev. Lett., 61 :2445–2448, 1988.
- [49] J. ATAI and B. A. MALOMED. *Stabilized scheme for dispersion management*. J. Opt. Soc. Am. B., 17 :1134–1139, 2000.
- [50] V. E. ZAKHAROV and S. WABNITZ. Optical Solitons : Theoretical Challenges and Industrial Perspectives. Springer-Verlag, 1998.
- [51] K. NAKKEERAN, A. B. MOUBISSI, and P. TCHOFO DINDA. *Analytical design of dispersion-managed fiber system with map strength 1.65*. Phys. Lett. A, 308 :417–425, 2003.
- [52] L. E. HARGROVE, R. L. FORK and M. A. POLLACK. *Locking of He-Ne laser modes induced by synchronous intracavity modulation*. Applied Physics Letters, 5 :4–5, 1964.
- [53] A. YARIV. *Internal modulation in multimode laser oscillators*. Journal of Applied Physics, 36 :388–391, 1965.
- [54] M. DIDOMENICO. *Small-signal analysis of internal (coupling type) modulation of lasers* . Journal of Applied Physics, 35 :2870–2876, 1964.
- [55] E. A. DE SOUZA, C. E. SOCCOLICH, W. PLEIBEL, R. H. STOLEN, J. R.SIMPSON and D. J. DIGIOVANNI. *Saturable absorber modelocked polarization maintaining erbium-doped fibre laser* . Electron. Lett., 29 :447–449, 1993.

- 
- [56] W. H. LOH, D. ATKINSON, P. R. MORKEL, M. HOPKINSON, P. A. RIVERS, A. J SEEDS and D. N. PAYNE. *Passively mode-locked Er+3 fiber laser using a semiconductor nonlinear mirror* . IEEE Photon. Technol. Lett., 5 :35–37, 1993.
- [57] U. KELLER, K. WEINGARTEN, F. KARTNER, D. KNOPF, B. BRAUN, I. JUNG, R. FLUCK, C. HONNINGER, N. MATUSCHEK and J. AUS DER AU. *Semiconductor saturable absorber mirrors (sesams) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers* . IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 2 :435–456, 1996.
- [58] M. E. FERMAN, F. HABERL, M. HOFER and H. HOCHREITER. *Nonlinear amplifying loop mirror* . Opt. Lett., 15 :752–754, 1990.
- [59] D. J. RICHARDSON, R. I. LAMING, D. N . PAYNE, M. W. PHILLIPS, and V. J . MATSAS. *Characterization of a self-starting, passively mode-locked fiber ring laser that exploits nonlinear polarization evolution* . Electron. Lett., 27 :370.
- [60] M. E. FERMAN, M. HOFER, F. HABERL, A. J. SCHMIDT and L. TURI. *Additive-pulsecompression mode locking of a neodymium ber laser* . Opt. Lett., 16 :244–246, 1991.
- [61] I. N. DULING III. *All-fiber ring soliton laser mode locked with a nonlinear mirror* . Opt. Lett., 16 :539–541, 1991.
- [62] K. TAMURA, H. A. HAUS and E. P. IPPEN. *Self-starting additive pulse mode-locked erbium fibre ring laser* . Electron. Lett., 28 :2226–2228, 1992.
- [63] M. HOFER, M. E. FERMAN, F. HABERL, M. H. OBER and A. J. SCHMIDT. *Mode locking with cross-phase and self-phase modulation*. Opt. Lett., 16 :502, 1991.
- [64] V. J. MATSAS, T. P. NEWTON, D. J. RICHARDSON and D. N. PAYNE. *Self-starting passively mode-locked fibre ring soliton laser exploiting nonlinear polarisation rotation*. Opt. Lett., 28 :1391–1393, 1992.
- [65] K. TAMURA, E. P. IPPEN, H. A. HAUS and L. E. NELSON. *77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser*. Opt. Lett., 18 :1080, 1993.

- 
- [66] L. E. NELSON, D. J. JONES, K. TAMURA, H. A. HAUS and E. P. IPPEN. *Ultrashort-pulse fiber ring lasers*. Appl. Phys. B, 65 :277–294, 1997.
- [67] O. G. OKHOTNIKOV. *Fiber lasers*. Wiley, 2012.
- [68] P. GRELU and N. AKHMEDIEV. *Dissipative solitons for mode-locked lasers*. Nature Photonics, 6 :84–92, 2012.
- [69] J. M. DELAVALUX, Ph. GRELU, W. PU and F. O. ILDAY (EDS.). *Special issue on Short-pulse Fiber Lasers*, volume 20. Optical Fiber Technology, 2014.
- [70] H. A. HAUS. *Theory of modelocking with a slow saturable absorber*. IEEE J. Quantum Electron., 11 :736–746, 1975.
- [71] Ph. GRELU, F. BELHACHE and J. M. SOTO-CRESPO. *Relative phase locking of pulses in a passively mode-locked fiber laser*. J. Opt. Soc. Am. B, 20 :863–870, 2003.
- [72] S. WANG, A. DOCHERTY, B. S. MARKS and C. R. MENYUK. *Comparison of numerical methods for modeling laser mode locking with saturable gain*. J. Opt. Soc. Am. B, 30 :3064–3073, 2013.
- [73] H. LEBLOND, M. SALHI A. HIDEUR, T. CHARTIER, M. BRUNEL, F. SANCHEZ. *Experimental and theoretical study of the passively mode-locked ytterbium-doped double-clad fiber laser*. PHYSICAL REVIEW A, 65 :063811–1/9, 2002.
- [74] P. TCHOFO-DINDA, A. B. MOUBISSI and K. NAKKERAN. *A collective variable theory for optical solitons in fibers*. Phys. Rev. E, 64 :(016608)1–15, 2001.
- [75] R. BOESCH, P. STANCIOFF and C. R. WILLIS. *Hamiltonian equations for multiple-collective-variable theories of nonlinear Klein-Gordon equations : A projection-operator approach*. Phys. Rev. B, 38 :6713–6735, 1998.
- [76] R. BOESCH, C. R. WILLIS and M. EL-BATANOUNY. *Spontaneous emission of radiation from a discrete sine-Gordon kink*. Phys. Rev. B, 40 :2284–2296, 1989.
- [77] D. ANDERSON. *Variational approach to nonlinear pulse propagation in optical fibers*. Phys. Rev. A, 27 :3135–3145.

- 
- [78] S. K. TURITSYN, I. GABITOV, E. W. LAEDKE, V. K. MEZENTSEV, S. L. MUSER, E. G. SHAPIRO, T. SCHAFER and K. H. SPATSCHEK. *Variational approach to optical pulse propagation in dispersion compensated transmission systems.* Opt. Commun., 151 :117–135, 1998.
- [79] S. K. TURITSYN, T. SCHAFER, K. H. SPATSCHEK and V. K. MEZENTSEV. *Path-averaged chirped optical soliton in dispersion-managed fiber communication lines.* Opt. Commun., 163 :122–158, 1999.
- [80] E. TCHOMGO FELENOU, P. TCHOFO DINDA, C.M. NGABIRENG and K. NAKKEERAN. *Collective coordinate theory for light pulses in fibers : The reduced projection operators.* Phys. Lett. A., 377 :737–822, 2013.
- [81] G. P. AGRAWAL. *Optical pulse propagation in doped fibre amplifiers.* Phys. Rev. A, 44 :7493–7501, 1991.
- [82] H. A. HAUS. *mode locking of lasers .* J. Opt. Soc. Am. B, 6 :1173–1183, 2000.
- [83] J. ATANGANA, A. KAMAGATE, P. TCHOFO-DINDA, A. LABRUYERE and T. C. KOFANE. *Effective characterization of the phase and intensity profiles of asymmetrically distorted light pulses in optical fiber systems.* J. Opt. Soc. Am. B, 26 :371–383, 2009.
- [84] A. RALSTON. *A first course in numerical analysis*, 1965.
- [85] A. KAMAGATE, PH. GRELU, P. TCHOFO-DINDA, J. M. SOTO-CRESPO and N. AKHMEDIEV. *Stationary and pulsating dissipative light bullets from a collective variable approach.* Phys. Rev. E, 79 :026609, 2009.
- [86] A.K. KOMAROV and K.P. KOMAROV. *Pulse splitting in a passive model-locked laser.* Opt. Commun., 183 :265–270, 2000.
- [87] F. GUTTY, Ph. GRELU, N. HUOT, G. VIENNE and G. MILLOT. *Stabilization of modelocking in fibre ring laser through pulse bunching.* Electron. Lett., 37 :745–746, 2001.
- [88] A. HABOUCHE, A. KOMAROV, H. LEBLOND, F. SANCHEZ and G. MARTEL. *Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers.* Opt. Fib. Tech., 14 :262–267, 2008.

- 
- [89] F. LI, P. K. A. WAI and J.N. KUTZ. *Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities.* J. Opt. Soc. Am. B, 27 :2068–2077, 2010.
- [90] W. H. RENNINGER and A. CHONG AND F. W. WISE. *Area theorem and energy quantization for dissipative optical solitons.* J. Opt. Soc. Am., 27 :1978–1982, 2010.
- [91] D. J. RICHARDSON A. B. GRUDININ, and D. N.PAYNE. *Energy quantization in figure eight fibre laser.* IEEE Electron. Lett.
- [92] M. J. GUY, D. U.NOSKE and J. R. TAYLOR. *Generation of femtosecond soliton pulses by passive mode locking of an ytterbium-erbium figure-of-eight fiber laser .* Opt. Lett., 18(17) :1447–1449, 1993.
- [93] D. Y. TANG W. S. MAN and H. Y. TAM. *Stimulated soliton pulse formation and its mechanism in a passively mode-locked fibre soliton laser .* Optics Communications, 165 :908–914, 1999.
- [94] A. K.KOMAROV and K. P. KOMAROV. *Multistability and hysteresis phenomena in passive mode-locked lasers .* Phys. Rev. E, 62 :R7607–R7610, 2000.
- [95] A. KOMAROV, H. LEBLOND and F. SANCHEZ. *Multistability and hysteresis phenomena in passively mode-locked fiber lasers.* Phys. Rev. A, 71 :1–9, 2005.
- [96] Ph. GRELU, F. BELHACHE and J. M. SOTO-CRESPO. *Multisoliton states and pulse fragmentation in a passively mode-locked fibre laser.* Journal of Optics B : Quantum Semiclass.
- [97] F. Ö. ILDAY J. R. BUCKLEY W. G. CLARK and F. W. WISE. *All-normal-dispersion femtosecond fiber laser.*,
- [98] A. CHONG J.BUCKLEY W.RENNINGER and F. WISE. *All-normal-dispersion femtosecond fiber laser.* Opt. Express, 14 :10095–10100, 2006.
- [99] E. DING Ph. GRELU and J. N. KUTZ. *Dissipative soliton resonance in a passively mode-locked fiber laser.* Opt. Lett., 36 :1146–1148, 2011.
- [100] K. TAMURA C. R. DOERR L. E. NELSON H. A. HAUS and E. P. IPPEN. *Technique for obtaining high-energy ultrashort pulses from an additive-pulse mode-locked erbium-doped fiber ring laser.* Opt. Lett., 19 :46–48, 1994.

- 
- [101] H. A. HAUS, K. TAMURA, L. E. NELSON and E. P. IPPEN. *Stretched-pulse additive pulse mode locking in fiber ring lasers : theory and experiments.* IEEE J. Quant. Electron., 31 :591–598, 1995.
- [102] W. HE M. PANG C. R. MENYUK and P. St. J. RUSSELL. *Sub-100-fs 1.87 GHz mode-locked fiber laser using stretched soliton effects.* Optica, 3 :1366–1372, 2016.
- [103] H. LEBLOND. *The finite bandwidth of gain as a viscous friction.* Phys. Rev. A, 93 :013830, 2016.
- [104] C. R. GILES and E. DESURVIRE. *Modeling erbium-doped fiber amplifiers.* J. Lightwave Technol., 9 :271–283, 1991.
- [105] C. BARNARD P. MYSLINSKI J. CHROSTOWSKI and M. KAVEHRAD. *Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers.* IEEE J. Quantum Electron., 30 :1817–1830, 1994.
- [106] A. GHATAK and K. THYAGARAJAN. *An Introduction to Fiber Optics.* Cambridge University Press, 1998.
- [107] A. F. J. RUNGE C. AGUERGARAY R. PROVO M. ERKINTALO and N. G. R. BROWDERICK. *All-normal dispersion fiber lasers mode-locked with a nonlinear amplifying loop mirror.* Optical Fiber Technology, 20 :657–665, 2014.
- [108] B. PEDERSEN. *Small-signal erbium-doped fibre amplifiers pumped at 980 nm : a design study.* Opt. Quant. Electron., 26 :273–284, 1994.
- [109] M. ALSALEH, C. B. L. MBACK, T. TCHOMGO FELENOU, P. TCHOFO DINDA Ph. GRELU and K. PORSEZIAN. *Strength and weaknesses of modeling the dynamics of mode-locked lasers by means of collective coordinates.* J. Opt, 18 :075501, 2016.
- [110] R. H. STOLEN. Phys. Chem. Glasses, 11 :83, 1970.
- [111] R. HELLWARTH. *Third-order optical susceptibilities of liquids and solids.* Prog. Quantum Electron., 5 :1–68, 1979.
- [112] R. H. STOLEN, J. P. GORDON, W. J. TOMLINSON and H. A. HAUS. *Raman response function of silica-core fibers.* J. Opt. Soc. Am. B, 6 :1159, 1989.

- 
- [113] D. J. DOUGHERTY, F. X. KÄRTNER, H. A. HAUS, and E. IPPEN. *Measurements of the Raman gain spectrum of optical fibers*. Opt. Lett., 20 :31, 1995.
- [114] B. G. BALE, S. BOSCOLO, and S. K. TURITSYN. *Dissipative dispersion-managed solitons in mode-locked lasers*. Opt. Lett., 34 :3286, 2009.
- [115] N. NISHIZAWA, Y. NOZAKI, E. ITOGA, H. KATAURA, and Y. SAKAKIBARA. *Dispersion-managed, high-power, Er-doped ultrashort-pulse fiber laser using carbon-nanotube polyimide film*. Opt. Express, 19 :21874, 2011.
- [116] P. TCHOFO DINDA, S. WABNITZ, E. COQUET, T. SYLVESTRE, H. MAILLOTTE, and E. LANTZ. *Demonstration of stimulated-Raman-scattering suppression in optical fibers in a multifrequency pumping configuration*. J. Opt. Soc. Am. B, 16 :757, 1999.
- [117] P. TCHOFO DINDA, A. LABRUYERE, and K. NAKKEERAN. *Theory of Raman effect on solitons in optical fibre systems : impact and control processes for high-speed long-distance transmission lines*. Opt. Commun., 234 :137–151, 2004.
- [118] Chinlon. LIN. *Designing optical fibers for frequency conversion and optical amplification by stimulated Raman scattering and phase-matched four-photon mixing*. J. Opt. Commun., 4 :2, 1983.
- [119] P. TCHOFO DINDA, A. B. MOUBISSI, and K. NAKKEERAN. *A collective variable approach for dispersion-managed solitons*. J. Phys. A, 34 :103–110, 2001.
- [120] J. P. GORDON. *Theory of the soliton self-frequency shift*. Opt. Lett., 11 :662, 1986.
- [121] M. ALSALEH, T. UTHAYAKUMAR, E. TCHOMGO FELENOU, P. TCHOFO DINDA, P. GRELU and K. PORSEZIAN. *Pulse breaking through spectral filtering in mode-locked fiber lasers*. J. Opt. Soc. Am. B (submitted), 2017.
- [122] P. SANTHANAM and G. P. AGRAWAL. *Raman-induced timing jitter in dispersion-managed optical communication systems*. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 8 :632, 2002.
- [123] M. TAKI, J. C. FERNANDEZ, and G. REINISCH. *collective-coordinate description of chaotic sine-Gordon breathers and zero-frequency breathers : The nondissipative case*. Phys. Rev. A, 38 :3086–3097, 1988.

- 
- [124] M. TAKI, K. H. SPATSCHEK, J. C. FERNANDEZ, R. GRAUER, and G. REINISCH. *Breather dynamics in the nonlinear Schrodinger regime of perturbed sine-Gordon systems*. Physica D, 40 :65–82, 1989.

**Résumé :**

Les lasers à fibres à modes bloqués font partie des rares systèmes qui permettent de réaliser une variété de fonctions optiques élaborées, au moyen de peu de composants optiques. La gestion de la dispersion apporte à ce type de lasers une variété de comportements, qui est si riche que la cartographie complète et l'analyse détaillée des états stables deviennent difficilement réalisable lorsqu'on utilise les outils conventionnels basés sur les équations de propagation du champ intra-cavité. Dans cette thèse nous montrons que l'adjonction de la technique des coordonnées collectives aux outils théoriques conventionnels, permet de résoudre au moins en partie le problème de la complexité et l'extrême diversité des états stables des cavités gérées en dispersion. En particulier, nous proposons l'ACCD (approche des coordonnées collectives dynamiques), comme un outil théorique permettant de réaliser des gains de performance substantiels dans des opérations de recherche et caractérisation des états stables du laser. D'autre part, le recours à l'approche des coordonnées collectives nous permet de mettre en évidence des effets majeurs induits par certains phénomènes qui étaient jusqu'à présent largement sous-estimés. Notamment, nous mettons en évidence des modifications majeures des domaines respectifs des différents états stables du laser, qui surviennent lorsqu'on change la bande passant de la fibre. D'autre part, en considérant une cavité où la largeur spectrale du champ lumineux (3.12 THz) est d'un ordre de grandeur plus petite que la largeur de la bande du gain Raman, nous mettons en lumière des effets remarquables de la diffusion Raman sur les phénomènes d'hystérésis.

**Mots-clefs :** laser à fibre, modes bloqués, soliton à gestion de dispersion, courbe de gain, méthode des coordonnées collectives, diffusion Raman, soliton dissipatif.

---

**Abstract :**

Mode-locked fiber laser are among the few systems that allow to achieve a variety of elaborate optical functions, by means of few optical components. The use of dispersion management brings to this type of lasers a variety of behaviors, which is so rich that the complete mapping and detailed analysis of the stable states becomes impractical when conventional tools based on the intra-cavity field propagation equations, are used. In this thesis we show that the addition of the technique of collective coordinates to the conventional theoretical tools, allows to solve at least in part the problem of complexity and diversity of the stable states of the cavity. In particular, we propose the DCCA (dynamical collective coordinate approach), as a theoretical tool to achieve substantial performance gains in search and characterization of stable states of the laser. Furthermore, the use of the collective coordinated approach allows us to highlight major effects induced by certain phenomena that were until now largely underestimated. In particular, we highlight major changes in the respective areas of the different stable states of the laser, which occur when changing the width of the band-pass filter BPF. Furthermore, considering a cavity where the spectral width of the light field (3.12 THz) is an order of magnitude smaller than the bandwidth of the Raman gain, we highlight remarkable effects of Raman scattering on hysteresis phenomena.

**Key-words :** fiber laser, laser mode locked, dispersion-managed soliton, gain curve, collective coordinate method, Raman scattering, dissipative soliton.