THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE BOURGOGNE FRANCHE-COMTE

réalisée au sein de :

la Fédération Française de Ski
l'Institut de Mathématiques de Bourgogne, CNRS UMR 5584
l'Institut de Recherche bio-Médicale et d'Epidémiologie du Sport

Ecole Doctorale 553
Carnot Pasteur

Spécialité de doctorat : Mathématiques appliquées

Soutenue le 08/12/2023, par :

Quentin De Larochelambert

Dynamique de performance pluridimensionnelle à l'échelle de l'estimation et de l'optimisation du potentiel en ski

Analyse par chaînes de Markov et modèles mixtes

Devant le jury composé de :

Mr. Eric Matzner-Lober Professeur des universités, *ENSAE*	**Rapporteur**
Mr. Frédéric Lavancier Professeur des universités, *ENSAI*	**Rapporteur**
Mme. Camelia Goga Professeur des universités, *Université de Franche-Comté*	**Examinatrice**
Mr. Geoffroy Berthelot Chercheur, *INSEP*	**Examinateur**
Mme. Brigitte Gelein Enseignante chercheuse, *ENSAI*	**Examinatrice**
Mr. Pierre-Yves Louis Professeur des universités, *AgroSup Dijon*	**Directeur de thèse**
Mr. Nicolas Coulmy Directeur de recherche, *Fédération Française de Ski*	**Co-Directeur de thèse**
Mme. Juliana Antero Chercheuse, *IRMES*	**Co-Directrice de thèse**
Mr. Jean François Toussaint PU-PH, *IRMES, AP-HP*	**Invité**

"C'est sur les sommets enneigés que l'on découvre l'essence des mathématiques. Tel un problème complexe à résoudre, chaque descente représente une équation à déchiffrer."

Source inconnue

Résumé

La dynamique de performance dans le ski français suscite un intérêt croissant. Comment estimer précisément le potentiel sportif des athlètes ? Quels sont les leviers d'optimisation de leur progression à court et long terme ? Face à ces questions, cette thèse de doctorat poursuit un double objectif. D'une part, elle s'attache à analyser cette dynamique sportive pour apporter des éléments de réponse. D'autre part, elle vise à développer et améliorer des modèles mathématiques couramment utilisés dans des contextes extérieurs tels que la santé publique, en les adaptant à ce nouveau contexte innovant. La thèse s'intéresse à la dynamique de performance tout au long de la carrière sportive sur deux échelles : l'estimation du potentiel par l'analyse de la relation entre l'âge et la performance et son optimisation par l'analyse de la charge d'entrainement et de compétition et des stratégies de course.

Dans la première partie, nous abordons l'estimation du potentiel sportif en mettant en évidence l'effet de l'âge relatif dans le système de détection du ski français. Après avoir identifié cet effet, nous proposons une solution basée sur un découpage par catégorie d'âge de la relation entre l'âge et la performance. Nous développons ensuite un modèle non linéaire mixte permettant d'extrapoler cette relation pour chaque skieur. À partir de ce modèle, nous créons une méthode de catégorisation de la performance à chaque âge, permettant d'estimer l'importance de la performance et de la progression durant les jeunes années des skieurs. Nos résultats montrent que dans une certaine mesure, la progression durant la jeunesse est déterminante dans le potentiel sportif futur, dépassant même l'importance de la performance, particulièrement lorsque les niveaux de performance sont proches.

Dans la seconde partie de la thèse, nous nous concentrons sur l'optimisation du potentiel sportif à travers le développement d'un modèle novateur appelé MILS (Markov Index Load State). Ce modèle, basé sur les chaînes de Markov cachées, permet de quantifier la réponse à la charge de travail des athlètes. Nous utilisons également ce modèle pour investiguer des relations complexes entre la charge de travail et phénomènes stochastiques comme les fluctuations hormonales, ouvrant ainsi des perspectives intéressantes pour une personnalisation de l'entraînement.

Dans le contexte de l'optimisation du potentiel sportif, nous présentons enfin deux modèles d'analyse de la dynamique de course en ski alpin et en combiné nordique. Le premier modèle est basé sur un modèle mixte, tandis que le second utilise un modèle multi-état Markovien. Ces modèles apportent des éclairages nouveaux pour développer des stratégies de course plus efficaces.

Cette thèse met en évidence 1) l'importance de la dynamique de performance pour l'estimation, par la relation entre l'âge et la performance, et 2) l'optimisation de la performance, par l'analyse de la cyclicité de la réponse à la charge de travail. En conclusion, les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse illustrent de manière tangible comment la combinaison des méthodes statistiques et des sciences du sport peut enrichir et compléter les deux domaines. D'une part, l'application de techniques statistiques avancées au sport, comme le ski, fournit des informations précieuses pour la détection, l'estimation et l'optimisation du potentiel sportif. D'autre part, le contexte sportif,

avec ses spécificités et ses défis, offre une opportunité unique pour affiner et adapter les modèles statistiques, rendant ainsi ces outils plus robustes et pertinents pour d'autres applications. Ainsi, cette symbiose entre statistiques et sport, loin d'être une simple juxtaposition, crée une synergie qui bénéficie mutuellement aux deux domaines.

Mots clés : Performance sportive, Ski, Markov, Analyse longitudinale, Modèle mixte, Jeune potentiel

Glossaire

- **FFS :** Fédération Française de Ski
- **FIS :** Fédération Internationale de Ski
- **GS :** Slalom géant
- **SL :** Slalom
- **SG :** Super géant
- **DH :** Descente
- **RAE :** Relative Age Effect / Effet de l'âge relatif
- **OS :** Overlap Score
- **NUTS :** No-U-Turn Sampling
- **EWMA :** Exponential Weighted Moving Average
- **REDI :** Robust Exponential Weighing Moving Average
- **ACWR :** Acute Chronic Workload Ratio
- **HMM :** Hidden Markov Model / Chaînes de Markov cachées
- **MILS :** Markov Index Load State
- **MC :** Menstrual Cycle / Cycle menstruel
- **OC :** Oral contraception / Contraception orale

Remerciements

En cette soirée mémorable où l'ESTAC règne en maître de la Ligue des Champions, je tiens à remercier tout d'abord les entraineurs **Nicolas Coulmy Batlles**, toujours avec une idée de jeu en tête et un plan à long terme bien défini, laissant ses joueurs s'exprimer pleinement dans un contexte favorable, **Pierre Yves Louis Garcia**, fort de son expertise footballistique théorique, qui ne laisse aucune place à l'erreur que ses joueurs peuvent commettre parfois, et **Jean Francois Toussaint Furlan** possédant une philosophie tournée autour du jeu, du redoublement de passe et du "mettre un but de plus que l'adversaire". Merci également à **Juliana Alain Perrin** qui a su être là pour calmer les moments trop impulsifs de ses joueurs et les remettre en place quand il fallait, mais laisser libre court à la fougue et la passion lorsqu'elle sentait cela positif pour l'équipe.

Merci à **Frédéric Lavancier** et **Eric Matzner Lober** d'avoir accepté d'expertiser ce long travail jusqu'à cette finale. Merci à **Geoffroy Berthelot**, **Brigitte Gelein** et **Camelia Goga** pour avoir accepté de juger et contribuer à l'aboutissement de cette longue aventure.

Un grand merci à la paire offensive **Kilian Florian Tardieu**, avec ton jeu posé et direct, et **Imad Grégory Bettiol**, parfois brouillon, mais décisif et toujours présent lors des moments clés. Merci à **Issa Blaise Matuidi** pour ta polyvalence hors du commun et ta remise en question continuelle et à **Tom Yoann Touzghar**, toujours prêt à redoubler d'efforts. **Guillaume Sladjan Djukić**, ton génie a souvent surpris les défenses adverses. **Estelle Thiago Xavier**, ta vision du jeu et ton expertise a été précieuse pour maintenir le bateau à flot, tout comme la jeunesse et la fougue de **Bryan Mbeumo** malgrès ses passes dans l'axe. Merci à **Julien Faussurier** pour sa régularité et son exemplarité et à **Adrien Fabrice Fiorese** pour son rôle de leader. **Nicolas Adama Niane**, ta faculté à être décisif malgré une technique peu conventionnelle a été d'une grande aide. **Andy Gauthier Gallon**, ton pragmatisme a souvent été décisif, et comment ne pas mentionner **Victor André Titi Buego** et sa force incroyable ou le calme et la discrétion de **Aghilas Vincent Granic**. **Nathan Xavier Chavalerin**, ton expertise a ouvert de nombreuses voies, **Audrey Dylan Chambost**, ton sourire illumine le terrain, et **Chloé Gael Sanz**, tu es une capitaine-née. **Jeremy Fabio Celestini** ta capacité à rendre des passes ordinaires en buts exceptionnels et **Marion Jessy Pi**, ton jeu insouciant a souvent renversé la situation, tout comme **Marine Gulian Biancone** avec son style direct. **Alexandre Stéphane Darbion**, merci pour ton calme, **Thibaut Mamadou Niang**, pour ton impulsivité qui peut être un défaut comme une qualité, et **Mélanie Karim Azamoum**, bon rétablissement après ces longues blessures. **Amy Luka Ilic** merci pour ta qualité technique au milieu de terrain et **Jonas Forot Bafétimbi Gomis**, pour ton activité sur le front de l'attaque.

Merci aux éducateurs du centre de formation, **Xavier Benjamin Nivet**, dont la sagesse et le jeu tout en intelligence ont été une grande aide à l'équipe, et **Marie Yohann Thuram**, dont les arrêts ont permis de nombreux clean sheet. **Clement Florian Jarjat**, ta régularité au cours des matchs a permis une stabilité à l'équipe, tandis que **Cécile Adil Rami** arrivait à prendre le recul nécessaire pour ne pas sombrer lorsque les défaites se succédaient. Votre présence de longue date a permis un développement optimal de l'équipe.

Un grand merci à nos fidèles supporters **le S**, **Xavier Lai**, **Alice**^{2}, **Lionel**, **Romeo**, **Nadir**, **Emma**, **Chloé l'insouciance**, **Nolwenn**^{2}, *etc.* pour vos chants précieux qui ont poussé l'équipe en fin de rencontre.

Un grand merci à nos nombreux partenaires. Je tiens à remercier tout particulièrement les membres de la **Fédération Française de Ski** et du **FC INSEP** pour leur soutien indéfectible. Une mention spéciale au **pôle France Aviron**, et en particulier à **Camille Ribes** et **Allison Diry** pour leur contribution précieuse. Enfin, mes remerciements vont à l'**Aviron Marne et Joinville** et plus spécifiquement à **Arnaud Damoiseau**. Grâce à vous tous, les joueurs ont pu s'épanouir pleinement, tant sur le terrain qu'en dehors.

À tous ceux qui ont contribué à la victoire finale de cette compétition, recevez ma sincère gratitude et mes remerciements.

Production scientifique

Publications liées aux travaux de thèse dans des revues scientifiques internationales à comité de lecture

[1] **De Larochelambert, Q**, Difernand A, Antero J, Sedeaud A, Toussaint J-F,Pierre Yves L and Coulmy N 2022 Relative age effect in French alpine skiing:Problem and solution, *Journal of Sports Sciences*, 40(10), 1137-1148. DOI : 10.1080/02640414.2022.2052428

[2] **De Larochelambert, Q**, Barlier K, Hamri I, Difernand A, Sedeaud A, Toussaint JF, Antero J, Louis PY and Coulmy N 2023 Potential estimation model in French alpine skiing - Individual evolution curve and progression typology, *Frontiers in Physiology*, 13. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphys.2022.1082072

[3] Difernand A, **De Larochelambert Q**, Pla R, Barlier K, Marc A, Ferri S, Dupas O, Antero J, Toussaint J-F and Sedeaud A 2023 Corrective adjustment methods forrelative age effects on French young swimmers' performances, *PloS One*, 18(4), e0283229. DOI : 10.1371/journal.pone.0283229

[4] Difernand A, **De Larochelambert Q**, Homo S, Rousseau F, Antero J, Toussaint J-F and Sedeaud A, 2023, Relative age effects in track-and-field: Identification and performance rebalancing, *Frontiers in Physiology*, 13. DOI : 10.3389/fphys.2022.1082174

[5] **De Larochelambert Q**, Hamri I, Difernand A, Barlier K, Antero J, Sedeaud A, Toussaint JF, Coulmy Nicolas, Louis PY, soumis pour publication, *Young performance determines the adulthood performance ? A parametric and non-parametric Markovian multi-state development model in French alpine skiing*

[6] **Quentin De Larochelambert**, Hamri I, Chassard T, Meignie A, Dupuit M, Storme F, Diry A, Toussaint JF, Louis PY, Coulmy N and Antero J, soumis pour publication, *Exploring the effect of hormonal phases on elite athletes' training responses when*

workload is not objectively quantifiable: the MILS approach and findings from female Olympians

Communications dans des congrès internationaux

Sciences du sport

[7] *Congress Youth and Winter Sports - Lausanne, Suisse - 2020* Detection of young talents : Visualization and prediction

[8] *European College of Sport Sciences - Seville, Espagne, 2022* Relative age effect in French alpine skiing: problem and solution

[9] *European College of Sport Sciences - Seville, Espagne - 2022* Relative age effects on French swimmers' performances

[10] *9th International Congress on Science and Skiing - Saalbach-Hinterglemm, Autriche - 2023* Optimization of French ski detection program

[11] *European College of Sport Sciences - Paris, France - 2023* Young performance determines the adulthood performance? A parametric and non-parametric Markovian multi-state development model in French alpine skiing

Mathématiques

[12] *53e journée de statistique de la SFDS - Lyon - France - 2022* Parametric and non-parametric modeling with Markovian multistate models for the evolution of performance in French alpine skiing

[13] *Processus markoviens, semi-markoviens et leurs applications - Montpellier, France - 2023* Does young performance determine the adulthood performance? A parametric and non-parametric Markovian multi-state model in French alpine skiing

Autres communications et ouvrages présentant un lien direct ou indirect avec le sujet de la thèse

Articles scientifiques (par thématique)

Performance et santé publique

[14] **De Larochelambert Q**, Marc A, Antero J, Le Bourg E and Toussaint J-F, 2020, *Covid-19 Mortality: A Matter of Vulnerability Among Nations Facing Limited Margins of Adaptation*, Frontiers in Public Health, 8, 604339. https://doi.org/10.3389/fpubh.2020.604339

[15] Duncombe S L, Tanaka H, **De Larochelambert Q**, Schipman J, Toussaint J-F and Antero J 2021 High hopes: lower risk of death due to mental disorders and self-harm in a century-long US Olympian cohort compared with the general population, *British Journal of Sports Medicine*, 55(16), 900-905. https://doi.org/10.1136/bjsports-2020

[16] Yamazaki M, **De Larochelambert Q**, Sauliere G, Toussaint JF, Antero J. 2021 *Heads-Up: Risk-Specific Neurodegenerative Mortality and Years-Saved Analysis on the US Olympian Cohort.* Front Physiol.

[17] Antero J, Tanaka H, **De Larochelambert Q**, Pohar-Perme M and Toussaint J-F 2021 Female and male US Olympic athletes live 5 years longer than their general population counterparts: a study of 8124 former US Olympians, *British Journal of Sports Medicine* https://doi.org/10.1136/bjsports-2019-101696

[18] Spedding M, Marvaud R, Marck A, **Delarochelambert Q** and Toussaint J F, 2022, *Aging, VO2 max, entropy, and COVID-19*, Indian Journal of Pharmacology

Stratégie de course

[19] **De Larochelambert Q**, Del Vecchio S, Leroy A, Duncombe S, Toussaint J-F and Sedeaud A, 2020, Body and boat: Significance of morphology on elite rowing performance, *Frontiers in Sports and Active Living*, 2, 194. https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fspor.2020.597676

[20] Ledanois T, Hamri I, **De Larochelambert Q**, Libicz S, Toussaint J F and Sedeaud A, 2023, *Cutoff value for predicting success in triathlon mixed team relay*, Frontiers in Sports and Active Living

Charge d'entrainement et compétition

[21] Antero J, Golovkine S, Niffoi L, Meignié A, Chassard T, **Delarochelambert Q**, Duclos M, Maitre C, Maciejewski H, Diry A and Toussaint J-F, 2023 Menstrual cycle and hormonal contraceptive phases' effect on elite rowers' training, performance and wellness *Frontiers in Physiology*, 14. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphys.2023.1110526

[22] Diry A, Ratel S, Bardin J, Armstrong N, **De Larochelambert Q**, Thomas C and Maciejewski H, 2020, Importance of dimensional changes on glycolytic metabolism during growth European, *Journal of Applied Physiology*, 120(10), 2137-2146. https://doi.org/10.1007/s00421-020-04436-z

[23] Aloulou, A., Duforez, F., Léger, D., **De Larochelambert, Q.**, Nedelec, M. (2021). The Relationships Between Training Load, Type of Sport, and Sleep Among High-Level Adolescent Athletes. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, 16(6), 890-899. https://doi.org/10.1123/ijspp.2020-0463

Age performance

[24] Forstmann N, Meignié A, **De Larochelambert Q**, Duncombe S, Schaal K, Maître C ,Toussaint J-F and Antero J,2022, *Does maternity during sports career jeopardize future athletic success in elite marathon runners?*, European Journal of Sport Science

[25] Le Toquin B, Schipman J, **De Larochelambert Q**, Saulière G, Duncombe S and Toussaint J-F 2022 *Is the visual impairment origin a performance factor? Analysis of international-level para swimmers and para athletes*, Journal of Sports Sciences

Analyse de performance

[26] Sedeaud A, **De Larochelambert Q**, Schipman J, Toussaint JF. The COVID-19 Pandemic Impact on Away and Home Victories in Soccer and Rugby Union 2021 *Front Sports Act Living*

[27] Brocherie F, **De Larochelambert Q**, Millet GP. *Multi-hosting UEFA European Football Championship: fair enough between participating teams?* 2023 Sci Med Footb.

[28] Néri-Fuchs JB, Sedeaud A, Marc A, **De Larochelambert Q**, Toussaint JF, Brocherie F. *Medical withdrawals in elite tennis in reference to playing standards, court surfaces and genders.* 2023 J Sci Med Sport.

Ouvrage

[29] Chapitre : Saulière G, **De Larochelambert Q**, Sedeaud Adrien, Collective efficiency and performance in women's rugby sevens, *Women in Rugby*, Routledge 2021 - ISBN 9781003005544

[30] Chapitre : Adrien Sedeaud, **De Larochelambert Quentin**, Audrey Difernand, Andy Marc, De la détection de performance vers l'estimation de potentiel individuel, *Individualisation de entrainement*, 2022 - ISBN 978-2-86580-257-9

[31] **De Larochelambert Quentin** Modèle d'estimation du potentiel en ski alpin français: courbe d'évolution individuelle et typologie de progression. *Réflexions Sport* 30. Juillet 2023. 74-75

Sommaire

1 Introduction **25**

1.1 La performance, une variable historiquement étudiée 25

1.2 Le ski, un sport ancré dans le paysage français 26

1.3 Le sport au rythme des mathématiques 27

1.4 Objectif général 29

2 L'analyse longitudinale de la performance au long terme pour l'estimation du potentiel sportif **31**

2.1 **Etat de l'art : l'estimation du potentiel sportif, un défi non résolu** . 32

2.1.1 Un point de départ : le potentiel sportif 32

2.1.2 La performance, une variable liée à l'âge 39

2.1.3 Modélisation à l'aide de processus stochastiques 40

2.1.4 Résumé 43

2.2 **Données** 43

2.2.1 Variables 43

2.2.2 Description des données 45

2.3 **La sélection des jeunes skieurs soumis au biais de l'effet de l'âge relatif** 46

2.3.1 Contexte 46

2.3.2 Méthodes 46

2.3.3 Résultats 48

2.3.4 *Etude ancillaire : Analyse de l'effet de l'âge relatif dans les autres sports* 54

2.3.5 Conclusion 55

2.3.6 Résumé 57

2.4 **Étude de la relation entre l'âge et la performance en ski** 59

2.4.1 Contexte 59

2.4.2 Une équation simple 59

2.4.3 Equation de Moore et IMAP, quelle différence ? 64
2.4.4 *Etude ancillaire : Pourquoi étudier la relation âge-performance ?* . . . 64
2.4.5 Méthodes d'estimation paramétrique 66
2.4.6 Résultats 68
2.4.7 Résumé 72
2.5 **Variabilité individuelle de la relation âge-performance, modèle mixte non linéaire** 74
2.5.1 Contexte 74
2.5.2 Estimation des paramètres individuels avec un modèle à effets fixes . 74
2.5.3 Estimation des paramètres individuels avec un modèle à effets mixtes 75
2.5.4 Résultats 79
2.5.5 Conclusion 88
2.5.6 Résumé 90
2.6 **Catégorisation longitudinale des performances et modélisation des transitions au cours des âges** 92
2.6.1 Contexte 92
2.6.2 Méthodes 92
2.6.3 Résultats 98
2.6.4 Estimation de la matrice de transition 103
Discrétisation des états par niveau de progression 109
2.6.5 Ajout de co-variables dans le modèle 110
2.6.6 Conclusion 114
2.6.7 Résumé 116
2.6.8 Transition : de l'estimation vers l'optimisation du potentiel 117

3 La dynamique de charge au cœur de l'optimisation de la performance 119
3.1 **Etat de l'art : une histoire d'adaptation** 120
3.1.1 Qu'est-ce que la charge de travail ? 120
3.1.2 La fatigue, variable déterminante dans l'optimisation de la performance 120
3.1.3 Les mathématiques au service de la quantification de la charge 122
3.1.4 *Étude ancillaire : Analyse des modèles de charge existants* 128
3.1.5 Limites 130
3.1.6 Création d'un modèle de réponse à la charge 131
3.2 *Etude ancillaire : Les chaînes de Markov cachées pour identifier des seuils d'effort* 146
3.2.1 Contexte 146

3.2.2 Protocole . . . 147
3.2.3 Analyse en composantes principales . . . 147
3.2.4 Calcul des états d'intensité . . . 148
3.3 Résumé . . . 152
3.4 Transition : la dynamique à l'échelle d'une vie, d'une saison, d'une performance 152

4 Comprendre la dynamique de course pour optimiser le résultat 153
4.1 **Etat de l'art : la performance en ski est multifactorielle** . . . 154
4.1.1 Une course de ski alpin, un parcours "non linéaire" . . . 154
4.1.2 Le combiné nordique, une course coupée en deux . . . 155
4.2 **Analyse de la dynamique d'une course de ski alpin** . . . 156
4.2.1 Méthodes . . . 157
4.2.2 Intérêt de la méthode . . . 159
4.3 **Analyse de la dynamique d'une course de combiné nordique** . . . 161
4.3.1 Méthodes . . . 161
4.3.2 Résultats . . . 162
4.3.3 Perspectives . . . 162
4.3.4 Résumé . . . 165

5 Discussion générale 167
5.1 Principales contributions . . . 167
5.2 Estimer le potentiel, prédire la performance . . . 169
5.3 Estimer un talent avec la performance statique ou dynamique ? . . . 169
5.4 Estimer la relation âge performance, une question de parcimonie ? . . . 171
5.5 La performance, un baromètre du processus de vieillissement . . . 173
5.6 L'optimisation du potentiel soumis à la cyclicité . . . 174
5.7 Du descriptif vers l'inférence . . . 174
5.8 La dynamique d'une course pour résumer sa complexité . . . 175
5.9 Les mathématiques : un levier pour l'optimisation de la performance . . . 176
5.10 Forces et limites . . . 176
5.11 Conclusion et perspectives . . . 178

Références 179
Générales . . . 179
Personnelles . . . 202

Annexes A : Code 205

Méthodes des moindres carrés ordinaire pour l'ajustement âge-performance 205
Equation de Moore en language R 206
Equation IMAP en language R 206
Modèle de Moore à effet mixte en language STAN 207

Annexes B : Publications scientifiques principales **211**
5.12 Articles publiés 211
5.13 Articles soumis pour publication 234

Figures

1.1 Plan de thèse : de l'estimation (en rouge) vers l'optimisation (en bleu) du potentiel. 30

2.1 Relation théorique entre l'âge chronologique et l'âge biologique (extrait de [20]) 34
2.2 Références scientifiques ayant identifiées un effet de l'âge relatif dans toutes les catégories des niveaux nationaux et internationaux de ski alpin de compétition (figure extraite de [55]) 38
2.3 Le système de dates limites tournantes modifié pour le ski alpin de compétition ([56,57]) 38
2.4 Répartition des skieurs et skieuses selon leurs trimestres de naissance dans les compétitions françaises de ski alpin junior élite. 49
2.5 Répartition des skieurs et skieuses selon leur trimestre de naissance dans les compétitions françaises de biathlon junior élite. 50
2.6 Répartition des skieurs et skieuses selon leur trimestre de naissance dans les compétitions françaises de ski de fond junior élite. 50
2.7 Performance (points FFS) selon le mois de naissance et coefficient de calibration (coef) pour chaque catégorie d'âge et sexe en géant masculin 51
2.8 Coefficients de calibration pour toutes les catégories (en colonne) et pour chaque sexe (en ligne) dans chaque année de catégorie. 52
2.9 Performance (points FFS) selon le mois de naissance à chaque catégorie d'âge en Slalom Géant (GS) masculin après rééquilibrage 53
2.10 Répartition des trimestres de naissance selon les catégories d'âge et le niveau de performance pour le 100 m sprint féminin et masculin [5] 54
2.11 Simulation de courbes issues des équations de Moore (bleu) et IMAP (rouge) originale et des dérivées associées 65
2.12 Simulation de courbes issues des équations de Moore (bleu) et IMAP (rouge) modifiées pour une performance à minimiser et des dérivées associées 65

2.13 Relation entre l'âge et les meilleures performances des meilleures marathoniennes internationales. Chaque point représente la performance moyenne normalisée par discipline (entre 0 et 1) par âge (de 19 à 41 ans), toutes épreuves de course confondues. Plus une performance est bonne, plus elle est proche de 1. La période colorée en bleu (Phase 1) est la période avant l'âge de performance maximale. La période colorée en rouge (Phase 2) est la période après l'âge au pic de performance. 66

2.14 Modélisation de la performance liée à l'âge en para-natation selon l'origine de la déficience visuelle (déficience congénitale et déficience acquise) au 100 m nage libre – classe 11, 50 m nage libre – classe 12 et 200 m quatre nages individuel (IM) – classe 13 67

2.15 Estimation de la relation entre l'âge et la performance en ski de fond pour chaque sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. 69

2.16 Estimation de la relation entre l'âge et la performance en biathlon pour chaque Sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. 70

2.17 Estimation de la relation entre l'âge et la performance en ski de fond pour chaque Sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. 71

2.18 Estimation de la relation âge performance individuelle en ajustant l'équation de Moore via la méthode des moindres carrés ordinaire 75

2.19 Exemple graphique illustrant le calcul du Overlap Score en fonction des dérivées (en abscisse) pour chaque âge (en ordonnée) pour deux clusters. Les distributions jaune et bleue représentent respectivement les dérivées des courbes estimées des clusters 3 et 4. La zone où ces deux distributions se superposent est colorée en rouge, indiquant le recouvrement commun entre elles à chaque âge. 78

2.20 Estimation des paramètres associés aux quatre chaînes du modèle mixte au cours des 200 itérations. 80

2.21 Diagnostics pour l'échantillonnage par importance lissé de Pareto 81

2.22 Densité des paramètres fixes estimés par le modèle à effets mixtes 82

2.23 Relation âge-performance estimée avec l'équation de Moore d'un point de vue de l'espèce. 83

2.24 Comparaison de l'évolution des performances (en points FFS) de deux skieurs (en or et blanc respectivement), leurs 800 courbes de progression individuelles potentielles estimées (en bleu et rouge respectivement) ainsi que leur courbe moyenne (en gras) de 10 à 30 ans. 84

2.25 Exemple de deux individus (en colonne) de l'estimation de l'ensemble des courbes de Moore brutes, de la médiane et des quantiles d'ordre 0,025 et 0,975 et de la moyenne et de l'intervalle de confiance des probabilité d'appartenir à chacun des clusters. 85

2.26 Courbes moyennes des clusters des 12 modèles présentant l'Overlap Score le plus faible 86

2.27 Courbes moyennes de progression des performances entre les différents clusters (A) et les dérivées représentatives de la progression (B). 87

2.28 Exemple fictif de l'estimateur de Nelson Aalen 95

2.29 Densité de performance par âge (en colonnes) décomposée en quantiles d'ordre 0,05, 0,1, 0,25, 0,5, 1 (A) et quantiles âge par âge associés pour former les Performance Lanes (B) 99

2.30 Estimation des probabilités d'être en PL_1 à 24 ans selon la PL de départ à 12 ans avec une chaîne de Markov inhomogène à temps discret 100

2.31 Estimations des intensités de transition cumulées pour la transition de PL_1 à PL_2 par les distributions exponentielle, gamma, gompertz, log-normale, weibull et non-paramétriques. 101

2.32 Estimation des risques cumulatifs pour des transitions spécifiques via les modèles multi-états 102

2.33 Estimation non paramétrique et paramétrique forward (A) du modèle multi-états des probabilités d'être en PL_1 selon le PL de départ à 12 ans et backward (B) des probabilités d'être en PL_1 à 25 ans selon le PL de départ de 10 à 25 ans 104

2.34 Probabilités d'être dans le PL 1 à 5 (de gauche à droite) à 25 ans selon le PL à 10 ans (en haut) et à 15 ans (en bas) 109

2.35 Estimation des probabilités d'atteindre PL_1 de 13 à 25 ans en partant à 13 ans du PL_1 et DL_4 (rouge) et du PL_2 et DL_1 (bleu) 110

2.36 Probabilités d'atteindre PL_1 dans le temps si on part de chaque PL (de haut en bas de 1 à 5) selon le DL (chaque ligne représente un DL de départ) . . . 111

2.37 Points rapportés selon le rang avec la première approche classement club (équation (2.38)) 113

2.38 Points rapportés selon le rang avec la deuxième approche classement club (équation (2.39)) 113
2.39 Odds ratio des différentes transitions vers un PL superieur (A) et vers un PL inferieur (B) selon le niveau de club N_2 et N_3 par rapport à la référence N_1 . 114
2.40 Figure illustrant l'impact d'une stratégie d'optimisation sur la courbe de Moore [133] 117

3.1 Syndrome général d'adaptation (SAG) 121
3.2 Illustration du modèle Fitness fatigue modèle (extrait de [165]) 124
3.3 Relation entre le risque de blessures dans différents sports et l'ACWR via une régression polynomiale (figure extraite de [174]) 126
3.4 Evolution par individu du taux de phosphokinase (en bleu) et de la RPESession (en rouge) au cours du suivi 130
3.5 Exemple des probabilités de transition d'une chaîne de Markov à deux états 132
3.6 Exemple de probabilités de transitions d'une chaîne de Markov cachée. A et B sont les modalités de la variable observée. 132
3.7 Matrice de transition de l'algorithme MILS. Les pourcentages entre les liens représentent la probabilité de passer d'un état r à un état j d'un instant t à un instant $t+1$ sans tenir compte des probabilités de transmission 139
3.8 Exemple individuel de l'évolution de la charge de travail et du résultat de l'algorithme MILS. 140
3.9 Estimation de paramètres du modèle mixte pour expliquer les variables quotidiennes du questionnaire par états MILS 141
3.10 Estimation des paramètres du modèle mixte pour expliquer les niveaux d'hormones par les états du MILS 142
3.11 Evolution de l'état 'light' et 'heavy' au cours de la phase du cycle naturel . . 143
3.12 Evolution de l'état 'light' et 'heavy' au cours de la phase du cycle hormonal . 144
3.13 Cercle des corrélations de l'analyse en composantes principales sur les variables de fréquence cardiaque et de saturation d'oxygène musculaire. 149
3.14 Matrice de transition de la chaîne de Markov cachées réalisée sur les coordonnées du premier axe de l'analyse en composantes principales 150
3.15 Probabilités estimées des états d'intensité pendant les 6 tests incrémentaux. 151

4.1 Déterminants de la performance des skieurs alpins olympiques (extrait de [234]).155
4.2 Somme des effets fixes et aléatoires du modèle pour chaque course 159
4.3 Classement prédit par le modèle selon le réel classement pour chacune des courses. 160

4.4 Paramètres aléatoires du modèle pour 9 skieurs 160
4.5 Probabilités de classement à partir du temps t_0 163
4.6 Probabilités de classement à partir du temps t_5 164

Tables

2.1 Calcul des points de classement des skieurs pour les compétitions françaises . 45
2.2 Qualité des modélisations âge performance sur les différentes disciplines de ski à l'échelle de l'espèce 68
2.3 Diagnostics pour l'échantillonnage par importance lissé de Pareto 79
2.4 Estimation de la médiane, de l'écart-type et du quantile d'ordre 0,025 et 0,975 des paramètres du modèle 81
2.5 Nombre d'occurrences de transitions des skieurs du PL r (en lignes) au PL j (en colonnes) entre 10 et 25 ans 93
2.6 Familles de fonctions de densité utilisées pour approximer les intensités de transition 96
2.7 Qualité de chaque modèle spécifique à la transition et du modèle global (critère AIC). La distribution qui correspond le mieux à chaque transition est indiquée dans la colonne de droite 103
2.8 Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 15, 20 et 25 ans selon le PL de départ à 10 ans 106
2.9 Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 15, 20 et 25 ans selon le PL de départ à 14 ans 107
2.10 Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 20 et 25 ans selon le PL de départ à 18 ans 108

3.1 Echelle de RPE (Rate of Perceived Exertion) 124
3.2 Protocole de test physiologique incrémental 148

4.1 Paramètres fixes du modèle à effets mixtes. α_1, α_2, α_3 et α_4 représentent les coefficients associés à la 1ère, 2e, 3e et 4e portion de course respectivement . 158

Les références issues de la bibliographie personnelle seront mises en évidence en couleur bleu.

Chapitre 1

Introduction

1.1 La performance, une variable historiquement étudiée

La performance constitue une dimension fondamentale dans de nombreux secteurs de la société, que ce soit dans le domaine industriel, économique ou financier. Dans le domaine sportif, un grand nombre d'individus se consacrent régulièrement à des activités avec pour objectif l'amélioration de leurs performances, motivés par des considérations de santé ou de compétition. La performance se manifeste à un instant donné t. Toutefois, elle est modulée par divers facteurs, parmi lesquels le temps occupe une place prépondérante. La notion de performance sportive est évoquée lorsque l'on évalue ou mesure la capacité d'un athlète ou d'une équipe à atteindre un niveau optimal d'efficacité dans une discipline ou une compétition spécifique, mesurée en fonction des critères établis. À titre d'exemple, mentionnons un temps de course réalisé sur 100 mètres, la distance d'un lancer de disque en athlétisme, ou le cumul de points sur une saison dans une discipline collective. Concernant les sports hivernaux, les diverses disciplines de ski se basent sur une évaluation de la performance mesurée en temps puis convertie en points. François Bigrel [1], en définissant la performance comme un évènement original créé dans et par un champ de forces contingentes organisées par un règlement, évoque d'autres aspects de compréhension de celle-ci en mettant en avant la singularité et l'imprévisibilité de celle-ci du fait du renouvellement continu des situations. Les sports de pleine nature comme le ski s'intègrent à cette approche.

1.2 Le ski, un sport ancré dans le paysage français

Le ski, bien que pratiqué depuis longtemps en France, a véritablement pris de l'ampleur au cours du XXe siècle. Les premières traces de l'usage des skis en France datent du Moyen Âge, période durant laquelle les habitants montagnards les employaient pour leurs déplacements en zones enneigées. Cependant, le ski n'est devenu un loisir populaire en France qu'au début du XXe siècle. À cette époque, ce sont surtout les militaires et les explorateurs qui pratiquent le ski, l'utilisant comme moyen de déplacement en terrain montagneux. Au fil du XXe siècle, des premières compétitions de ski ont lieu en France. La Fédération Internationale de Ski (FIS) et la Fédération Française de Ski (FFS) sont créées en 1924, et les premiers Jeux olympiques d'hiver (initialement" Semaine internationale des sports d'hiver") ont lieu à Chamonix cette même année. En 1896, l'Isérois Henry Duhamel crée le premier club de ski de France, le « Ski Club des Alpes », dans le Dauphiné. Quelques années plus tard, en 1907, le Club Alpin Français organise la première compétition internationale de ski, à Montgenèvre dans les Hautes-Alpes. Au cours des années suivantes, le ski en France devient de plus en plus populaire et de nombreuses stations sont construites dans les Alpes et les Pyrénées. Le ski se développe en une activité de loisir accessible à un large public et a contribué à la popularité de certaines régions de montagne en France, avec plus de 8 millions de pratiquants et la visite de près de 40 millions de skieurs étrangers [1], même si les changements climatiques posent de nombreux défis en termes d'adaptation. La France, considérée comme l'un des meilleurs pays pour le ski alpin, a accueilli des évènements de haut niveau tels que les Jeux Olympiques d'hiver à Albertville en 1992, les Championnats du monde de ski alpin à Val d'Isère en 2009, et plus récemment à Courchevel en 2023. Plusieurs coupes du monde sont aussi régulièrement organisées sur le territoire dans les disciplines nordiques et freestyle.

Ainsi, le ski en France a connu une évolution significative au cours des récentes décennies, atteignant des standards de compétition élevés. Depuis les années 1950, de nombreux skieurs français ont participé aux Jeux Olympiques d'hiver et remporté de nombreux titres au niveau international. Les premiers grands succès du ski ont été obtenus par des skieurs tels que Jean Vuarnet, médaille d'or en descente aux Jeux Olympiques de Squaw Valley en 1960, et Marielle Goitschel, pluri-médaillée aux Jeux de 1964 et 1968. Au cours des années 1970 et 1980, de nombreux skieurs français ont continué à se distinguer sur la scène internationale : Jean-Claude Killy, triple champion Olympique de Grenoble en 1968, ou Franck Piccard, médaille d'argent en descente aux Jeux Olympiques de Calgary en 1988. Dans les années 1990 et 2000, le ski de haut niveau français a connu un regain de succès grâce à des skieurs tels qu'Edgar Grospiron, médaille d'or en ski acrobatique aux Jeux d'Albertville en 1992, ou

[1] **2022 International Report on Snow & Mountain Tourism** Laurent Vanat

Carole Montillet, championne Olympique de descente aux Jeux de Salt Lake City en 2002. Aujourd'hui, la France dispose de nombreux skieurs de haut niveau qui continuent d'exceller sur la scène internationale, notamment Tessa Worley, troisième du slalom géant des Jeux de Pyeongchang en 2018, et Alexis Pinturault, pluri-médailles aux Jeux Olympiques comme aux championnats du monde. Dans le domaine du ski nordique, la France a également obtenu des résultats notables. Jason Lamy Chappuis s'est illustré en remportant le combiné nordique aux Jeux de 2010, devenant ainsi le premier Français à décrocher l'or olympique dans cette discipline. En ski de fond, l'équipe de France termine à la troisième place du podium au relais 4×10 km lors des Jeux de Pékin en 2022 ; En biathlon, Raphaël Poirée et Quentin Fillon Maillet ont remporté plusieurs médailles olympiques, et Coline Mattel a connu des succès en saut à ski féminin. Dans les disciplines du ski freestyle et du snowboard, la France a été dignement représentée par des athlètes ayant obtenu de remarquables succès.

Les nombreuses disciplines régies par la Fédération Française de Ski nécessitent une approche diversifiée et complexe en matière d'optimisation de la performance sportive, chaque épreuve ayant ses spécificités propres (cf 2.2.1.1). Cependant, chacune des disciplines peut être évaluée en termes de performances, leur évolution induisant la notion de potentiel sportif. Le potentiel estime une capacité d'action, de production. En biologie, celui-ci peut être défini comme la possibilité de performer au maximum des capacités d'un individu ou d'une espèce.

1.3 Le sport au rythme des mathématiques

Il est probable que l'être humain ait développé des compétences mathématiques avant l'apparition de l'écriture. Les premiers objets reconnus attestant de compétences calculatoires sont les bâtons de comptage, tels que l'os d'Ishango (en Afrique) datant de 20 000 ans avant notre ère [2]. Depuis, l'ensemble des connaissances abstraites résultant de raisonnements logiques appliqués à des objets divers tels que les ensembles mathématiques, les nombres, les formes, les structures, les transformations, etc. n'ont fait que croître. Les mathématiques ont permis une croissance de nombreux pans de la société, le sport en faisant partie. Les origines de l'analyse mathématique dans le sport remontent à la Grèce antique. Les mathématiciens grecs, tels que Pythagore et Archimède, ont apporté des contributions significatives à la géométrie, qui ont ensuite trouvé des applications dans le sport. Le théorème de Pythagore s'est avéré utile pour quantifier distances et angles, notamment dans des disciplines telles que l'athlétisme ou le football. Avec le temps, l'application des mathématiques dans le sport a pris de l'ampleur. Le XIXe siècle marque l'émergence de l'analyse mathématique dans le sport, notamment dans le domaine des statistiques. Francis Galton, mathématicien britannique, a été l'un des pionniers dans l'application des statistiques au sport. Il a analysé les données des matchs de cricket

pour développer le concept de régression vers la moyenne, qui est encore utilisé aujourd'hui dans tous les domaines dont celui des performances sportives [3]. Cette théorie fait référence au fait que ceux qui ont des scores extrêmes sur n'importe quelle mesure à un moment donné auront, pour des raisons purement statistiques, probablement des scores moins extrêmes la prochaine fois qu'ils seront testés. L'utilisation des mathématiques dans le sport a continué à se développer au XXe siècle. Au Baseball, des statistiques telles que le *"batting average"* ou le *"earned run average"* (ERA) ont été développées pour quantifier les performances des joueurs. Ce domaine d'étude, connu sous le nom de sabermetrics [4], a été popularisé par Bill James et a acquis une large reconnaissance avec la publication du livre "Moneyball" de Michael Lewis. Avec les progrès des ordinateurs et des techniques de modélisation mathématique, l'analyse sportive est devenue plus sophistiquée. Des modèles ont été développés pour tenter de prédire les résultats, évaluer les stratégies et optimiser les performances. Dans des disciplines telles que le football, l'application de modèles mathématiques permet d'analyser les performances des athlètes et des formations, d'élaborer des stratégies optimales et de prévoir les issues de matchs. Enfin, le XXIe siècle a connu une augmentation significative de l'utilisation des mathématiques et de l'analyse de données dans le sport. Le domaine de l'analyse sportive s'est développé rapidement, avec des équipes et des organisations utilisant des méthodes statistiques avancées, l'apprentissage automatique et l'analyse du *big data* pour acquérir un avantage concurrentiel. Cela comprend des systèmes de suivi des joueurs, des logiciels d'analyse des performances et des modélisations prédictives pour améliorer le développement des joueurs, la prévention des blessures et la prise de décision tactique.

Dans le ski également les mathématiques ont permis une meilleure compréhension de la discipline et une optimisation de la performance. La conception des skis implique par exemple des paramètres tels que la forme, les dimensions et les matériaux utilisés. Les mathématiques, en particulier la géométrie, jouent un rôle crucial dans l'optimisation de ces facteurs pour atteindre les caractéristiques de performance souhaitées. Des calculs liés à la flexion, à la torsion, à la stabilité et à l'aérodynamisme peuvent être impliqués dans le processus de conception. Les mathématiques aident à quantifier et à comprendre les facteurs biomécaniques [5], permettant aux chercheurs d'optimiser les techniques et l'équipement. Enfin, les principes de la physique, tels que les lois du mouvement de Newton, la cinématique et la dynamique, entrent en jeu lors de l'étude de la mécanique du ski.

L'apport des mathématiques dans la compréhension et l'optimisation de la performance sportive est donc une histoire de longue date. Les nouvelles technologies, notamment liées à la captation et à l'analyse de données à grande échelle, ne font que renforcer ce lien.

1.4 Objectif général

D'un point de vue sportif, cette thèse avait pour objectif d'étendre la vision de la performance dans les différentes disciplines de ski en étudiant sa dynamique sur plusieurs dimensions et à différentes échelles. Nous avons analysé la dynamique de performance en réduisant l'échelle à trois dimensions de plus en plus courtes : une vie, une saison, une compétition. Plusieurs temporalités d'une carrière ont été explorées, du plus jeune âge lors du développement des capacités physiques, physiologiques ou techniques, jusqu'à l'âge adulte et l'optimum du potentiel sportif. Au plus jeune âge, où la détection des talents se résumait jusqu'à présent à sélectionner les athlètes sur le seul critère de la performance instantanée, nous avons évalué d'éventuelles limites dans ce système de sélection. Une analyse a ensuite été menée pour déterminer si les jeunes skieurs performants maintenaient leur niveau à l'âge adulte. De plus, d'autres variables susceptibles d'influencer la performance future ont été explorées. Une analyse de la relation entre l'âge et la performance a également été menée afin d'offrir une individualisation et une estimation du potentiel sportif. Après avoir identifié le potentiel individuel, nous avons tenté d'apporter des clefs de compréhension pour optimiser le potentiel sportif à moyen terme par l'analyse de la charge de travail, regroupant la charge d'entraînement et de compétition. Enfin, à court terme, nous avons analysé la dynamique longitudinale d'une performance au cours d'une compétition afin d'optimiser les stratégies de course. Les questions suivantes ont été abordées successivement :

- *La relation entre l'âge et la performance peut-elle aider à estimer le potentiel* individuel ?
- *Est-il possible de modéliser la réponse à la charge d'entraînement comme un état latent complexe évoluant dans le* temps ?
- *Quelle dynamique de course entreprendre pour optimiser le* résultat ?

Pour répondre à ces questions, cette thèse a adopté une vision dynamique du potentiel au cours de la vie montrant une phase de croissance des capacités puis un pic de performance suivi d'une période de décroissance finale (figure 1.1).

Cette thèse visait également à contribuer aux avancées des modèles statistiques couramment utilisés dans les domaines tels que les bio-statistiques ou la santé publique. D'un point de vue mathématique, les travaux visait à apporter des améliorations à des familles de modèles en les adaptant à un contexte extérieur. Nous avons tout d'abord cherché à enrichir les modèles classiques utilisés en bio-statistiques en les adaptant pour répondre aux défis spécifiques des dimensions sportives. En effet, les caractéristiques uniques du sport, telles que la nature dynamique des données, les interactions complexes entre les athlètes, et les

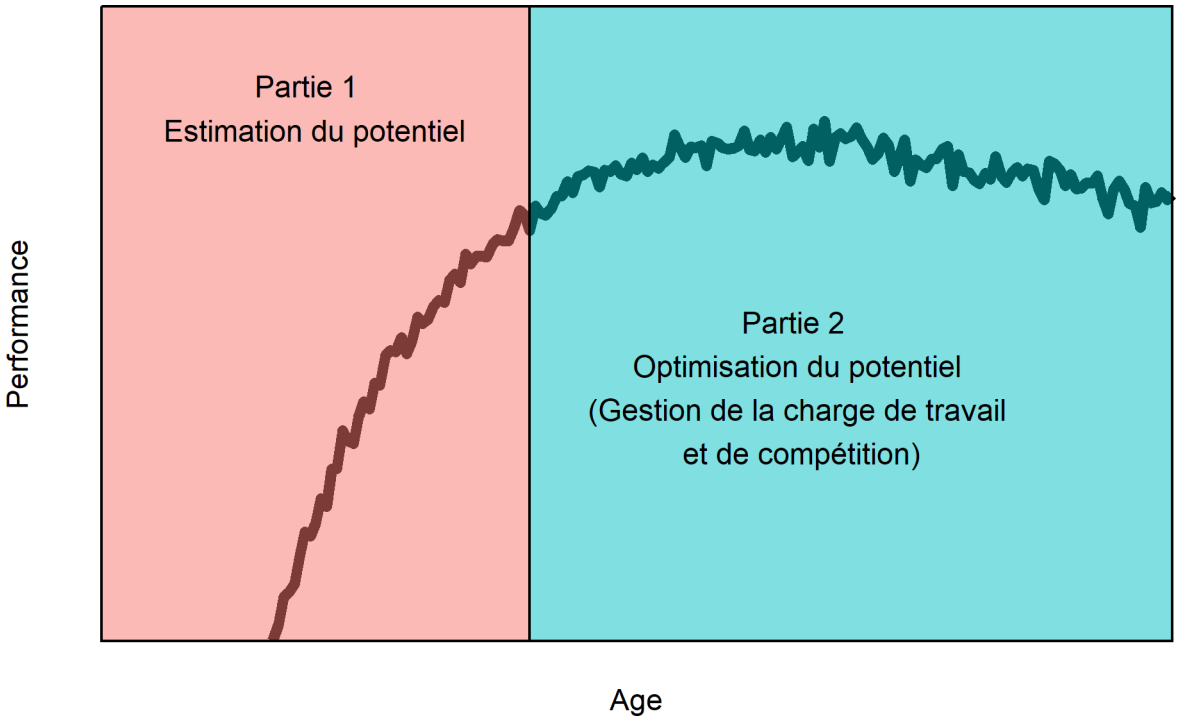

Figure 1.1: Plan de thèse : de l'estimation (en rouge) vers l'optimisation (en bleu) du potentiel. La courbe représente la relation théorique entre l'âge et la performance.

variations temporelles, nécessitent des approches novatrices pour une interprétation plus précise des résultats. Parmi celles-ci, on retrouve des modèles stochastiques, notamment les modèles de survie et les chaînes de Markov, mais également les modèles à effets mixtes très utiles pour prendre en compte la composante individuelle des relations. D'autre part, nous avons exploré la possibilité de combiner ces modèles améliorés avec d'autres techniques mathématiques avancées afin de fournir une plus grande finesse. Ainsi, nous avons obtenu une vision dynamique des performances sportives qui dépasse les analyses traditionnelles.

Dans un premier temps, nous avons mis en place des méthodologies permettant d'estimer le potentiel des jeunes talents, basées sur la relation entre l'âge et la performance avec des modèles linéaires par morceaux, des modèles multi-états et des modèles mixtes. Dans un deuxième temps, nous avons estimé la réponse à la charge d'entraînement et de compétition avec des chaînes de Markov cachées. Enfin, nous avons détaillé l'évolution de course en ski alpin et combiné nordique avec des modèles à effets mixtes et un modèle multi-état Markovien.

Le fil conducteur entretient donc ce lien étroit entre l'apport théorique et l'application pratique des méthodes mathématiques ainsi que l'intérêt d'une transférabilité concrète.

Chapitre 2

L'analyse longitudinale de la performance au long terme pour l'estimation du potentiel sportif

"Pour empêcher un oiseau de voler,
faites lui croire qu'il n'a pas d'aile"

Source inconnue

L'objectif est d'analyser l'importance de la dynamique de performance tout au long de la carrière des skieurs pour optimiser les estimations du potentiel sportif chez les jeunes skieurs. Pour approfondir cette thématique, nous formulons les interrogations suivantes :

- *Sélectionne-t-on les jeunes skieurs en fonction de leur performance relative à leur* âge ?

Les critères de sélection actuels se basent en grande partie sur la performance réalisée à chaque catégorie d'âge. Cependant la méthode consistant à catégoriser les athlètes par âge est susceptible d'engendrer des biais. Nous évaluerons si les sélections sont liées à la période de naissance des skieurs.

- *Quelle est la pertinence de la performance instantanée pour les performances ultérieures* ?

La sélection des jeunes skieurs sur la base de leur performance immédiate semble être au premier abord une démarche pertinente dans la détection des athlètes à fort potentiel. Nous

explorerons le lien entre la performance à un jeune âge et la performance à l'âge adulte pour estimer si la performance réalisée dans les catégories jeunes est déterminante pour la performance à l'âge adulte.

- *Quelle est l'importance de la progression de performance sur les performances futures ?*

Après avoir estimé le lien entre la performance à un jeune âge et la performance à l'âge adulte, nous étudierons l'importance de la dynamique de performance sur la performance future.

2.1 Etat de l'art : l'estimation du potentiel sportif, un défi non résolu

2.1.1 Un point de départ : le potentiel sportif

2.1.1.1 Le potentiel sportif

Le potentiel sportif d'un individu fait référence à ses capacités innées et à ses attributs physiques qui le rendent adapté à un sport particulier [6]. Il concerne également sa capacité à optimiser ce potentiel s'il bénéficie de l'environnement social, culturel et sportif le plus favorable. L'évaluation du potentiel sportif d'un jeune athlète constitue un enjeu complexe, toujours en cours d'exploration, et dépendant d'une multitude de facteurs [7,8]. Compte tenu de la nature multifactorielle de la performance [9,10], le succès sportif peut être influencé par la condition physique, les attributs intrinsèques des athlètes, et leur contexte environnemental. Les capacités individuelles peuvent être regroupées en les capacités intellectuelles, créatives, socio-affectives, sensorimotrices et physiques [10]. Malgré la complexité de la problématique, la majorité des outils actuels d'estimation de potentiel comparent simplement les niveaux de performance ou de qualités physiques et psychologiques aux valeurs observées à différents âges chez des champions en titre. Cependant, les performances du moment ne fournissent qu'un instantané des capacités actuelles et ne sont dans la pratique que partiellement liées aux capacités futures [11–13]. Actuellement, l'estimation du potentiel sportif est principalement axée sur trois éléments : l'athlète, son environnement et ses entraînements [14]. La date de naissance, la génétique, l'ascendance familiale [15], les facteurs anthropométriques et physiologiques, les compétences psychologiques, l'orientation de la motivation et les traits de personnalité sont les principaux indicateurs de performance [14]. Le soutien des parents, de l'écosystème familial, des frères et sœurs et des entraîneurs est central pour les meilleurs athlètes de la planète. Le volume d'entraînement spécifique à un sport ainsi que celui des autres pratiques sportives sont des variables également monitorées [14]. Au total, seulement

10% des études portant sur la prédiction de talent utilisent des méthodes appropriées [9]. Cette approche instinctive, basée sur une image à un instant t, ne prend que très peu en compte l'aspect évolutif de la performance, et donc du potentiel.

2.1.1.2 L'évolution du talent

Le développement du potentiel est étroitement lié à l'évolution des capacités d'un individu, qui incluent son développement, sa croissance et sa maturation. Le développement peut être défini comme l'acquisition de comportements attendus dans le contexte sportif [16], et les enfants développent leurs aptitudes cognitives, sociales, affectives, morales et autres à mesure qu'ils grandissent et acquièrent de l'expérience. La croissance, quant à elle, se réfère à l'augmentation de la taille du corps et de ses différentes parties [16] : elle comprend des modifications de la masse squelettique, musculaire, adipeuse et des autres organes (cardiaque, pulmonaire, connectivité neuronale, *etc.*). Enfin, la maturation est un processus menant au développement complet du processus. Le pic de développement est appelé maturité [16]. Ces trois phénomènes ne sont pas linéaires et dépendent des individus et des processus internes. À titre illustratif, le système nerveux central parvient à environ 95% de sa maturité complète vers l'âge de 7 ans, tandis que le système hormonal atteint sa maturation en fin d'adolescence [17].

En ce qui concerne l'estimation du talent, la performance au cours de l'adolescence est influencée par les différences individuelles dans le moment de la poussée. Certains tests montrent des poussées de croissance bien définies, comme la force statique, la puissance et la force fonctionnelle, avec des gains maximaux après le pic de croissance (Pic Height Velocity, PHV). D'autres tâches montrent des gains maximaux avant le PHV, comme la vitesse, l'agilité, la flexibilité et la vitesse de mouvement du bras. Les tendances des mesures de force et de puissance sont similaires dans le temps à celles de la masse corporelle et de la masse musculaire, qui connaissent toutes deux une croissance maximale après le PHV [18,19]. Les poussées précoces des adolescents pour la vitesse de course et la flexibilité du bas du dos peuvent être liées à la croissance des membres supérieurs, tandis que la taille des jambes peut influencer la vitesse de course et réduire la flexibilité du tronc.

L'ensemble de ces processus dépendent du temps mais présentent des vitesses d'évolution différentes. Cela pose la problématique de la prise en compte de l'âge exact dans les évaluations de la performance, résultante de l'ensemble des processus de croissance, chez les jeunes skieurs. Cependant de quel âge faut-il parler ?

2.1.1.3 Âge chronologique, maturité biologique

L'âge chronologique est calculé comme un seul point de temps à partir de la date de naissance [20]. Cependant, cet âge chronologique n'est pas intégralement corrélé à l'âge biologique [21,22] (figure 2.1), qui représente la progression vers un état mature. Cet âge biologique peut varier entre les différents systèmes qui composent le corps humain [23]. Dans la suite de cette thèse, nous définirons l'"âge" comme l'âge chronologique exact.

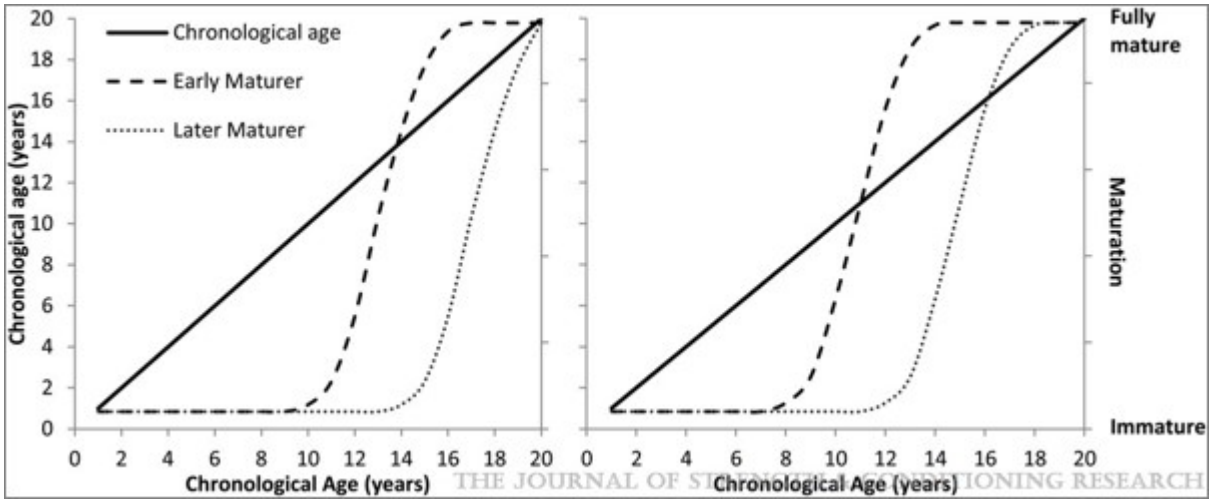

Figure 2.1: Relation théorique entre l'âge chronologique et l'âge biologique (extrait de [20])

Ne pas prendre en compte ces différences de développement individuelles dans les programmes d'identification de talents se résume à confondre égalité et équité. En effet, tous les athlètes ne se développent pas au même rythme et considérer tout le monde sur la seule base de l'âge chronologique serait ignorer ces différences individuelles. Certains chercheurs et cliniciens ont d'ailleurs noté l'importance de prendre en compte la maturation biologique pour développer des programmes d'entraînement appropriés afin d'optimiser l'adaptation à l'entraînement et de minimiser le risque de blessure lié à l'activité [24,25]. En effet, un enfant à maturité précoce a été défini comme un enfant qui commence sa poussée de croissance à l'adolescence environ 1,5 ou 2 ans plus tôt qu'un enfant à maturité tardive [26].

L'estimation de potentiel, dans le but de détecter des futurs sportifs élites, se résume donc actuellement à sélectionner les jeunes sportifs les plus performants à un instant t [27]. A la fédération française de ski, le processus de sélection pour les courses nationales et internationales, est basé sur les meilleures performances réalisées sur des compétitions de la saison en cours. La détection des hauts potentiels et leur accompagnement est un enjeu déterminant pour de nombreuses fédérations telle que la fédération de ski, dans l'optique de former les élites futures mais le processus de sélection actuel est perfectible. Ainsi, un skieur

est sélectionné sur sa performance à l'instant t mais l'évolution et le potentiel de progression ne sont pas pris en compte. Ceci amène des biais, notamment celui de l'âge relatif.

2.1.1.4 Effet de l'âge relatif

L'effet d'âge relatif (RAE) est défini comme un biais qui avantage les individus nés à proximité de la tranche d'âge limite à l'entrée de la cohorte (ex. tests scolaires, compétitions sportives) [28]. L'effet de l'âge relatif a été un sujet étudié dans de nombreux domaines, y compris l'éducation depuis Freyman [29] et Armstrong [30] dans les années 1960. La tendance à une meilleure réussite des individus nés en début d'année en milieu scolaire a été confirmée dans d'autres études. Par exemple, Aune et *al.* [31] ont montré un effet de l'âge relatif dans le test de calcul norvégien pour les élèves de 5e, 8e et 9e niveau, avec un effet plus important chez les garçons que chez les filles. Cobley et *al.* [32] ont étudié l'effet relatif de l'âge chez 657 élèves (âgés de 11 à 14 ans) dans une école secondaire du nord de l'Angleterre. Ils ont constaté que les enfants plus âgés (nés au cours des deux premiers trimestres) étaient plus représentés dans les programmes d'identification de talents.

Le sport et la performance, fortement liée à la maturité, intègrent aussi ce biais. Une étude de 2018 portant sur les sélections des jeunes talents suisses dans 70 sports différents [33] a examiné les effets de l'âge relatif au sein de leur programme de développement des talents via l'étude de 18 859 jeunes sportives et sportifs. Il a été constaté chez les sportives un effet modéré de l'âge relatif en athlétisme et natation synchronisée, ainsi qu'un effet léger mais significatif en tennis, volleyball, football et ski alpin [33]. Pour les jeunes athlètes masculins, un effet de l'âge relatif notable et statistiquement significatif a été observé en athlétisme, football, tir, basketball, hockey sur glace, hockey sur gazon, et volleyball. Des effets plus légers mais significatifs ont été constatés en ski cross et ski alpin, tennis, natation, handball et football. Pour les athlètes masculins ces effets étaient renforcés dans le plus haut niveau en tennis, aviron, football, ski alpin, hockey sur glace, basketball et handball. Les Suisses nés dans le premier quart de l'année ont 2,5 fois plus de chance que leurs homologues du dernier trimestre de se retrouver au plus haut niveau national dans les sports évoqués précédemment. La potentialisation de ces effets avec l'amélioration du niveau de performance est observée dans d'autres études [34,35]. Une autre étude [36] a exploré les différences liées à l'âge chez les jeunes joueurs de football américain de haut niveau et a examiné les caractéristiques qui influencent la sélection dans un groupe de haut niveau. Les résultats démontrent des différences considérables en termes de résultats de performance par groupe d'âge. En outre, il semble que les joueurs ayant une maturité précoce soient favorisés pour être sélectionnés dans une structure de haut niveau. Enfin, McCarthy et al. [37] démontrent une nouvelle

fois ce biais de sélection en rugby et cricket. Les auteurs soulignent également la nécessité de poursuivre les recherches qualitatives pour explorer ce phénomène plus en profondeur. Ces méthodes de sélection semblent mener à des déséquilibres en ski alpin. Plusieurs études antérieures renforcent ces constats [38,39].

L'effet d'âge relatif a des répercussions à long terme. Brustio et al. [40] ont étudié le RAE à l'âge adulte dans l'athlétisme mondial et ont confirmé la présence de ce biais dans toutes les disciplines, chez les moins de 18 ans et les moins de 20 ans. Ils ont également identifié un effet d'âge relatif persistant à l'âge adulte dans certaines disciplines, notamment les épreuves de lancer. De même, Gennaro Boccia et al [41] ont montré qu'être né plus tôt dans l'année confère un avantage tout au long de la carrière dans les épreuves masculines de lancer. De La Rubia et al [42] ont montré un effet d'âge relatif toujours présent dans les catégories adultes hommes et femmes du handball international. A l'inverse, McCarthy et al [43] ont montré une inversion de l'avantage RAE. Bien que les joueurs professionnels de rugby et de cricket relativement jeunes aient été moins susceptibles d'être sélectionnés dans leurs systèmes d'académie nationaux respectifs, ils étaient plus susceptibles d'accéder aux équipes nationales seniors. McCarthy et Collins [38] confirment ce « renversement » du RAE au rugby. Cet effet d'inversion a été appelé l'effet *"underdog"* [44].

Dans d'autres sports, des solutions ont été proposées pour corriger le biais lié au RAE. Dans la ligue nationale de hockey, la réduction les tranches d'âge ; la modification des limites annuelles pour les groupes d'âge; ou le retardement des processus de sélection et d'identification au-delà des stades de puberté et de maturation ont été testés [45]. Nolan et Howell ont montré que ces biais persistent dans le hockey malgré les options disponibles pour amoindrir ces effets [46]. Une autre étude dans le basket-ball [47] proposait d'évaluer l'athlète sur sa performance au long terme et pas uniquement sur les résultats immédiats. Ils ont suggéré de prendre en compte la maturation de l'athlète plutôt que les tranches d'âge, et de concevoir des modèles d'évaluation des jeunes athlètes tenant compte d'autres paramètres (psychologie, intelligence émotionnelle, habiletés cognitives, *etc.*). Ces méthodes incluent des paramètres de développement liés à la maturation, mais aucune de celles qui permettraient de détecter plus précisément de futurs talents n'a été validée à ce jour. Romann et Cobley ont proposé une correction linéaire en athlétisme de sprint [48]. Ils ont montré qu'une différence d'âge relative de près d'un an entraînait des différences de performances moyennes attendues allant de 5,3% à 10,1% chez les sprinteurs juniors suisses. D'autres procédures d'ajustement correctif ont été construites à partir de la relation estimée entre l'âge chronologique et les mesures objectives de performance en natation [51]. Une solution pratique proposée par Helsen et *al.* dans le football [52] permet, sur la base d'une étude longitudinale examinant les changements séculaires de

la maturation biologique chez les garçons belges, de déterminer un âge de développement approprié en connaissant les caractéristiques anthropométriques de l'individu. Son nouveau classement basé sur cet âge de développement estimé et non sur sa date de naissance, permet d'annuler le RAE. Une revue systématique [53] a identifié dix solutions au RAE à partir de soixante-trois publications scientifiques évaluées par des pairs entre 1980 et 2018. Six de ces solutions étaient "techniques et basées sur des politiques". Il s'agit notamment de modifier les structures d'âge, d'atteindre des quotas de joueurs et de faire des catégories incluant les paramètres anthropométriques. Trois solutions proposées étaient d'ordre pédagogique et informationnel se concentrant avant tout sur la formation pour sensibiliser au biais du RAE. Ils soulignent la difficulté d'appliquer les différentes méthodes proposées mais ils montrent aussi que la mise en œuvre de ces solutions peut affecter la carrière et l'équilibre de vie des sportifs de manière positive ou négative. Les solutions préconisées semblent difficiles à mettre en place rapidement car elles nécessitent des changements substantiels dans les organisations sportives.

Concernant le ski, des études ont démontré l'existence du RAE chez les skieurs internationaux [54]. Les analyses de 1 474 sauteurs à ski, 7 501 skieurs de fond, 15 565 skieurs alpins, 4 179 snowboardeurs et 713 athlètes de combiné nordique ont révélé un RAE significatif pour la plupart de ces disciplines pour tous les sexes. De nombreuses autres études ont démontré une présence de l'effet de l'âge relatif dans le ski alpin au niveau national et international (figure 2.2).

Muller et al. [56] ont suggéré de changer le classement des catégories de compétition en fonction d'une date limite tournante, comme l'ont recommandé Hurley, Lior et Tracze [57] au hockey sur glace canadien (cf figure 2.3). Ce concept est basé sur le jour de rotation des classes de compétition respectives, qui avance ou recule de 3 mois presque chaque année. Ainsi, un jeune skieur passe deux fois par position de trimestre par rapport au mois de naissance au cours de ses huit années d'entraînement, ce qui permet à chacun de bénéficier des avantages d'un âge relatif plus élevé. Ce système a été évalué dans le cadre d'une enquête visant à déterminer son utilité et sa faisabilité en ski de compétition alpin par 36 experts en ski de compétition pour enfants et jeunes (entraîneurs, directeurs d'écoles spécialisées dans le ski, officiels) [56]. La division équilibrée des classes offre davantage d'opportunités de succès par rapport à une classe d'âge fixe.

Cependant malgré la mise en évidence de ce phénomène, il n'existe aucun changement dans l'ampleur du RAE chez les jeunes de compétition de ski alpin au cours des 10 à 15 dernières années [55]. De plus, aucune étude publiée n'a enquêté sur le ski français. Comme chaque pays a son propre système d'identification des talents, les études précédentes ne peuvent

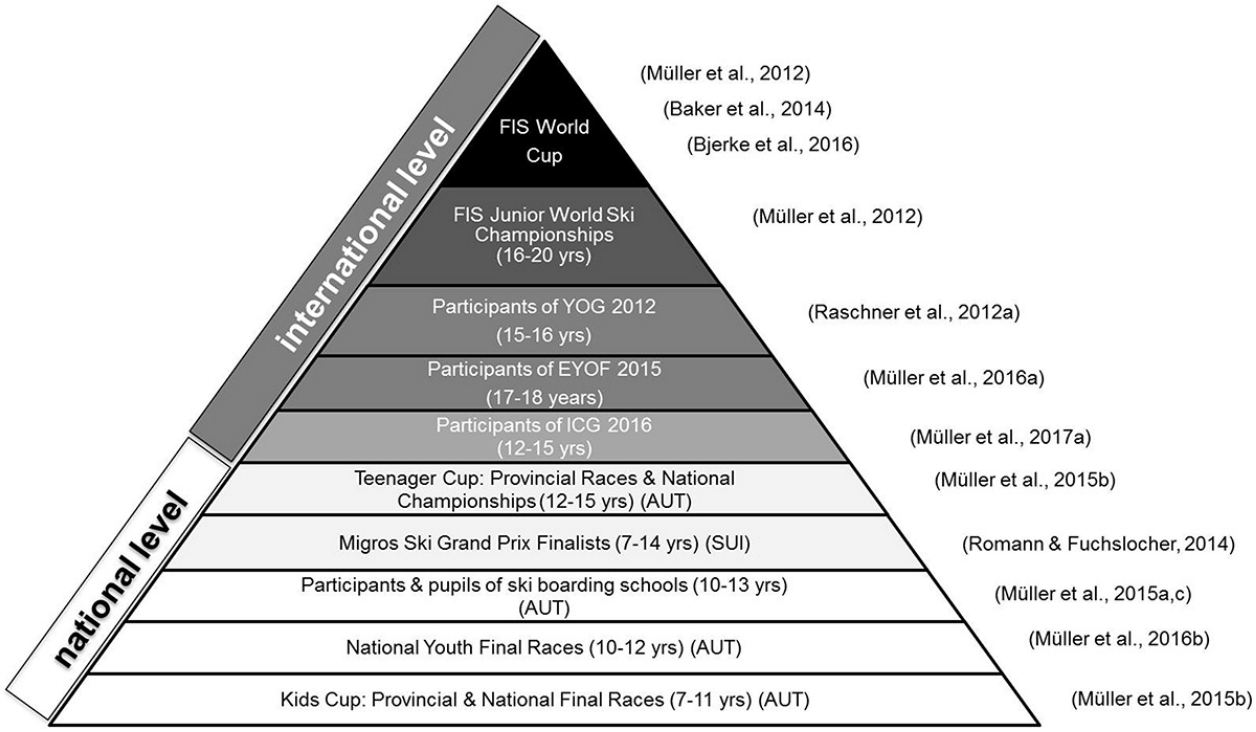

Figure 2.2: Références scientifiques ayant identifiées un effet de l'âge relatif dans toutes les catégories des niveaux nationaux et internationaux de ski alpin de compétition (figure extraite de [55])

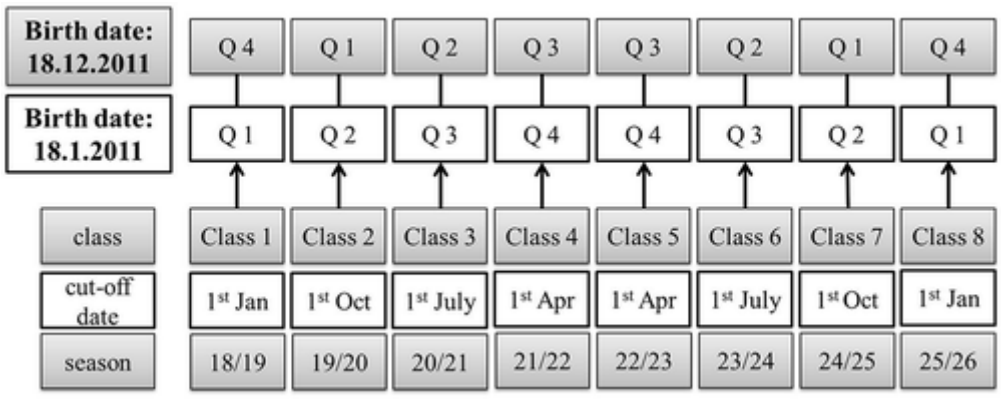

Figure 2.3: Le système de dates limites tournantes modifié pour le ski alpin de compétition ([56,57])

pas être simplement extrapolées au système du ski français. La présence du RAE dans le ski étant mondiale et n'ayant pas évolué depuis 10 à 15 ans [55], il est utile de s'intéresser spécifiquement à ce phénomène dans le ski alpin français spécifiquement.

Estimer le potentiel sportif est donc un enjeu complexe mais déterminant pour améliorer la détection des jeunes athlètes à haut potentiel. Dans ce contexte, il est primordial d'étudier la dynamique de performance au regard de la performance réalisée à un âge donné.

2.1.2 La performance, une variable liée à l'âge

La relation entre l'âge et la performance sportive a été théorisée en 1975 dans plusieurs disciplines d'athlétisme à l'échelle de l'espèce humaine par une somme de deux lois exponentielles de monotonies opposées [58], l'une représentant la croissance des qualités physiques, physiologiques et habiletés mentales, l'autre représentant la décroissance des capacités avec le vieillissement :

$$P(t) = a \cdot (1 - e^{-bt}) + c \cdot (1 - e^{dt}) \tag{2.1}$$

où $\{a, b, c, d\} \in \mathbb{R}_*^+$. Cette équation à quatre paramètres permet d'expliquer 91,7% de la variance de la performance au niveau individuel et 98,5% de la variance au niveau de l'espèce dans 25 évènements sportifs olympiques et chez les grands maîtres d'échecs [59]. En effet, après avoir ajusté les paramètres avec la méthode des moindres carrés ordinaire, le coefficient de détermination ajusté R_a^2 moyen pour les carrières est de $0,997 \pm 1,82 \cdot 10^{-3}$ pour l'athlétisme ; $0,998 \pm 2,29 \cdot 10^{-3}$ pour la natation; $0,755 \pm 1,99 \cdot 10^{-1}$ pour les échecs. L'équation décrit également l'évolution des records du monde avec l'âge dans les trois disciplines : le R_a^2 moyen pour les records du monde est de $0,991 \pm 4,05 \cdot 10^{-3}$ pour l'athlétisme, $0,987 \pm 6,06 \cdot 10^{-3}$ pour la natation et 0,978 pour les échecs.

En course à pied, les performances culminent à $25,99 \pm 2,13$ ans en moyenne et les pics cumulés dans toutes les épreuves vont de 23,29 ans (10 000 m) à 31,61 ans (Marathon). L'âge moyen du pic de performance en natation est plus jeune que celui de l'athlétisme ($20,99 \pm 1,55$ ans) et varie de 18,36 (1 500 m) à 23,14 (50 m). L'âge moyen du pic de performance est de 31,39 ans pour les échecs. De manière empirique, le pic de performance en ski alpin de compétition est le plus souvent atteint entre 26 et 28 ans [55].

Plus récemment, une nouvelle famille paramétrique de fonctions a permis de modéliser la relation âge-performance par une équation à 5 paramètres en incluant deux hypothèses biologique et physiologique [60] :

$$P(t) = a \cdot e^{\frac{b}{c}e^{-c \cdot t}} \cdot \left(1 - e^{d \cdot (t-e)}\right) \tag{2.2}$$

où $\{a, b, c, d, e\} \in \mathbb{R}_*^+$ Maximisant le R^2 ajusté, cette équation a permis de mieux décrire l'évolution de la performance avec l'âge dans les épreuves d'athlétisme et d'haltérophilie, chez les grands maîtres aux échecs, pour les vitesses de course des pur-sang et des lévriers, tout comme les distances parcourues par des souris ou les forces de préhension des lémuriens [61]. Ces modélisations ont été réalisées d'un point de vue de l'espèce en prenant la meilleure performance par âge tous individus confondus.

Considérant l'évolution de la performance avec l'âge comme une réalisation d'un processus stochastique, plusieurs modèles mathématiques permettent de modéliser cette dynamique [62].

2.1.3 Modélisation à l'aide de processus stochastiques

2.1.3.1 Chaînes de Markov

Les chaînes de Markov ont été introduites pour la première fois par le mathématicien russe Andrey Markov [63], en introduisant l'idée d'un processus de Markov montrant des transitions d'un état à un autre selon certaines règles probabilistes.

Les réflexions d'A. Markov ont été inspirées par des travaux antérieurs où les chaînes étaient modélisées sous forme de processus de Poisson [64,65]. Markov a ainsi réfuté la conjecture de Nekrasov qui pensait que l'indépendance des variables était nécessaire pour que la loi des grands nombres soit valable [66]. Markov a ensuite formalisé cette idée puis développé la théorie des "chaînes de Markov" (et des processus Markoviens, à temps continu ou discret).

La caractéristique déterminante d'une chaîne de Markov est que, quelle que soit la façon dont le système est arrivé à son état actuel, les règles d'évolution vers les états futurs possibles sont fixes. En d'autres termes, la probabilité de transition vers un état particulier dépend uniquement de l'état actuel ; et éventuellement du temps écoulé dans le cas des modèles semi-markoviens.

Une chaîne de Markov à temps discret est une suite de variables aléatoires $X_1, X_2, X_3, \ldots$ à valeur dans un ensemble fini ou dénombrable appelé espace d'états. La propriété de Markov s'écrit formellement :

$$\mathbb{P}\left(X_{n+1} \in \cdot \middle| \sigma(X_1, ..., X_n)\right) = \mathbb{P}\left(X_{n+1} \in \cdot \middle| \sigma(X_n)\right) \tag{2.3}$$

où $\sigma(X_1, X_2, ..., X_n)$ est la tribu engendrée par les variables aléatoires. En d'autres termes, la probabilité de passer à l'état suivant ne dépend que de l'état actuel et non de la séquence d'évènements qui l'ont précédé. Les chaînes de Markov ont de nombreuses applications dans divers domaines, notamment la biologie, l'économie et l'informatique. Ils sont utilisés pour modéliser des systèmes qui changent avec le temps, comme la propagation d'une maladie à travers une population ou l'évolution d'une espèce [67]. En informatique, ils sont utilisés pour modéliser et analyser des algorithmes [68]. Le comportement d'une chaîne de Markov homogène en temps est souvent caractérisé par sa matrice de transition, qui spécifie la probabilité de transition d'un état à un autre. Le comportement en loi à long terme $n \to \infty$ de la chaîne de Markov peut être étudié à l'aide de techniques issues de l'algèbre linéaire et de la théorie des probabilités.

Formellement, une chaîne de Markov est définie par un ensemble d'états S et une matrice de transition P, où P_{rj} représente la probabilité de passer de l'état r à l'état j. Les éléments de la matrice de transition doivent satisfaire les deux conditions suivantes :

- $\forall r \in S, \sum_{j \in S} P_{rj} = 1$: la somme des probabilités de transition depuis un état donné doit être égale à 1.
- $\forall r, j \in S, P_{rj} \geq 0$: les probabilités de transition doivent être positives ou nulles.

Une chaîne de Markov est caractérisée par sa matrice de transition et sa distribution de probabilité initiale $\mathbf{v}_0$, qui spécifie les probabilités initiales d'être dans chaque état de S. Cette distribution est représentée par un vecteur ligne $\mathbf{v}_0 = [v_{01}\ v_{02}\ \cdots\ v_{0n}]$.

La distribution de X_t à un instant donné $t \in \mathbb{N}$ peut être obtenue en multipliant la distribution de probabilité initiale par la matrice de transition M :

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_0 \cdot M^t \tag{2.4}$$

où $\mathbf{v}_t$ est le vecteur ligne représentant les probabilités d'être dans les différents états de S à l'instant t.

Les chaînes de Markov à temps discret ainsi introduite sont le type le plus courant de processus de Markov, où les états et les transitions entre états sont définis pour des instants discrets. Si les pas temps sont irréguliers, cela n'est pas considéré. À chaque instant, l'état suivant dépend uniquement de l'état actuel et est indépendant des états précédents. Les processus de Markov à temps continu sont souvent utilisés dans les domaines de la modélisation des files d'attente, des systèmes de télécommunications, de l'économie et de la fiabilité des systèmes.

La propriété fondamentale qui se résume à une condition de dépendance conditionnelle entre états d'un processus stochastique, est utilisée dans une catégorie de modèles statistiques de survie, afin d'estimer le temps jusqu'à la survenue d'un évènement d'intérêt, condition des modèles multi-états.

2.1.3.2 Modèles multi-états

Le concept de modèle multi-états est une généralisation des modèles de survie, permettant d'étudier l'évolution d'une variable qualitative au cours du temps qui peut prendre plusieurs états, chacun correspondant à un ensemble de paramètres ou de caractéristiques [69]. Ces modèles sont utilisés pour analyser et faire des prédictions sur des systèmes qui peuvent présenter des comportements ou résultats différents selon l'état dans lequel ils se trouvent.

Ces types de modèle permettent de prendre en compte des données incomplètes, censurées ou tronquées. Ils sont basés sur des transitions entre différents états. Hougaar et al. [70] a répertorié les modèles multi-états les plus courants. Généralement, les modèles multi-états sont basés sur la propriété de Markov [70–73], où toutes les informations permettant d'estimer les probabilités d'avenir sont incluses dans l'état actuel.

Ces modèles peuvent être conceptualisés de différentes manières. Les modèles inhomogènes dans le temps impliquent que les intensités des transitions dépendent du temps écoulé. À l'inverse, des modèles homogènes dans le temps impliquent des intensités de transition constantes.

Au lieu de considérer seulement deux états (comme "en vie" et "décédé" dans les modèles de survie traditionnels), les modèles multi-états permettent d'examiner plusieurs états transitoires et leurs transitions possibles. Ils permettent d'aborder des situations plus complexes où un individu peut passer par plusieurs états avant d'atteindre un état d'absorption (un état où aucune autre transition n'est possible). Ils peuvent capturer et estimer les probabilités de transition entre différents états, et non seulement la probabilité d'occurrence d'un évènement unique. Ils sont particulièrement utiles pour étudier les évènements intermédiaires qui peuvent influencer l'issue finale. L'utilisation de modèles multi-états est devenue de plus en plus courante dans des domaines tels que l'économie, la biologie, l'ingénierie et l'informatique, où ils sont utilisés pour analyser et comprendre le comportement de systèmes avec plusieurs états ou configurations possibles. Ils ont notamment été utilisés en biostatistique pour comprendre l'évolution de certaines maladies telles que le diabète [74] ou le VIH [75]. Quelques études ont utilisé des analyses de survie pour comprendre les paramètres de la performance sportive. Pion et *al.* [76] ont examiné le lien entre les caractéristiques anthropométriques, physiques et motrices évaluées lors de l'identification de talent ou l'abandon de carrière chez les gymnastes

féminines grâce à une analyse de survie de Kaplan-Meier et Cox. Les auteurs ont trouvé que les habiletés motrices de base, la force des épaules, la force des jambes et la coordination motrice globale étaient des facteurs protecteurs (évitant l'abandon de la carrière sportive). Antero et al. [1] et S. Duncombe et *al.* [2] ont utilisé des modèles de survie pour comparer la mortalité des athlètes de haut niveau avec celle de la population générale. En basket-ball, E. Štrumbelj et P. Vračar [77] ont utilisé un modèle multi-états markovien homogène dans le temps basé sur la possession de balle pour modéliser la progression d'un match de basket-ball. Kvam et Sokol [78] ont également tenté de modéliser ces matchs par des chaînes de Markov combinées à une régression logistique cherchant à prédire le résultat des matchs en tournoi. Dans un autre sport d'opposition, Pfeiffer et al. [79] a développé quatre modèles différents de transition d'état pour décrire le comportement tactique d'un match de tennis de table. Enfin, les modèles multi états ont également été utilisées pour étudier l'émergence des pénalités et essais dans les matchs de rugby à XV [80]. L'analyse des différentes matrices de transition a montré que les actions techniques et tactiques réalisées à partir de *rucks* avaient la plus forte probabilité de générer une phase de transition menant à un essai ou une pénalité.

2.1.4 Résumé

L'optimisation des performances dans le domaine du ski français repose en grande partie sur une évaluation précise du potentiel sportif. Il est essentiel d'appréhender ce potentiel dans sa dynamique. En envisageant la performance comme un processus stochastique qui évolue avec le temps, différentes modélisations peuvent être utilisées pour analyser et perfectionner l'estimation de ce potentiel.

2.2 Données

2.2.1 Variables

En vue d'aborder la problématique relative à l'estimation du potentiel sportif en ski, des modèles seront élaborés se fondant sur l'évolution de la performance en fonction de l'âge.

2.2.1.1 La performance en ski

Les compétitions en ski, indépendamment de la discipline, se parcourent sur des terrains différents possédant leurs propres caractéristiques, et les performances ne sont pas reproductibles d'une compétition à l'autre. Les points attribués par la Fédération Française de Ski (FFS) et la Fédération Internationale de Ski (FIS) servent à quantifier une performance

en fonction de la compétition, intégrant à la fois le résultat individuel et le niveau de participation global de l'épreuve [1].

À la fin de chaque épreuve, chaque skieur reçoit des points de courses auxquels s'ajoute une pénalité de course calculée en fonction du niveau de celle-ci. **Plus la performance est élevée, moins de points sont attribués.**

Calcul des points de course Les points de courses sont calculés par

$$Pts = \left(\frac{T_x}{T_0} - 1\right) \cdot F \tag{2.5}$$

où T_x est le temps du skieur (en secondes),
T_0 est le temps du vainqueur (en secondes),
F est un facteur lié à la discipline et la spécialité.

Le facteur F est utilisé pour harmoniser les performances entre les disciplines en ce qui concerne les points de course attribués. Dans les épreuves de vitesse, les écarts de temps entre les skieurs sont généralement plus faibles que sur les épreuves techniques, rendant $\frac{T_x}{T_0}$ proche de 1 et donc $\left(\frac{T_x}{T_0} - 1\right)$ est proche de 0.

En complément de la performance, une pénalité de course est ajoutée, basée sur le niveau de l'épreuve.

Pour le ski alpin, la pénalité de course se calcule de la manière suivante :

$$\text{PÉNALITÉ} = \frac{(\text{TOTAL A} + \text{TOTAL B}) - \text{TOTAL C}}{10} + \text{ADDITIF DE CIRCUIT} \tag{2.6}$$

- TOTAL A : Somme des points FFS des cinq meilleurs concurrents classés. Si les points FFS dépassent la note forfaitaire maximale (souvent fixée à 300), cette dernière est retenue.
- TOTAL B : Somme des points FFS des cinq meilleurs concurrents ayant débuté la course. Les absents de la première manche ne sont pas comptabilisés. Si les points FFS dépassent la note forfaitaire maximale (souvent 300), c'est cette dernière qui est retenue.

[1] Calcul des points FFS Alpin https://ffs.fr/reglements/categories/ski-alpin/

- TOTAL C : Somme des points de course des cinq concurrents sélectionnés pour le TOTAL A.

- ADDITIF DE CIRCUIT : Une valeur entière, généralement fixée à 5, pouvant varier selon la course, les catégories, etc.

La pénalité de course est toujours supérieure ou égale à 0.

Classement des skieurs La Fédération Française de Ski (FFS) actualise périodiquement un classement général des skieurs, essentiel pour le calcul des pénalités en course. Les résultats valables pour le classement sont ceux datant de moins de 15 mois à compter de la date de l'épreuve. La notation est déterminée selon la procédure suivante :

Table 2.1: Calcul des points de classement (points FFS) des skieurs pour les compétitions françaises.

Si le skieur a 2 résultats ou plus	La meilleure des deux possibilités suivantes est retenue : **- la moyenne des deux meilleurs résultats,** **- le meilleur résultat + 20 points.** **Le résultat reste valable 15 mois à compter de la date de l'épreuve la plus ancienne.**
Si le skieur a 1 résultat	**Le résultat + 20 points** **Le résultat reste valable 15 mois à compter de la date de l'épreuve.**
Si le skieur a 0 résultat	La note est calculée à partir du **dernier résultat avec application de 10 points de pénalisation par mois** à partir du 15^{e} mois plus 1 jour jusqu'au 30^{e} mois. **La notation est sujette à des modifications mensuelles.** **Après une période de 30 mois et un jour sans enregistrement de résultat pour un coureur celui-ci demeurera dans le classement avec une notation de 500 points, à condition qu'il détienne une licence.**

2.2.2 Description des données

Les données relatives aux performances en ski sont de nature publique. Elles sont accessibles via le site officiel de la Fédération Française de Ski [2]. Ces données ont été récoltées chaque année depuis la saison 2004/2005, date de la première performance disponible.

Un ensemble de 1 154 963 résultats de compétitions a été collecté de la saison 2004/2005 à la saison 2022/2023, pour un total de 144 726 participants (110 259 hommes et 34 467 femmes). L'âge moyen des compétiteurs des deux sexes était de 16.87 ans (± 10.41) pour les skieurs alpins, 18.93 ans (± 3.92) pour les biathlètes et 29.53 ans (± 14.05) pour les skieurs de fond.

[2]https://ffs.fr/resultats/

2.3 La sélection des jeunes skieurs soumis au biais de l'effet de l'âge relatif

2.3.1 Contexte

Ce chapitre vise à examiner, dans le contexte du ski français, l'effet de l'âge relatif (RAE), un biais de sélection largement reconnu, non seulement dans le domaine sportif (cf 2.1.1.4). Cette analyse s'appuie sur l'article publié [3]. Une analyse a été entreprise pour évaluer l'effet de l'âge relatif chez les skieurs français, tant dans les catégories jeunes que seniors, avec **pour objectif de proposer une méthodologie adaptée à la prise en compte de cet effet**.

2.3.2 Méthodes

2.3.2.1 Population étudiée

L'effet de l'âge relatif sera étudié au sein des disciplines suivantes :

- Le ski alpin (Géant, Slalom, Slalom géant);
- Le biathlon;
- Le ski de fond (long, court).

Les catégories de groupes d'âge en ski sont déterminées selon l'année de naissance des skieurs. La catégorie U14 est composée de skieurs nés l'année $y-14$ et $y-13$ pour la saison $(y-1, y)$. La catégorie U16 est composée de skieurs nés en année $y-16$ et $y-15$ et la catégorie U18 est composée de skieurs nés en année $y-18$ et $y-17$. À titre illustratif, un skieur ayant vu le jour en 2006 se classera dans la catégorie U14 pour la saison 2018-2019. Les performances d'un athlète peuvent figurer dans diverses catégories si sa participation s'étend sur plusieurs années. Annuellement, des championnats nationaux sont organisés, segmentés par catégorie d'âge. Les compétitions nationales (FFS) et internationales (FIS) considérées sont :

- Ski alpin
  - BenJ (U14 FFS),
  - Ecureuil (U16 FFS),
  - Scara (U16 FIS),
- Biathlon

  - Championnats de France jeune (U18 FFS),
  - Coupe de France jeune (U18 FFS),

- Ski de fond
  - Championnats de France jeune (U18 FFS),
  - Coupe de France jeune (U18 FFS).

L'ensemble des performances depuis la saison 2004/2005 jusqu'à la saison 2022/2023 ont été considérées.

2.3.2.2 Identifier l'effet de l'âge relatif

Pour avoir une taille d'échantillon importante dans chaque groupe et une puissance statistique plus élevée, les dates de naissance des participants aux compétitions nationales et internationales jeunes ont été catégorisées en trimestres *(Janvier, Février, Mars : Q1 ; Avril, Mai , juin : Q2 ; juillet, août, septembre : Q3 ; octobre, novembre, décembre : Q4)*. Un test d'adéquation du χ^2 a été utilisé pour comparer la distribution des trimestres de naissance avec la distribution des trimestres de naissance de l'ensemble de la population française sur la période d'étude. Les données historiques concernant la population française ont été collectées depuis les archives de l'INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques) [3]. Si la p-value du test du χ^2 est inférieure au seuil de 0.05, les résidus d'Haberman [81] ont été calculés et comparés aux quantiles de la distribution normale (d'ordre 0, 1, 0.05, 0.01) pour déterminer les trimestres de naissance sur ou sous-représentés. Ces résidus traduisent la différence standardisée entre les valeurs observées et celles attendues sous l'hypothèse nulle d'une distribution semblable à la distribution de référence. Ces résidus tendent asymptotiquement vers une distribution normale standard. En l'absence d'effet de l'âge relatif, la distribution des trimestres de naissance est supposée suivre la distribution de la population française générale, donc un rejet de l'hypothèse nulle d'homogénéité identifiera un effet de l'âge relatif.

2.3.2.3 Solution de compensation

La méthode a été développée pour toutes les disciplines mais nous présentons dans ce chapitre les résultats en ski alpin pour les catégories U14, U16 et U18. Les individus d'une même catégorie étaient séparés par leur année de naissance y (première année) et $y+1$ (deuxième année). Pour chaque saison, un skieur est représenté une unique fois, défini par sa performance

[3] https://www.insee.fr/fr/statistiques/serie/000436391

optimale enregistrée. Annuellement, les dates de naissance ont été segmentées en fonction des mois (de janvier à décembre). A chaque âge, une régression linéaire a été effectuée entre le mois de naissance et la meilleure performance du skieur (en points FFS). Si le coefficient de pente α est significativement différent de 0, il est utilisé comme coefficient de calibration pour rééquilibrer l'effet de l'âge relatif. Nous avons calculé la performance "ajustée" pour chaque individu i à l'âge t:

$$P'_i(t) = P_i(t) - \alpha(t) \cdot k_i \tag{2.7}$$

où $P_i(t)$ est la performance réellement réalisée par l'individu i à l'âge t, $\alpha(t)$ est le coefficient de pente obtenue avec la régression linéaire à l'âge t et k_i le mois de naissance en nombre du skieur i. Ces points ajustés permettent de comparer plusieurs skieurs en compensant leur mois de naissance. Une technique de validation croisée a été mise en œuvre afin d'évaluer la robustesse de notre approche. L'échantillon a été découpé en deux parties : un échantillon d'apprentissage représentant au hasard 75 % des données de l'échantillon et un échantillon test avec 25 % des données. L'échantillon d'apprentissage a permis de calculer les coefficients de calibration à chaque tranche d'âge. Ensuite, ces coefficients ont été appliqués sur l'échantillon test. Le biais du RAE est considéré comme annulé si la relation linéaire positive précédente entre performance et mois de naissance sur cet échantillon test était désormais absente.

2.3.3 Résultats

L'article publié [3] présente des résultats spécifiques au ski alpin. Une extension de cette analyse a été entreprise pour inclure d'autres disciplines affiliées à la fédération française de ski.

2.3.3.1 Identification de l'effet de l'âge relatif

Ski alpin Le test du χ^2 montre que les trimestres de naissance des participants aux compétitions élites jeunes ne suivent pas la répartition de l'ensemble de la population française en ski alpin (figure 2.4), biathlon (figure 2.5) et ski de fond (figure 2.6). Un effet de l'âge relatif a été identifié dans toutes les compétitions de jeunes pour les deux sexes. Les skieurs nés au premier trimestre sont surreprésentés dans toutes les catégories par rapport à la distribution attendue (proportion (%) = 33.3, 31.7, 34.6, 27.1, 30.7, 29.2 pour les U14 masculins, les U14 féminins, les U16 masculins, les U16 féminins, les U18 masculins et les U18 féminins respectivement, $p<0.01$). Les skieurs nés au dernier trimestre sont sous-représentés (proportion (%) = 16.7, 17.3, 15.8, 18, 16.6, 18.6 pour les U14 hommes ; les 14 femmes ; les U16 hommes ;

les U16 femmes ; les U18 hommes et les U18 féminins respectivement, p<0.01)

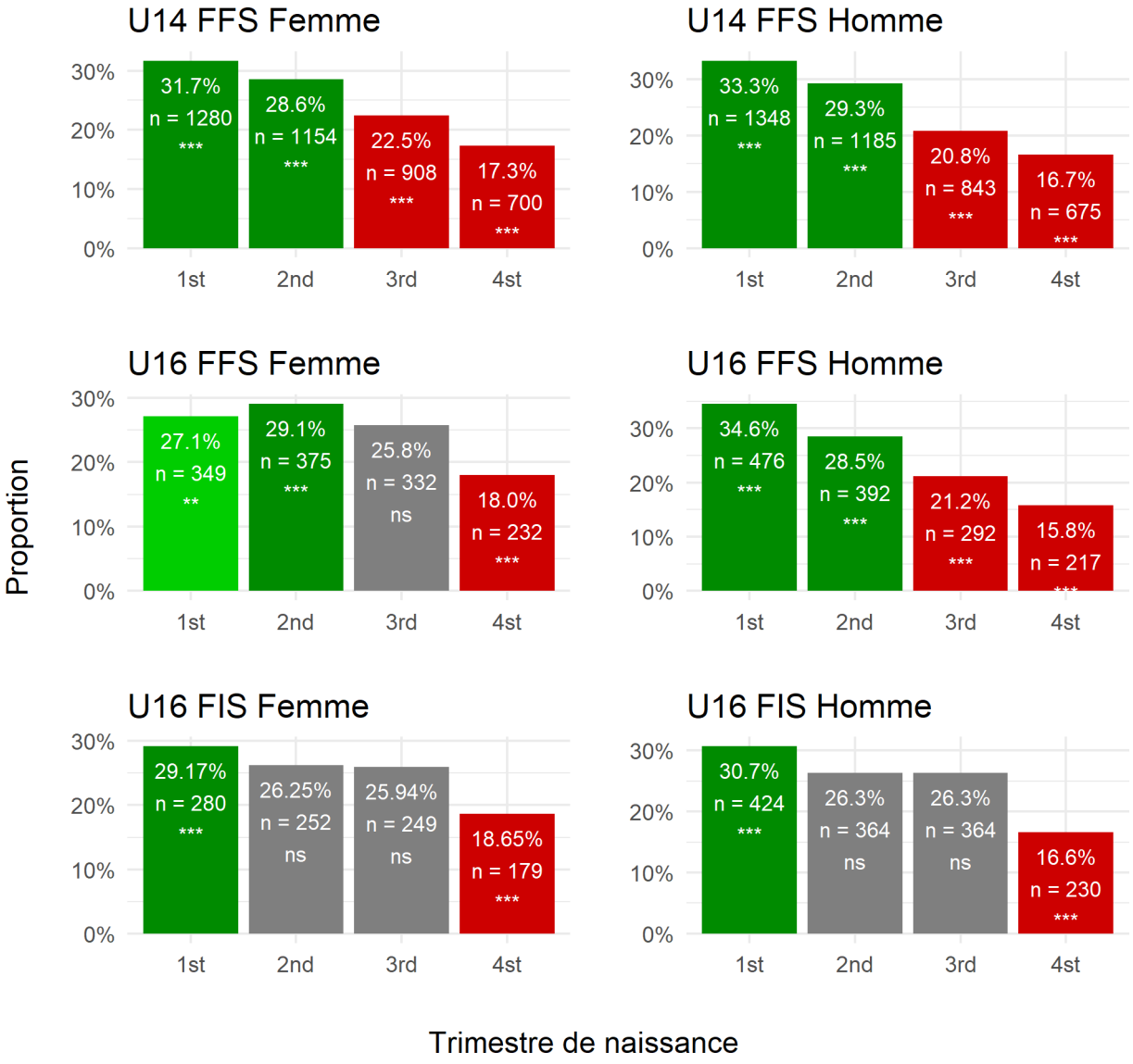

Figure 2.4: Répartition des skieurs et skieuses selon leurs trimestres de naissance dans les compétitions françaises de ski alpin junior élite depuis la saison 2003/2004 jusqu'à la saison 2022/2023. Les étoiles indiquent le niveau de significativité de la sur ou sous-représentation du trimestre correspondant (* :0,1 ; ** :0,05, *** :0,01)

Biathlon La figure 2.5 montre une nouvelle fois une tendance décroissante des sélections lorsque le trimestre de naissance augmente 30.91, 28.63, 22.79, 17.67 % chez les hommes pour le 1er, 2e, 3e et 4e trimestre respectivement, 24.19, 32.32, 22.97, 20.53% chez les femmes.

Ski de fond Enfin, la tendance est encore présente en ski de fond (figure 2.6), notamment chez les hommes sur le long avec des proportions de 28, 26.78, 25.75, 19.48 % pour le 1er, 2e, 3e et 4e trimestre respectivement et sur le sprint avec des proportions de 29.17, 26.89, 25.63,

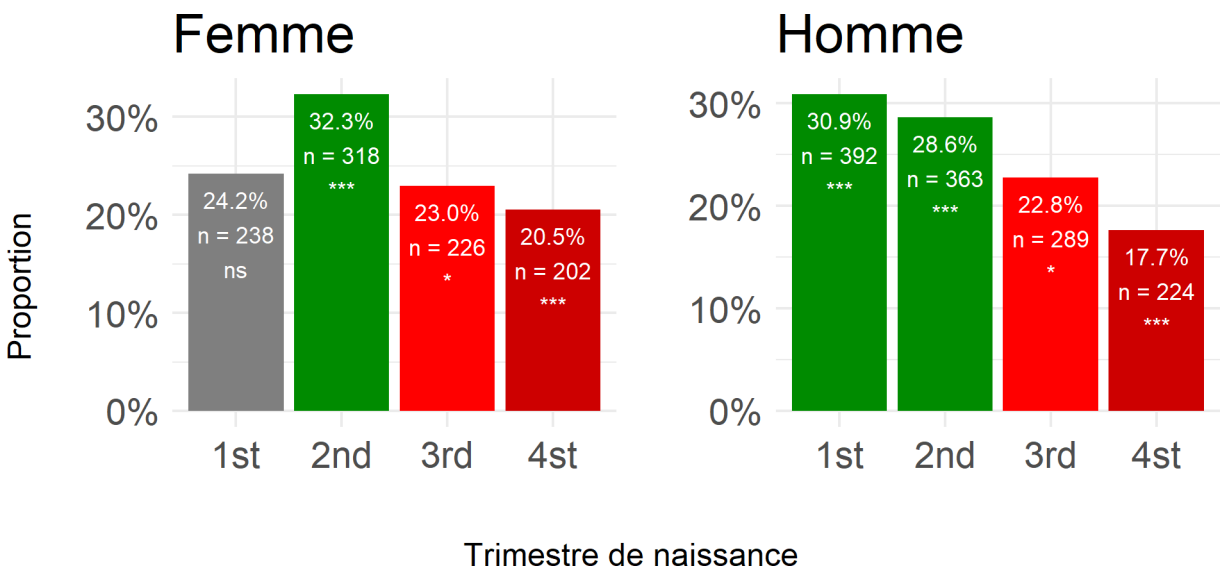

Figure 2.5: Répartition des skieurs et skieuses selon leur trimestre de naissance dans les compétitions françaises de biathlon junior élite depuis la saison 2003/2004 jusqu'à la saison 2022/2023. Les étoiles indiquent le niveau de significativité de la sur ou sous-représentation du trimestre correspondant (* :0,1 ; ** :0,05, *** :0,01)

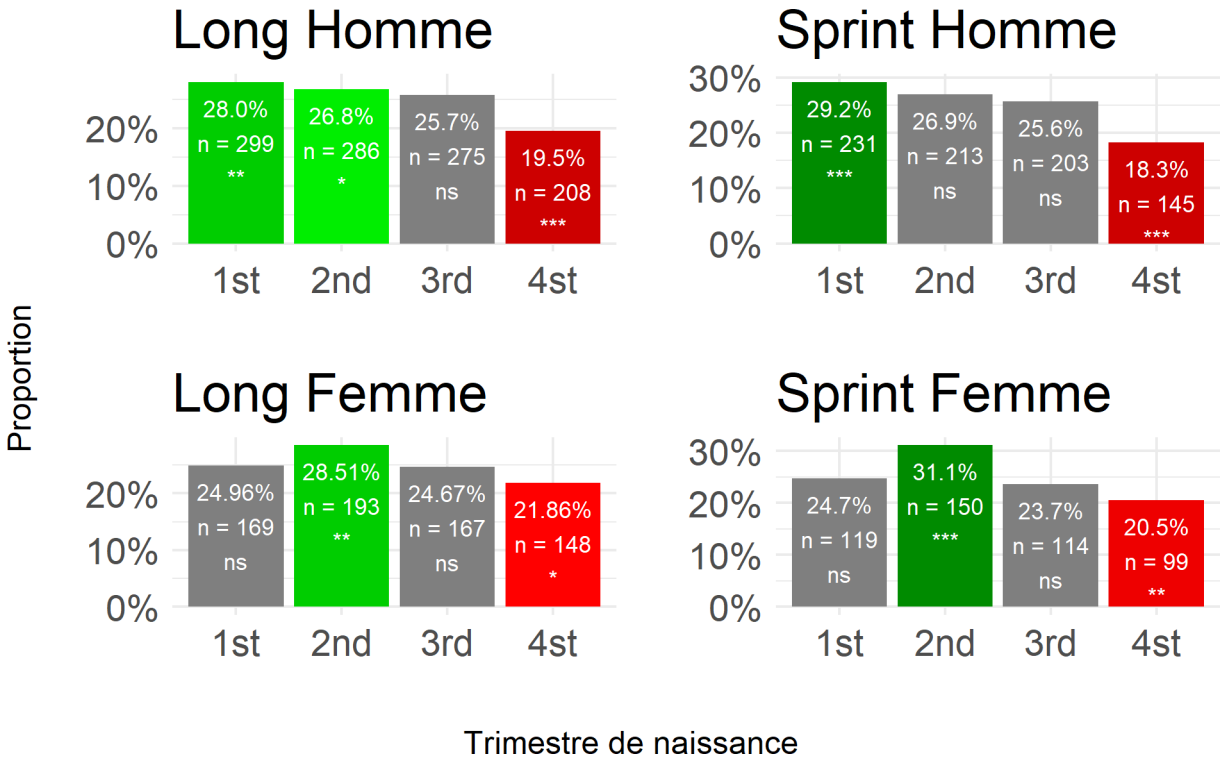

Figure 2.6: Répartition des skieurs et skieuses selon leur trimestre de naissance dans les compétitions françaises de ski de fond junior élite depuis la saison 2003/2004 jusqu'à la saison 2022/2023. Les étoiles indiquent le niveau de significativité de la sur ou sous-représentation du trimestre correspondant (* :0,1 ; ** :0,05, *** :0,01)

18.31 %. La tendance est moins présente chez les femmes avec des proportions de 24.96, 28.51, 24.67, 21.86 % pour le 1er, 2e, 3e et 4e trimestre respectivement et sur le sprint avec des proportions de 24.69, 31.12, 23.65, 20.54 %, présentant une sur-représentation significative des individus nés au deuxième trimestre et une sous-représentation des individus nés au quatrième trimestre.

2.3.3.2 Solution de rééquilibrage

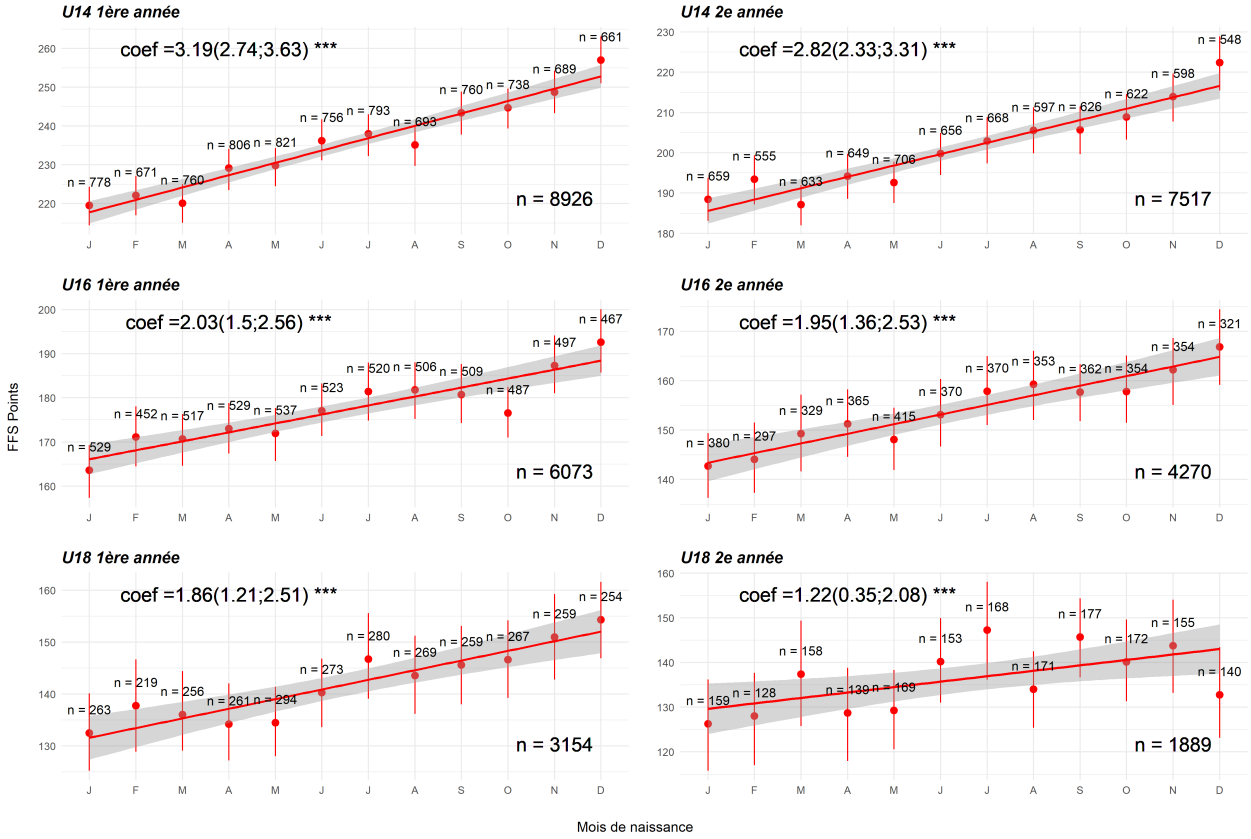

Figure 2.7: Performance (points FFS) selon le mois de naissance et coefficient de calibration (coef) pour chaque catégorie d'âge et sexe en géant masculin

La méthodologie permettant de considérer l'effet de l'âge relatif est présentée pour la catégorie la plus dense en nombre de performances réalisées, le slalom géant masculin (GS) en ski alpin, mais nous présentons également les résultats pour le Slalom (SL) et Super Géant (SG). Une relation linéaire entre la performance et le mois de naissance pour chaque catégorie d'âge en slalom géant est illustrée dans la figure 2.7. Dans chaque catégorie d'âge, le coefficient de pente est statistiquement différent de 0 (3.19, 2.82, 2.03, 1.95, 1.86, 1.22 pour les U14 masculins 1ère et 2ème année ; les U14 féminins 1ère et 2ème année ; les U16 masculins 1ère et 2ème année ; les U16 féminins 1ère et 2ème année ; les U18 masculins 1ère et 2ème année et U18 femmes 1ère et 2ème année). Ce coefficient représente le gain potentiel en points pour

chaque mois de naissance supplémentaire à chaque âge en GS masculin. Les coefficients de calibration ainsi que les intervalles de confiance associés sont résumés dans la figure 2.8 pour chaque catégorie, sexe et discipline.

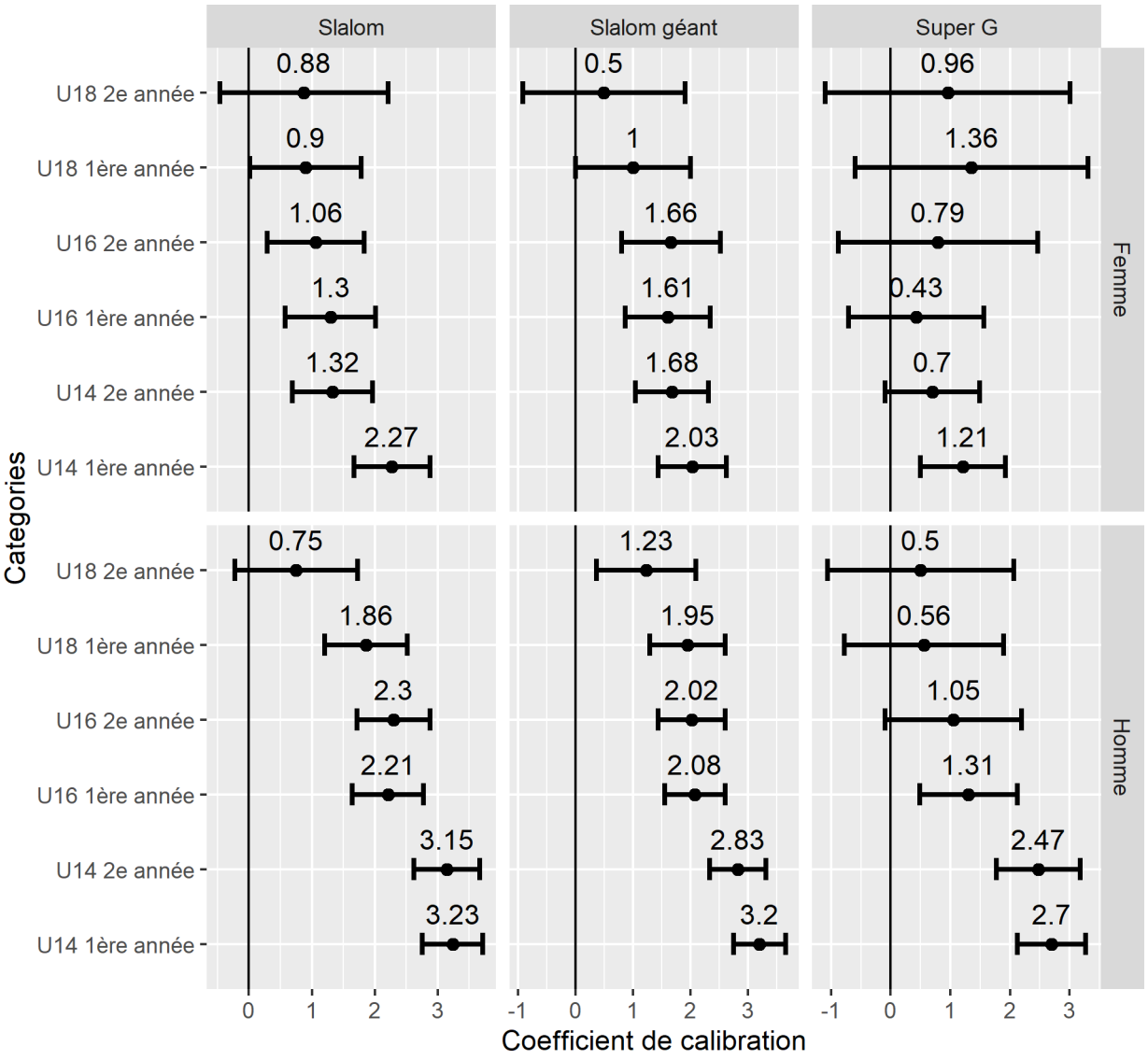

Figure 2.8: Coefficients de calibration pour toutes les catégories (en colonne) et pour chaque sexe (en ligne) dans chaque année de catégorie. L'axe horizontal est le coefficient de calibration et l'axe vertical est la catégorie d'année. Si l'intervalle de confiance (déterminé par les deux barres horizontales) inclut la valeur 0, le coefficient n'est pas significativement différent de 0

Après avoir corrigé la relation performance/âge à l'aide du coefficient de calibration, le RAE a été considéré dans la figure 2.9 ($p > 0.05$).

La figure 2.8 inclut également les coefficients de calibration obtenus avec la méthodologie présentée pour les femmes (en bas) également et pour les disciplines SG, GS et SL (en colonne) en ski alpin. Pour chaque catégorie (sur l'axe vertical) est représenté le coefficient de

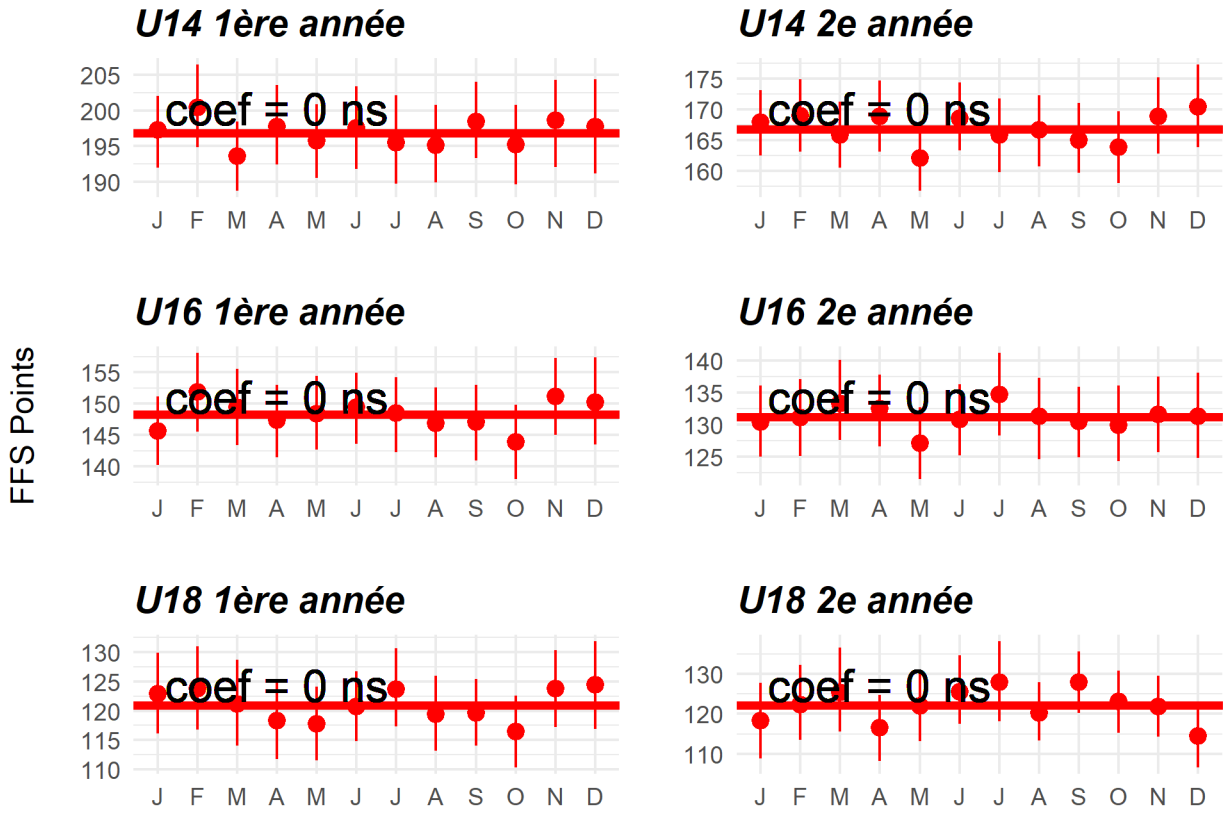

Figure 2.9: Performance (points FFS) selon le mois de naissance à chaque catégorie d'âge en Slalom Géant (GS) masculin après rééquilibrage

calibration ainsi que son intervalle de confiance délimité par les deux barres. Si la valeur 0 (représentée par la barre horizontale) est comprise dans l'intervalle de confiance, l'hypothèse selon laquelle le coefficient de calibration est égal à 0 n'est pas rejetée. Un coefficient de calibration nul signifie que le mois de naissance n'a pas d'influence sur la performance.

2.3.4 *Etude ancillaire : Analyse de l'effet de l'âge relatif dans les autres sports*

Suite à l'étude du RAE dans le ski, nous avons approfondi les recherches dans la natation [4] et l'athlétisme français [5]. Dans les deux sports, il existait une présence du RAE (figure : 2.10).

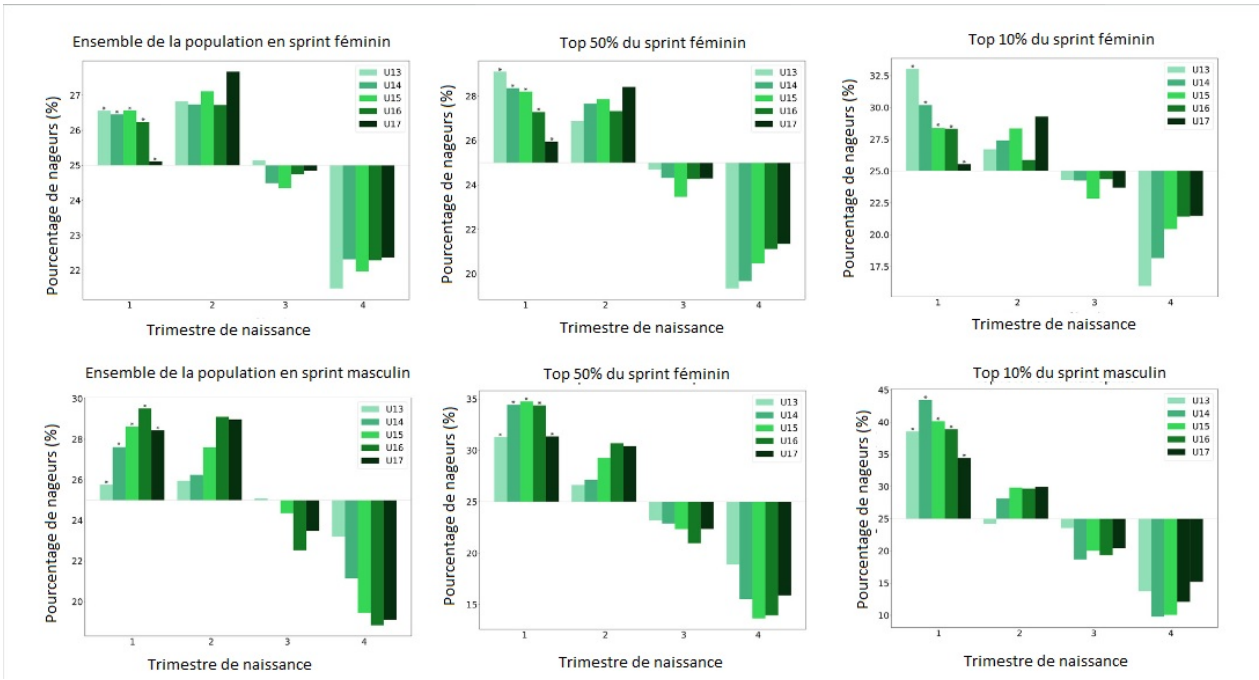

Figure 2.10: Répartition des trimestres de naissance selon les catégories d'âge et le niveau de performance pour le 100 m sprint féminin et masculin [5]

La méthodologie proposée, qui rééquilibre en fonction du nombre de jours supplémentaires depuis le jour d'anniversaire et non par le mois de naissance, a permis de rééquilibrer les performances et considérer l'âge relatif dans les disciplines réalisées.

2.3.5 Conclusion

2.3.5.1 Le ski français n'est pas une exception face au biais de l'âge relatif

Plusieurs études ont examiné l'effet de l'âge relatif dans d'autres sports [28,36,46,47,50]. Ce travail est le premier à quantifier le RAE dans les disciplines du ski alpin français. Le développement entre 13 et 18 ans a déjà été étudié dans d'autres sports. La forte composante physique des différentes disciplines de ski, avec des facteurs énergétiques importants [82], explique en partie l'avantage en performance des individus relativement plus âgés. Le lien entre les capacités physiques et cognitives et l'effet du RAE existe [83] mais il n'est pas toujours établi [84]. Cela dépend aussi des critères de sélection élaborés pour atteindre le haut niveau dans les différents sports.

L'effet de l'âge relatif global est probablement dû au fait que les sélections aux âges les plus jeunes se font majoritairement sur le seul critère de la performance. Les individus de la même tranche d'âge mais de quelques mois supplémentaires ont plus de temps pour développer davantage leurs caractéristiques physiques, physiologiques et psychologiques. Nous avons montré [6] cette dépendance à la maturité des facteurs physiologiques pour l'aviron. Une autre étude a renforcé cette hypothèse, montrant qu'aux Jeux olympiques d'hiver de la jeunesse, les concurrents masculins relativement plus âgés étaient significativement plus grands et plus lourds que les concurrents plus jeunes [85].

Comme dans d'autres études, l'effet du RAE est exacerbé dans les catégories les plus jeunes et décroît à proximité des catégories seniors [86–88], avec une plus grande présence du RAE à l'âge adulte chez les hommes que chez les femmes [89]. Cet effet persistant dans les catégories seniors pourrait être expliqué par des skieurs sélectionnés dans les catégories jeunes qui bénéficieraient plus tôt d'entraînements plus quantitatifs et qualitatifs, d'entraîneurs et de partenaires d'entraînement plus expérimentés, et de connaissances sur les circuits élites, facilitant leur accès au plus haut niveau. A l'âge adulte, on ne retrouve pas dans le ski français l'*« effet underdog »*, c'est-à-dire une inversion des proportions de trimestre de naissance à l'âge adulte, pourtant présent dans quelques sports collectifs comme le rugby [38] ou le basket [90]. D'autres études confirment la présence du RAE à l'âge adulte [54,56,91]. Cependant, un *« effet underdog »* a été identifié en analysant la distribution de la somme des points FIS sur l'ensemble des disciplines par athlète sur les 50 meilleurs skieurs internationaux. Si cela n'est pas dû à un aléa statistique, peut-être que les sports d'équipe ont plus de facteurs de performance que le ski alpin, ce qui pourrait entraîner des évaluations plus subjectives par les entraîneurs, permettant à certains athlètes d'accéder à un niveau élevé même à un âge avancé. A l'inverse, comme dans notre étude, on retrouve un RAE dans différentes disciplines

individuelles, notamment les lancers en athlétisme [41,40]. Ces sports individuels ont des déterminants de performance potentiellement plus proches du ski alpin. Les méthodes de sélection, qui offrent des avantages futurs, peuvent être appliquées au début de la carrière d'un athlète et laisser peu de possibilités aux nouveaux athlètes.

2.3.5.2 Vers une méthode simple et fiable

Jusqu'à présent, les méthodes proposées [45] n'ont pas permis de réduire les biais liés au RAE [46]. C'est en effet une mesure juste, mais coûteuse et difficile à mettre en place d'un point de vue logistique sur toute une population de jeunes sportifs. Une idée intéressante serait de réaliser à intervalles réguliers des tests physiques, physiologiques, psychologiques et sociologiques standardisés et quantifiables pour suivre, sur de multiples indicateurs, les performances à long terme. Cependant, contrairement à la solution proposée dans cette étude, cette approche peut être complexe à mettre en place et nécessite un suivi individuel sur plusieurs années.

Notre méthode est facile à mettre en place et permet une adaptation plus rapide des pratiques institutionnelles en matière de détection et de sélection des jeunes. Cette solution est similaire à ce qui a été suggéré précédemment dans les disciplines de sprint de natation [49–51]. Les auteurs ont utilisé une régression linéaire entre performance et âge chronologique pour déterminer le gain potentiel en termes de performance selon la période de naissance du nageur. Évidemment, les performances ne progressent pas linéairement ; elles suivent une courbe bi-phasique [60], mais dans un souci de simplicité de mise en œuvre, la compensation peut être approchée par une relation linéaire sur une période de 12 mois. Leurs procédures d'ajustement ont effectivement supprimé le RAE [48–51].

Les deux méthodes permettent de comparer de manière équivalente tous les individus d'une même catégorie quel que soit le mois de naissance. Cela présente deux principaux avantages pratiques : à court terme, les individus peuvent voir leurs performances rééquilibrées de manière plus juste pour leur âge réel. A terme, les individus jusqu'alors dé-sélectionnés en raison de leur période de naissance pourront réintégrer le programme de formation longue durée des jeunes skieurs et les circuits de la haute performance et ainsi pouvoir exploiter plus facilement leur potentiel pour atteindre le haut niveau. La méthode est simple à appliquer et pourrait être intégrée directement dans les outils de suivi des entraîneurs, permettant une évaluation plus précise de la performance des jeunes athlètes.

Nous permettons donc aux entraîneurs et staffs fédéraux des jeunes skieurs de prendre conscience de la présence d'un effet d'âge relatif dans le ski alpin français. Nous montrons qu'il peut être nécessaire d'évaluer les jeunes athlètes sur la performance potentielle et non

sur la seule performance instantanée. Deuxièmement, cette étude permet de comparer des skieurs d'âges chronologiques différents plus équitablement, en intégrant le RAE dans une catégorie donnée. Par exemple, si deux skieurs ont des performances similaires mais à des âges chronologiques différents, la méthode du coefficient de calibration donnera au plus jeune une évaluation plus juste, suggérant un potentiel plus élevé dans le futur. La méthode proposée ne préconise pas de sélectionner des athlètes avec un meilleur potentiel estimé par notre modèle, elle vise à fournir ces informations supplémentaires pour prendre une décision. Les acteurs de terrain ajusteront alors ces coefficients par leur connaissance personnelle. Il s'agit ainsi d'une initiative initiale en direction de la rectification du biais RAE au sein du ski français. La sélection des skieurs pourrait être effectuée sans considérer l'écart d'âge par rapport aux concurrents, permettant ainsi à la fédération d'obtenir une évaluation affinée de ses catégories jeunes et de mieux soutenir les potentiels sur le long terme en assurant une équité initiale.

2.3.5.3 Limites et perspectives de la méthodologie développée

La méthodologie présentée dans cette partie présente deux limites principales. Premièrement, les équations de calibration dépendent d'un ensemble de données de performance avec un suivi de 15 ans seulement. Le volume de données est plus important pour les catégories jeunes et diminue avec le temps. Par conséquent, il existe une plus grande incertitude concernant le coefficient de calibration aux âges adultes. Mais la méthode proposée deviendra plus précise à mesure que de nouvelles données augmenteront la robustesse du modèle. De plus, l'intervalle de confiance du coefficient permet de nuancer la prise en compte de la taille de l'échantillon et des valeurs aberrantes. La deuxième limite de cette étude est qu'elle ne prend en compte que les variables d'âge et de performance pour corriger la RAE. Il serait intéressant de prendre en compte d'autres facteurs permettant de calculer la maturité biologique [92] et son influence. Il peut donc être intéressant d'inclure des variables biologiques/biométriques d'intérêt (taille, taille assise, longueur de jambe...) ou d'autres paramètres de ski, et de comparer les performances des skieurs en fonction de la progression de ces variables également. La méthode est principalement basée sur des données de performance et d'âge facilement récupérables, elle est applicable à d'autres sports dont la performance est mesurée quantitativement [5, 4].

2.3.6 Résumé

Cette section met en évidence un effet de l'âge relatif présent dans toutes les catégories d'âge du ski français, englobant les disciplines du ski alpin, du ski de fond et du biathlon. Nous montrons également que cet effet perdure jusqu'à l'âge adulte dans le circuit international FIS en ski alpin, avec une proportion plus élevée d'individus nés durant les premiers mois de

chaque année. Sur la base de ces résultats, nous proposons une solution pour ajuster cet effet via un coefficient de calibration calculé pour chaque discipline, catégorie d'âge et sexe. Cette option offre une comparaison plus objective des performances des skieurs nés à différents moments de l'année.

D'une modélisation linéaire par catégorie d'âge vers une relation globale La méthodologie proposée dans ce chapitre s'appuie sur une modélisation linéaire par morceau de la relation âge performance. Cependant, la performance se situe dans un cadre bien plus étendu, délimité par la naissance et le décès (cf 2.1.2). En prenant du recul à échelle de la vie humaine, la complexité inhérente à la relation globale âge-performance pourrait enrichir notre compréhension et améliorer l'estimation du potentiel individuel en ski.

2.4 Étude de la relation entre l'âge et la performance en ski

2.4.1 Contexte

Ce chapitre vise à approfondir les recherches sur la relation entre âge et performance, réalisée dans de nombreuses disciplines [59]. Une exploration détaillée des fonctions antérieurement utilisées pour caractériser la relation entre l'âge et la performance sera entreprise. Nous tenterons, dans le contexte du ski, de les appliquer à l'échelon individuel, alors que les études jusqu'à présent ne se sont le plus souvent intéressées qu'à l'échelle de l'espèce [59].

2.4.2 Une équation simple

En 1975, Dan H. Moore [58] proposa une équation simple pour modéliser la performance sportive en fonction de l'âge, à savoir la somme entre une exponentielle croissante pour modéliser le développement des capacités, et une exponentielle décroissante pour modéliser le vieillissement :

$$P(t) = a(1 - e^{-bt}) + c(1 - e^{dt}) \tag{2.8}$$

où $P(t)$ désigne la performance au temps t, et où a,b,c et $d \in \mathbb{R}_*^+$. Cette équation a été formulée dans le but de représenter une performance, où $P(0)$ est nul lorsque $t = 0$. **La performance en ski est une quantité à minimiser** (cf 2.2.1.1), nous adaptons l'équation à notre contexte (2.9) en choisissant :

$$P(t) = ae^{-bt} + ce^{d \cdot t} \tag{2.9}$$

avec $P(0)$ non nécessairement égal à 0.

La dérivée de l'équation de Moore (2.9) indique la vitesse de progression de performance, variable indispensable dans le contexte étudié.

$$P'(t) = -ab \cdot e^{-bt} + cd \cdot e^{dt} \tag{2.10}$$

Regardons pour quelle valeur de t la dérivée s'annule. On obtient

$$t_0 = \frac{\ln\left(\frac{ab}{cd}\right)}{b+d}. \tag{2.11}$$

t_0 représente l'âge au pic de performance, c'est-à-dire l'âge auquel la meilleure performance est réalisée.

Tableau de signe de $P'(t)$ et de variation de P :

t	0		$\frac{ln\left(\frac{ab}{cd}\right)}{b+d}$		$+\infty$
$P'(t)$		$-$	0	$+$	
P	$\mathrm{P}(0)$	↘	$P\left(\frac{ln\left(\frac{ab}{cd}\right)}{b+d}\right)$	↗	$+\infty$

Calculons la valeur minimale de P :

$$P\left(\frac{\ln\left(\frac{ab}{cd}\right)}{b+d}\right) = a\left(\frac{ab}{cd}\right)^{\frac{-b}{b+d}} + c\left(\frac{ab}{cd}\right)^{\frac{d}{b+d}}. \tag{2.12}$$

La quantité $a\left(\frac{ab}{cd}\right)^{\frac{-b}{b+d}} + c\left(\frac{ab}{cd}\right)^{\frac{d}{b+d}}$ est la meilleure performance réalisée par un athlète.

Calculons l'ordonnée à l'origine de P et de P' :

$$\begin{aligned} P(0) &= a + c \\ P'(0) &= -ab + cd \end{aligned} \tag{2.13}$$

La quantité $a + c$ représente la performance au temps $t = 0$, tandis que $-ab + cd$ représente la vitesse instantanée de croissance des capacités à $t = 0$. Une valeur réduite pour ce paramètre indique une progression plus prononcée de l'individu car la performance est une grandeur à minimiser.

2.4.2.1 Une équation complexe

Quatre ans plus tard, William Siler [93] a décrit la dynamique de mortalité chez les animaux (2.14).

$$r(t) = a_1 e^{-b_1 t} + a_2 + a_3 e^{b_3 t} \tag{2.14}$$

avec $r(t)$ le taux de survie au temps t et a_1, a_2, a_3, b_1 et $b_3 \in \mathbb{R}$ sont les paramètres du modèle.

L'approche de Siler, souvent utilisée dans les études démographiques, est un modèle de mortalité qui décrit trois composantes distinctes de la mortalité [93] :

- Mortalité juvénile ($a_1 e^{-b_1 t}$) : elle décrit la mortalité élevée juste après la naissance, qui diminue rapidement avec l'âge.
- Mortalité constante (a_2) : elle représente la mortalité relativement constante pendant l'âge adulte, généralement associée à des facteurs externes tels que la prédation ou les accidents.
- Mortalité associée au vieillissement ($a_3 e^{b_3 t}$) : ce terme décrit la mortalité augmentant progressivement avec l'âge, en lien avec le processus de vieillissement.

Regardons de plus près l'équation de Moore (2.8) que l'on peut simplifier par $a - ae^{-bt} - ce^{dt} + c$ et obtenir $= a_1 e^{-b_1 t} + a_2 + a_3 e^{b_3 t}$.

On remarque que l'équation de Moore (2.8) est équivalente à l'équation de Siler (2.14) en posant $a_2 = a + c$; $a_1 = -a$; $b_1 = b$; $a_3 = -c$ et $b_3 = d$ un paramètre supplémentaire.

Il est donc possible de modéliser un taux de survie de la même manière que l'on modélise une performance. Tout comme la performance sportive est une mesure quantitative qui peut être analysée, évaluée et prédite à l'aide d'outils mathématiques et statistiques, le taux de survie peut également être soumis à une telle modélisation.

2.4.2.2 Transition vers un modèle à l'échelle cellulaire

En 2019, Berthelot *et al.* ont modélisé la relation entre l'âge et la performance par IMAP (*Integrative Model of Age Performance*) [60]. Le modèle IMAP est fondé sur la dynamique de la population cellulaire, la sénescence réplicative et la perte de fonctionnalité. La cellule est une unité biologique fondamentale de tous les organismes vivants connus, ce qui suggère que l'échelle cellulaire est utile pour développer des modèles de la performance physique liée à l'âge. En se basant sur la théorie de la dynamique des populations, le modèle « proies, prédateurs » de Lotka-Volterra est repris, mais sans prendre en compte les prédateurs :

$$\begin{cases} \dfrac{dN(t)}{dt} = \alpha(t)N(t) \\ P(t) = \beta(t)N(t) \end{cases} \tag{2.15}$$

où $N(t)$ représente le nombre de cellule à l'instant t; $\alpha(t) = \alpha_0 e^{\alpha_r(t)}$ est le taux de croissance de la population de cellules, avec α_0 la valeur initiale de la saturation, qui correspond au temps moyen de division cellulaire de N(t) et le paramètre $\alpha_r > 0$ représente la force de saturation. Le taux $\beta(t) = \beta_0(1 - e^{\beta_r(t-t_d)})$ est le taux monotone de déclin de la fonctionnalité de toutes les $N(t)$ cellules. Avec β_r la force du déclin de la fonctionnalité cellulaire, et t_d l'âge auquel il n'y a plus de cellules vivantes. La résolution du problème de Cauchy (2.15) nous amène au modèle suivant :

$$P(t) = \beta_0 N_0 \cdot e^{\frac{a_0}{\alpha_r}\left(1-e^{-\alpha_r t}\right)} \cdot \left(1 - e^{\beta_r(t-t_d)}\right) \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= N(t)\beta(t) \\ &= N_0 e^{\frac{\alpha_0}{\alpha_r}\left(1-e^{-a_r t}\right)} \cdot \beta_0 \left(1 - e^{\beta_r(t-t_d)}\right). \end{aligned} \tag{2.17}$$

Pour simplifier, nous écrirons l'équation de la manière suivante

$$P(t) = a \cdot e^{\frac{b}{c}\left(1-e^{-ct}\right)} . \left(1 - e^{d(t-l)}\right) \tag{2.18}$$

avec a, b, c, d et l appartiennent à $\mathbb{R}_*^+$.

Une fois encore cette équation n'est pas applicable à la performance en ski. Adaptons l'équation IMAP au contexte étudié :

$$P(t) = a \cdot \exp^{\frac{b}{c}e^{-ct}} \cdot \left(e^{d(t-l)}\right). \tag{2.19}$$

Pour comprendre les rôles de chaque paramètre, étudions la dérivée de la fonction donnée par (2.19) :

$$\begin{aligned} P(t) &= ae^{u(t)} \text{ avec} \\ u(t) &= \frac{b}{c}e^{-ct} + d(t-l) \\ &\text{d'où} \\ P(t) &= ae^{\frac{b}{c}e^{-ct}+d(t-l)} \end{aligned} \tag{2.20}$$

La dérivée vaut :

$$P'(t) = a\left(-b \cdot e^{-ct} + d\right) e^{\left(\frac{b}{c}e^{-ct}+d(t-l)\right)} \tag{2.21}$$

La dérivée s'annule en

$$t_1 = \frac{ln(b) - ln(d)}{c} \tag{2.22}$$

qui représente donc l'âge au pic de performance d'un skieur.

Tableau de signe de P'(t) et de variation de P :

t	0	$\frac{ln(b)-ln(d)}{c}$	$+\infty$
$P'(t)$	$-$	0	$+$
P	P(0) ↘	$P\left(\frac{ln(b)-ln(d)}{c}\right)$	↗ $+\infty$

Calculons la valeur minimale de P :

$$P\left(\frac{ln(b) - ln(d)}{c}\right) = a \cdot \exp^{\frac{d}{c}} \cdot \exp^{d\left(\frac{ln(b)-ln(d)}{c}-l\right)}$$

$a \cdot e\left(\frac{d}{c}\right) \cdot e\left(d\left(\frac{ln(b)-ln(d)}{c} - l\right)\right)$ est le nombre de points minimum donc la performance maximale.

Calculons l'ordonnée à l'origine de P et de P' :

$$P(0) = a \cdot e^{\frac{b}{c}} \cdot e^{-dl}$$

qui représente la performance au temps $t = 0$ et

$$P'(0) = a \cdot (-b + d) \cdot \exp\left(\frac{b}{c} - dl\right)$$

qui représente la vitesse de croissance des capacités à $t = 0$.

2.4.3 Equation de Moore et IMAP, quelle différence ?

Les équations initiales de Moore et IMAP semblent définir la même relation, malgré leur différence mathématique. Cependant, l'interprétation physiologique diffère si l'on s'intéresse aux dérivées.

On observe que l'équation de Moore (2.8) admet une progression maximale à l'âge $t = 0$ puis une diminution de celle ci jusqu'à l'âge au pic de performance (figure 2.11). L'équation IMAP (2.18) admet une augmentation de la progression puis une diminution jusqu'à ce que $P(t) = 0$. Ce comportement est similaire au PHV (*Pic Height Velocity*) [92] qui décrit la relation entre l'âge et la taille.

Cependant, les équations adaptées pour la performance en ski, qui est une quantité à minimiser, proposent toutes les deux une dérivée monotone et donc une progression qui diminue de manière monotone (figure 2.12).

2.4.4 *Etude ancillaire : Pourquoi étudier la relation âge-performance ?*

Avec les équations précédemment analysées, l'âge permet d'expliquer une grande partie de la variabilité de la performance [59]. En tenant compte de la variabilité expliquée par l'âge, il est possible d'étudier plus précisément l'influence d'autres variables sur la performance. Par exemple, cette relation nous a permis d'étudier l'impact de l'interruption temporaire de la carrière suite à une grossesse dans l'évolution d'une carrière sportive [8].

Une fois l'âge au pic estimé, nous avons étudié la maternité au regard de cette relation. Nous avons mis en évidence que les athlètes ayant eu leur maternité avant l'âge au pic estimé

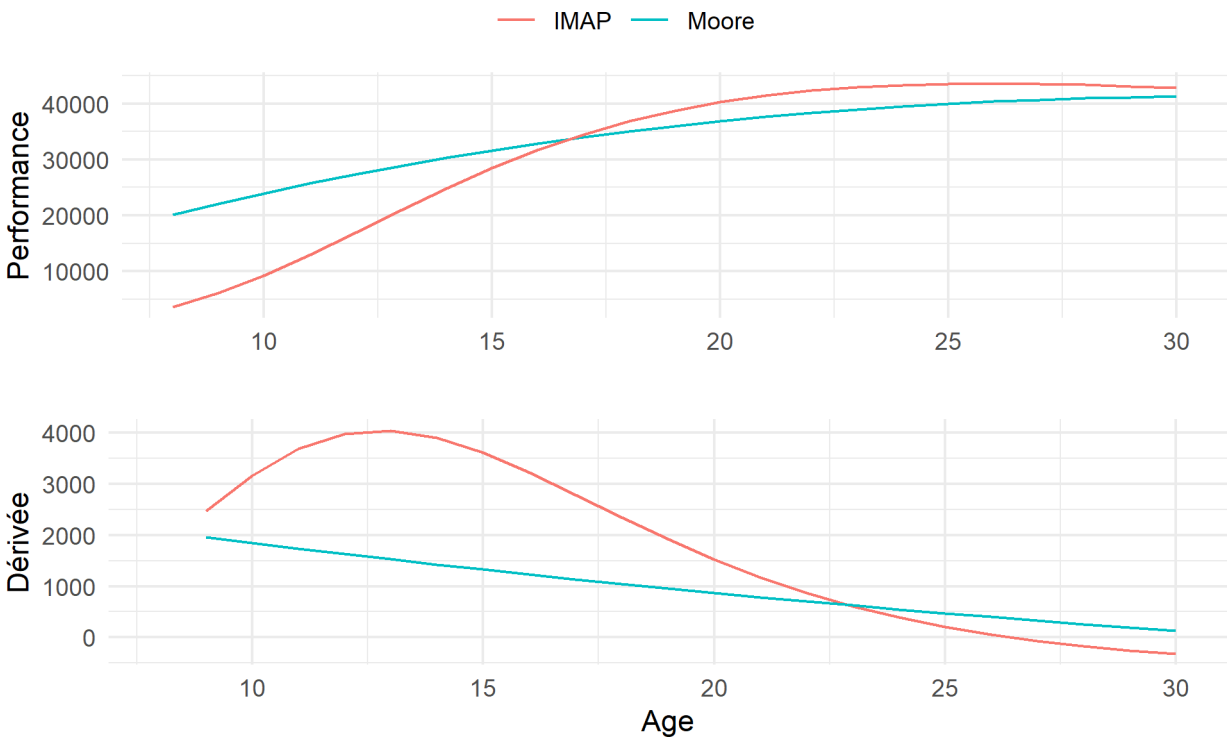

Figure 2.11: Simulation de courbes issues des équations de Moore (bleu) et IMAP (rouge) originale et des dérivées associées

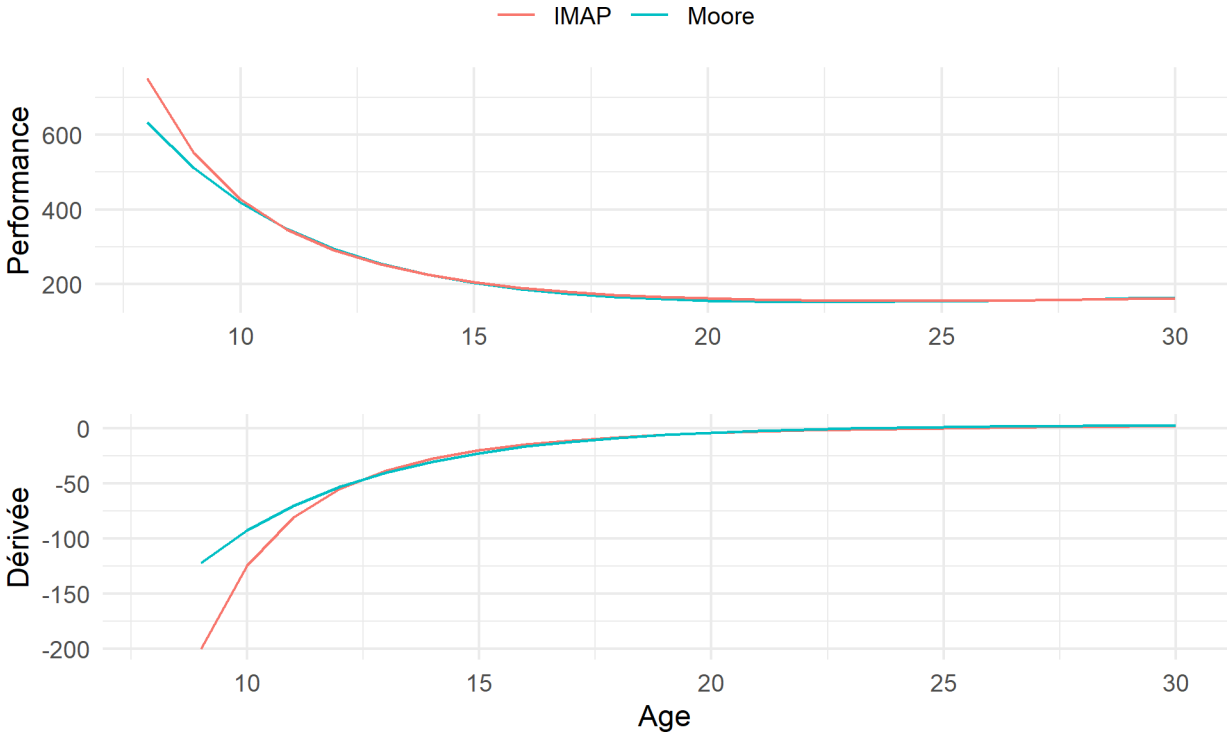

Figure 2.12: Simulation de courbes issues des équations de Moore (bleu) et IMAP (rouge) modifiées pour une performance à minimiser et des dérivées associées

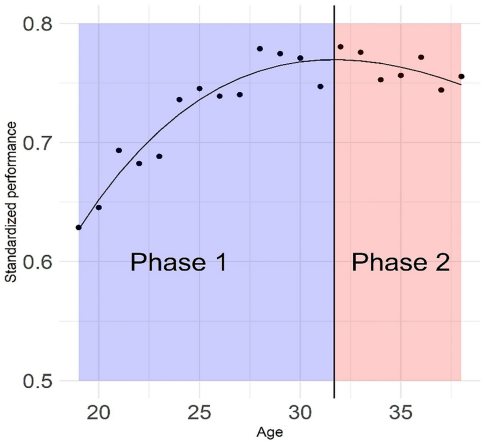

Figure 2.13: Relation entre l'âge et les meilleures performances des meilleures marathoniennes internationales. Chaque point représente la performance moyenne normalisée par discipline (entre 0 et 1) par âge (de 19 à 41 ans), toutes épreuves de course confondues. Plus une performance est bonne, plus elle est proche de 1. La période colorée en bleu (Phase 1) est la période avant l'âge de performance maximale. La période colorée en rouge (Phase 2) est la période après l'âge au pic de performance.

continuaient de progresser, tandis que les athlètes ayant eu leur maternité après l'âge au pic de performance régressaient. Ainsi, nous n'identifions pas d'impact de la maternité sur l'évolution attendue de la performance. Cette étude a permis d'étudier la survenue d'un évènement sur l'échelle d'une carrière. De la même manière, la méthodologie développée pourrait être utilisée pour étudier l'impact d'autres événements sur les carrières sportives comme celui d'une blessure ou d'une maladie invalidante.

Dans un autre contexte, la relation entre l'âge et la performance modélisée par l'équation de Moore a permis d'identifier des différences entre niveau de handicap [9]. Nous avons recueilli les résultats des para-athlètes malvoyants participant à des épreuves de para-natation ou de para-athlétisme dans toutes les compétitions labellisées IPC entre 2009 et 2019.

Les âges au pic de performance estimés par l'équation de Moore à l'échelle de l'espèce entre les différents niveaux de handicap ont montré que l'origine de la déficience peut influencer la trajectoire de performance chez les nageurs malvoyants (figure 2.14).

2.4.5 Méthodes d'estimation paramétrique

Pour estimer les paramètres de chacune des équations sur les données réelles, la méthode des moindres carrés ordinaire a été utilisée. Cette méthode consiste à déterminer les coefficients qui permettent de minimiser la somme des carrés des distances entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques. Soient les couples d'observations $(x_1; y_1), ..., (x_n; y_n)$ où x_i représente l'âge (variable continue) du skieur i et y_i la performance associée (en points FIS). Notons

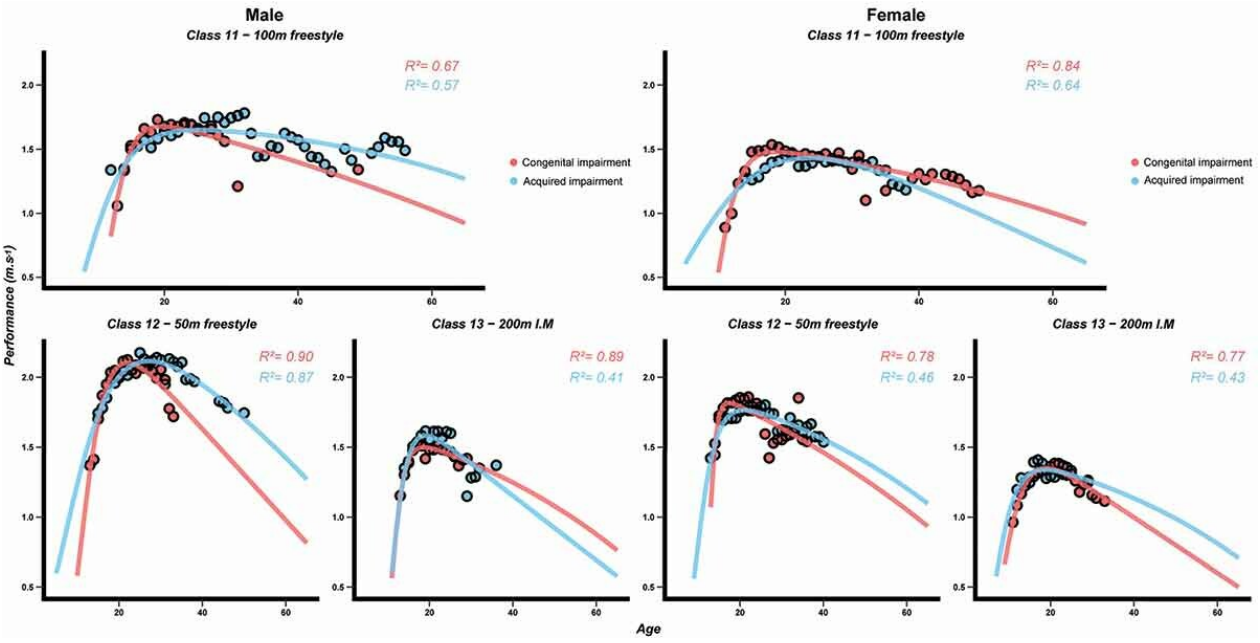

Figure 2.14: Modélisation de la performance liée à l'âge en para-natation selon l'origine de la déficience visuelle (déficience congénitale et déficience acquise) au 100 m nage libre – classe 11, 50 m nage libre – classe 12 et 200 m quatre nages individuel (IM) – classe 13

l'équation du modèle $y = f(x;\theta)$ où $\theta \in \mathbb{R}^p$ le vecteur des coefficients à estimer. L'objectif est de déterminer θ qui ajuste au mieux les données, au sens des moindres carrés. Ainsi $S(\theta) = \sum_{i=1}^{n} r_i^2$ est minimisée en θ, où $\forall i \in 1, ..., n; r_i = y_i - f(x_i;\theta)$. Un minimum est atteint en un point critique [94], nous obtenons p équations de la forme :

$$\forall j \in 1 \dots p, \frac{\partial S}{\partial \theta_j} = 2 \sum_{i=1}^{n} r_i \frac{\partial r_i}{\partial \theta_j} = 0 \tag{2.23}$$

En optant pour une approche numérique, il existe plusieurs méthodes qui permettent d'approximer les paramètres qui annulent le gradient. Après avoir comparé certains algorithmes, la fonction *nlminb* (*no linear minimum with bounds*) [95], qui utilise la méthode quasi-Newton sous R, est retenue en raison de sa capacité à converger efficacement.

L'algorithme réalisé en langage R permettant d'ajuster les paramètres des équations de Moore et IMAP aux données est présent en annexe 5.11.

2.4.6 Résultats

Table 2.2: Qualité des modélisations âge performance sur les différentes disciplines de ski à l'échelle de l'espèce

Discipline	Sexe	Moore		IMAP	
		Toutes performances	Meilleure performances par âge	Toutes performances	Meilleure performances par âge
Alpin					
Descente	Femme	0.19	0.90	0.17	0.88
Descente	Homme	0.14	0.85	0.14	0.84
Slalom géant	Femme	0.38	0.92	0.38	0.92
Slalom géant	Homme	0.41	0.92	0.40	0.92
Super géant	Femme	0.47	0.79	0.46	0.78
Super géant	Homme	0.45	0.89	0.44	0.90
Slalom	Femme	0.38	0.96	0.38	0.96
Slalom	Homme	0.40	0.93	0.39	0.93
Biathlon					
Individuel	Femme	0.51	0.99	0.47	1.00
Individuel	Homme	0.41	0.81	0.46	0.80
Mass Start	Femme	0.21	0.88	0.21	0.95
Mass Start	Homme	0.18	0.54	0.18	0.53
Poursuite	Femme	0.13	0.95	0.13	0.98
Poursuite	Homme	0.37	0.05	0.37	0.00
Sprint	Femme	0.38	0.96	0.38	0.86
Sprint	Homme	0.41	0.83	0.40	0.82
Fond	Femme	0.31	0.81	0.31	0.80
Fond					
Fond	Homme	0.23	0.77	0.27	0.77
Mass Start	Femme	0.29	0.91	0.29	0.91
Mass Start	Homme	0.33	0.81	0.35	0.80
Poursuite	Femme	0.24	0.87	0.32	0.88
Poursuite	Homme	0.32	0.89	0.32	0.89

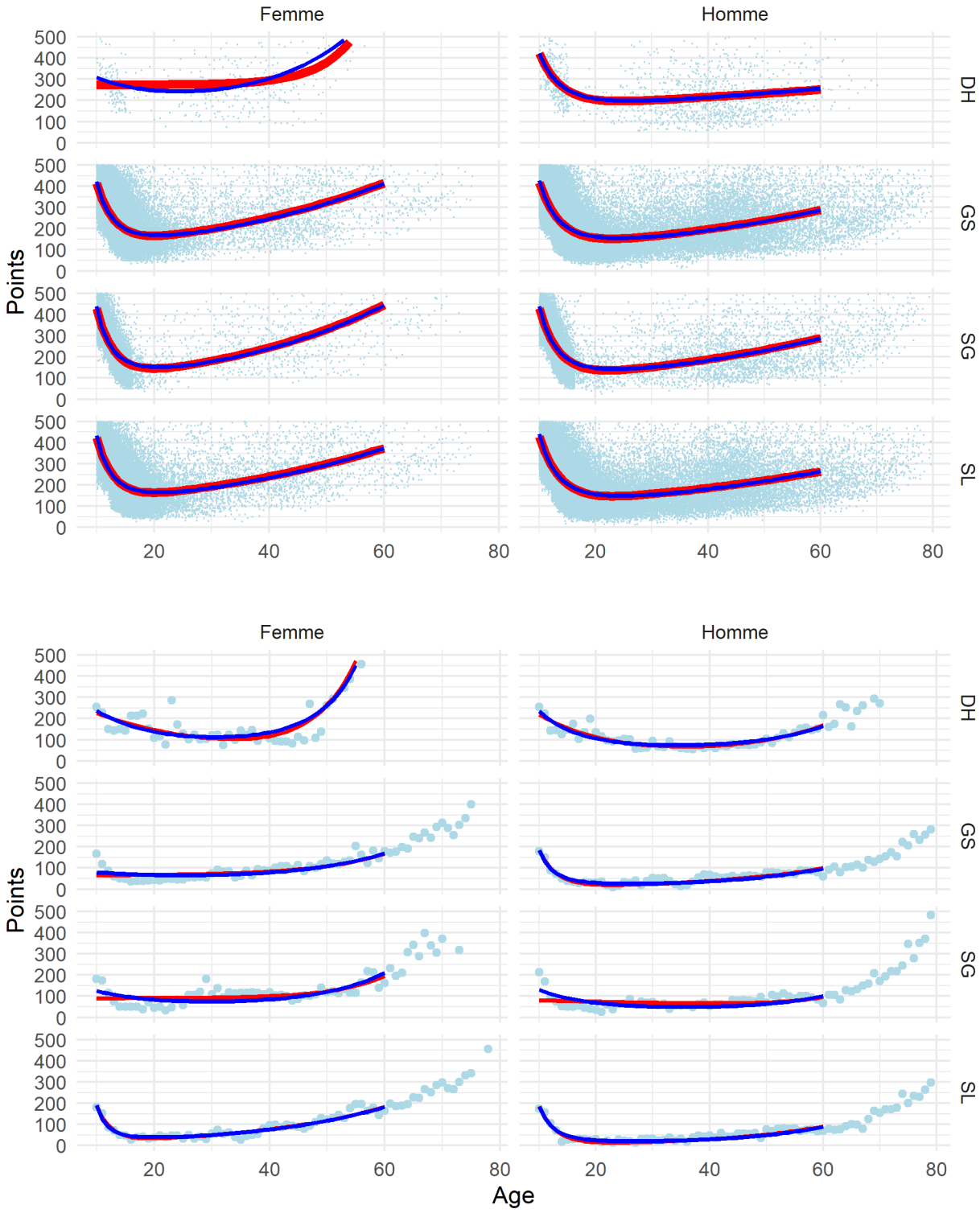

Figure 2.15: Estimation de la relation entre l'âge et la performance en ski alpin pour chaque sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. La courbe bleue représente les estimations de l'équation IMAP et la courbe rouge représente la courbe de Moore ajustée.

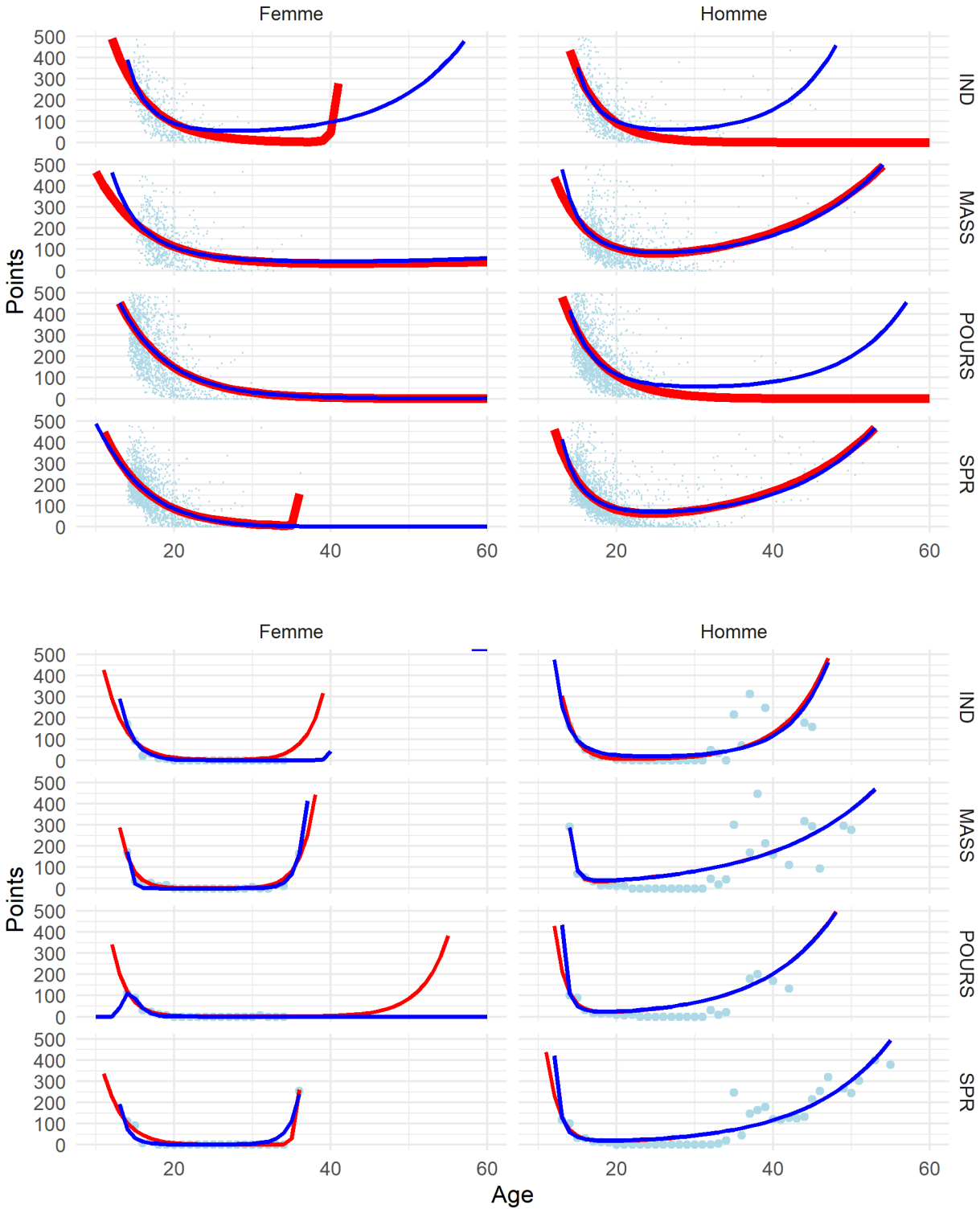

Figure 2.16: Estimation de la relation entre l'âge et la performance en biathlon pour chaque Sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. La courbe bleue représente les estimations de l'équation IMAP et la courbe rouge représente la courbe de Moore ajustée

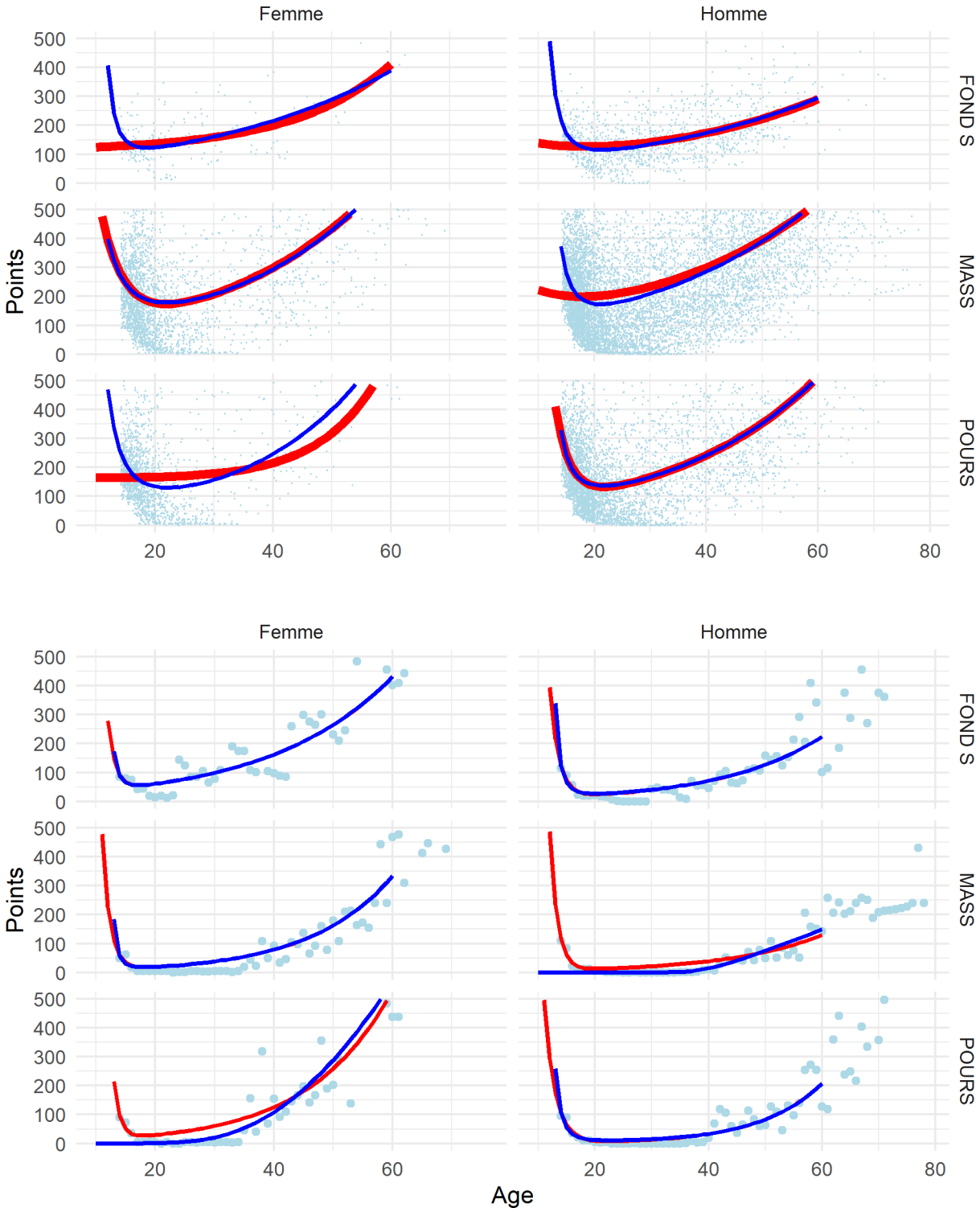

Figure 2.17: Estimation de la relation entre l'âge et la performance en ski de fond pour chaque Sexe (en colonne) et chaque discipline (en ligne) obtenue avec la méthode des moindres carrés ordinaire. La courbe bleue représente les estimations de l'équation IMAP et la courbe rouge représente la courbe de Moore ajustée

Le tableau 2.2 présente les coefficients de déterminations [96] des modèles de Moore et IMAP ajustés sur l'ensemble des disciplines sur deux jeux de données différents : la meilleure performance par âge tout individu confondu et sur l'ensemble des performances réalisées. Les modélisations réalisées sur la meilleure performance par âge présentent logiquement des coefficients de détermination supérieurs (moyenne des coefficients de détermination des modélisations réalisées sur la meilleure performance par âge $\bar{R}^2_{best} = 0.8261$ pour la meilleure performance par âge contre $\bar{R}^2_{all} = 0.3264$ pour l'ensemble des performances).

Les performances entre l'équation IMAP et l'équation de Moore sont semblables ($\bar{R}^2_{moore} = 0.35$ contre $\bar{R}^2_{IMAP} = 0.36$ sur l'ensemble des données et $\bar{R}^2_{moore} = 0.885$ contre $\bar{R}^2_{IMAP} = 0.88$ sur la meilleure performance par âge)

La figure 2.15 montre les estimations de la relation âge-performance d'un point de vue de l'espèce sur la meilleure performance par âge et sur l'ensemble des performance en ski alpin. La figure 2.16 présente les mêmes estimations pour le biathlon, tandis que la figure 2.17 présente les résultats pour le ski de fond. On perçoit dès lors la problématique de modéliser une relation d'un point de vue de l'espèce en prenant la meilleure performance par âge. En effet, la complexité de l'équation de Moore ou IMAP rendra très sensible les estimations à une performance atypique dans une discipline avec plus de variabilité. Par exemple, certaines disciplines de biathlon féminin (figure 2.16) sont peu représentées sur la phase de décroissance des capacités, rendant les estimations peu fiables. Si l'on s'intéresse à l'ensemble des performances, nous retrouvons la même problématique : une grande partie des données se situe sur la phase croissante de la relation âge-performance, alors qu'il y a une densité plus faible sur la phase décroissante. Ce déséquilibre rendra également instable les estimations sur les âges les moins représentés.

2.4.7 Résumé

La dynamique de performance a été étudiée et modélisée sur l'ensemble du spectre de la vie, de la naissance à la mort. Nous avons étudié les modèles existants pour étudier la relation âge-performance dans les différentes disciplines du ski et nous avons proposé un algorithme basé sur la méthode des moindres carrés ordinaire permettant d'estimer les paramètres optimaux pour chaque équation selon les données utilisées. Nous avons ensuite mis en œuvre cette procédure d'estimation sur les données de ski dans les différentes disciplines et sexe.

Vers un changement de perspective La modélisation de la relation âge performance d'un point de vue de l'espèce en ski donne des résultats similaires à d'autres disciplines [59]. Cependant, le coefficient de détermination diminue lorsque l'on s'intéresse à l'ensemble des

meilleures performances par âge des individus. Ce phénomène pourrait être dû à la variabilité inter-individuelle de la relation entre l'âge et la performance. Il est donc primordial de prendre en compte cette variabilité lorsque l'on souhaite estimer le potentiel individuel.

2.5 Variabilité individuelle de la relation âge-performance, modèle mixte non linéaire

2.5.1 Contexte

Le développement des capacités ne se fait pas au même rythme selon les individus [97]. La variabilité entre l'âge biologique et l'âge chronologique (cf 2.1.1.3) a un impact démontré sur les performances [49,98] et peut dépendre de plusieurs facteurs, dont le sexe [99]. Cette relation entre la maturité et la performance a été établie scientifiquement dans plusieurs sports comme le judo [100], le football [101], l'aviron [102] et le basket [98].

L'objectif de ce chapitre est d'explorer la relation individuelle entre l'âge et la performance qui a jusqu'à présent été analysée principalement du point de vue de l'espèce [59], sur la meilleure performance par âge tout individu confondu. Il est fondé sur l'article publié [10]. Théoriquement, il vise d'abord à mettre en place une méthodologie mathématique permettant d'estimer les paramètres individuels puis une méthode de classification permettant d'identifier des clusters de typologie de relation âge-performance basés sur le niveau et la vitesse de progression. Il a également pour but pratique de fournir aux acteurs de la fédération française de ski le profil de de chaque skieur et skieuse pour optimiser les systèmes de détection de jeunes potentiels. Ce chapitre se concentrera sur la présentation de la méthodologie en ciblant le ski alpin mais la méthode présentée est appliquée dans l'ensemble des disciplines.

2.5.2 Estimation des paramètres individuels avec un modèle à effets fixes

L'individualisation de la relation entre l'âge et la performance (cf 2.1.2) permettra d'estimer le potentiel individuel, en estimant des paramètres individuels de l'équation associant l'âge à la performance (équation (2.9)) pour chaque skieur et skieuse. L'algorithme développé dans le chapitre précédent (cf 5.11), pourrait répondre à la problématique.

La figure 2.18 illustre l'estimation de la relation entre l'âge et la performance pour deux skieurs, en utilisant un modèle à effets fixes. Pour ces deux scénarios, les trajectoires estimées tendent vers une constante Y sans présenter de phase de décroissance de la performance. De plus, les deux modélisations ne respectent pas le principe de parcimonie, car nous tentons d'estimer 4 paramètres (équation (2.9)) pour respectivement 2 et 7 données observées qui engendre un risque de sur paramétrage. Enfin, cette méthodologie ne prend pas en compte la relation globale, d'un point de vue de l'espèce, entre l'âge et la performance sur cette discipline.

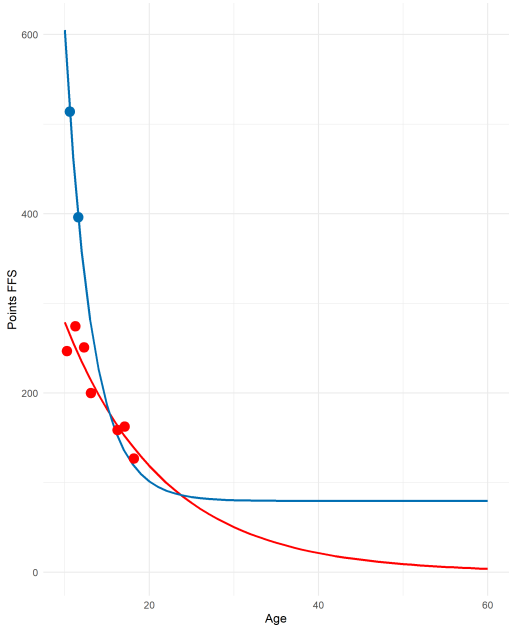

Figure 2.18: Estimation de la relation âge performance individuelle en ajustant l'équation de Moore via la méthode des moindres carrés ordinaire

Une réponse envisagée à ce défi est l'adoption d'un modèle à effets mixtes, intégrant à la fois des effets fixes et aléatoires. Les effets fixes permettront de prendre en compte la relation âge-performance globale sur la discipline, et les paramètres aléatoires permettront d'individualiser cette relation pour chaque individu.

2.5.3 Estimation des paramètres individuels avec un modèle à effets mixtes

2.5.3.1 Population étudiée

La méthodologie est présentée pour le slalom géant masculin. Le jeu de données comprend toutes les performances obtenues sur le circuit FFS (Fédération Française de Ski) et FIS (Fédération Internationale de Ski) de la saison 2004/2005 à la saison 2022/2023 sur géant masculin. 289 856 performances ont été réalisées par 14 838 skieurs de 10 à 25 ans, avec respectivement pour les 10 à 25 ans 30 376, 30 878, 31 124, 29 160, 26 910, 22 756, 17 776, 13 514, 8 643, 5 543, 3 547, 2 484, 1 815, 1 326, 1 051 et 883 performances réalisées. La durée moyenne de la carrière d'un individu est de 4,94 $\pm$ 2.39 années.

Moore [58] a modélisé la relation entre l'âge et la performance par une somme de deux fonctions exponentielles (2.8) avant d'être repris par un modèle à 5 paramètres [60] (cf 2.1.2). Dans l'objectif d'individualiser la relation âge performance, et donc de s'intéresser à tous les individus, le principe de parcimonie doit être respecté. Donc pour choisir entre ces deux

fonctions, nous avons utilisé la méthodologie [60] en calculant le coefficient de détermination R^2 et la valeur ajustée R_a^2 sur l'âge et les données de performance sur les meilleures performances par âge en utilisant l'algorithme présenté dans la partie précédente (cf 5.11). Le modèle de Moore modifié (2.9) a été choisi par rapport au modèle IMAP modifié (2.19) car la valeur du coefficient de détermination ajusté est plus élevée pour IMAP (0,9 267 contre 0,9 198).

Afin de prendre en compte la variabilité inter-individuelle, nous allons ajuster cette équation par un modèle à effets mixtes, en ajoutant une partie aléatoire à chaque paramètre fixe a, b, c et d (2.24) soit

$$P_i(t) = (a + a_i)e^{-(b+b_i)t} + (c + c_i)e^{(d+d_i)t} \tag{2.24}$$

où a_i,b_i,c_i,d_i sont les corrections aléatoires spécifiques à chaque individu i.

2.5.3.2 Caractéristiques du modèle

Pour pallier les contre-performances, le modèle est entraîné sur les meilleures performances par âge par individu (n = 82 516 performances). Les paramètres fixes et aléatoires sont estimés à l'aide d'un modèle bayésien, utilisant la méthode **Markov Chain Monte-Carlo** (MCMC) et l'algorithme **No U-Turn Sampler** (NUTS) [103]. Cette approche a été validée sur des données génétiques réelles et simulées [104], pharmacologie [105], et écologie [106]. Les paramètres fixés a priori du modèle sont estimés par la méthode des moindres carrés ordinaire sur toutes les performances via l'algorithme développé dans 5.11. Le modèle est structuré avec quatre chaînes parallèles, chacune comprenant 200 itérations. Un tel choix du nombre d'itérations a été fait pour minimiser à la fois la complexité et en maximiser la finesse des estimations. Il y aura donc un total de 800 quadruplets de paramètres estimés $\{a+a_i, b+b_i, c+c_i, d+d_i\}$ pour chaque individu. A noter que pour une meilleure convergence du modèle, les données de performance étaient centrées et réduites puis nous avons ajouté la performance minimale normalisée afin que toutes les performances soient strictement positives. Les données relatives à l'âge ont été standardisées par centrage-réduction. Le langage de programmation statistique probabiliste STAN [107] a été utilisé pour spécifier le modèle et mettre en œuvre numériquement l'algorithme. STAN est un langage de modélisation statistique qui permet de réaliser des inférences bayésiennes complexes, rendant ainsi possible la mise en œuvre de modèles mixtes hiérarchiques et autres modèles avancés.

2.5.3.3 Calcul du potentiel de progression estimé

Nous disposons de 800 quadruplets de paramètres pour chaque individu $\{a + a_i, b + b_i, c + c_i, d + d_i\}$, correspondant au nombre d'itérations de l'algorithme. Pour chaque individu, nous calculons l'ensemble des courbes potentielles obtenues avec les différentes combinaisons de paramètres. Ensuite, l'intervalle d'estimation est obtenu en calculant pour chaque âge la médiane des estimations ainsi que les quantiles des trajectoires estimées d'ordre 0,025 et 0,975.

2.5.3.4 Classification du potentiel de progression estimé

Identification des typologies de potentiels de progression Une classification basée sur un modèle de mélange gaussien est réalisée sur la médiane des paramètres par individu. Un modèle de mélange gaussien [108,109] permet d'estimer la distribution des variables aléatoires en les modélisant comme étant la somme de plusieurs composantes gaussiennes.

Il est alors nécessaire de déterminer les moyennes et matrices de covariance pour chaque composante gaussienne. Ces coefficients régissent les attributs géométriques des clusters, notamment en termes de volume, de morphologie et d'orientation [110]. Ces paramètres sont optimisés en fonction du critère de maximum de vraisemblance, en utilisant la procédure itérative espérance-maximisation. Nous avons créé 14 modèles différents en faisant varier les paramètres de volume, de forme et orientation.

Plusieurs métriques peuvent être employées pour évaluer la qualité d'une segmentation. Toutefois, aucun indicateur ne s'intéresse à leur pente, représentant dans notre contexte la vitesse de progression. Nous avons donc défini un indicateur de chevauchement des dérivés entre chaque paire de clusters.

Soit $D_t = \left\{ \left\{ f'_q, f'_d \right\}, (q,d) \in \{1, ..., K-1\} . \{2, ..., K\}, \ q < d \right\}$ l'ensemble des paires de densités des dérivées entre chaque cluster q et d à âge t.

Le score de recouvrement (*Olverlap Score*, OS) du modèle m est calculé comme suit :

$$OS(m) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{t=10}^{20} \sum_{k \in D_t} \int_{-\infty}^{+\infty} \min(k(x)) dx \tag{2.25}$$

avec K le nombre de clusters. Plus le score de chevauchement est faible, plus les groupes d'individus ont des dérivées et donc des pentes de progression différentes. Le modèle avec le score de chevauchement le plus bas est sélectionné.

Un exemple graphique du calcul du chevauchement entre deux clusters est représenté sur la figure 2.19.

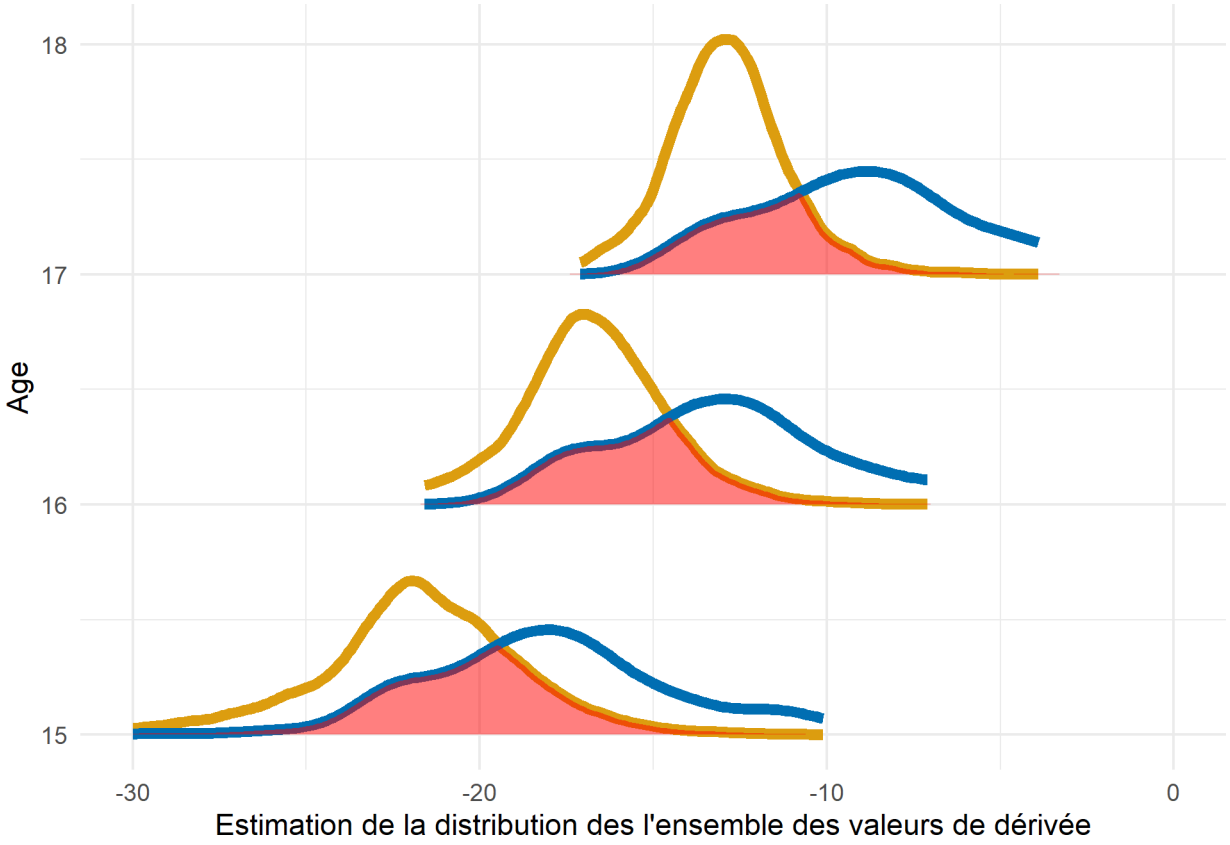

Figure 2.19: Exemple graphique illustrant le calcul du Overlap Score en fonction des dérivées (en abscisse) pour chaque âge (en ordonnée) pour deux clusters. Les distributions jaune et bleue représentent respectivement les dérivées des courbes estimées des clusters 3 et 4. La zone où ces deux distributions se superposent est colorée en rouge, indiquant le recouvrement commun entre elles à chaque âge.

Estimation du groupe de progression individuel Les médianes des paramètres de chaque individu ayant servi à identifier les clusters, nous calculons pour chaque individu la probabilité d'appartenir aux clusters respectifs pour les 800 quadruplés de paramètres. Nous calculons ensuite les moyennes et les intervalles de confiance par la méthode bootstrap des probabilités d'appartenir aux clusters.

2.5.4 Résultats

Le modèle développé en STAN est détaillé en annexe 5.11.

2.5.4.1 Estimation des paramètres du modèle de croissance/décroissance

Qualité du modèle La figure 2.20 présente la convergence des quatre chaînes ainsi que leurs écarts types au cours des 200 itérations

Nous évaluons ensuite la fiabilité des estimations individuelles en calculant le paramètre de forme de Pareto estimé z [111,112] :

- $z < 0.5$: L'estimation est jugée fiable. Plus z se rapproche de 0.5, plus l'erreur de notre méthode d'échantillonnage standard augmente et l'échantillonnage d'importance lissé par Pareto (PSIS), reste précise.
- Lorsque $0.5 < z < 0.7$: L'estimation est acceptable. Elle converge à un rythme satisfaisant et donne des résultats d'erreur cohérents avec la méthode lissée par Pareto.
- Lorsque $0.7 < z < 1$: L'estimation n'est pas fiable. Elle converge lentement et donne des estimations d'erreur incertaines.
- Lorsque $z > 1$: L'estimation est très imprécise. Elle est tellement biaisée qu'il est difficile d'en tirer des informations utiles, même avec de grands échantillons.

Table 2.3: Diagnostics pour l'échantillonnage par importance lissé de Pareto

	Effectif	Proportion
(-Inf, 0.5]	48973	0.82
(0.5, 0.7]	7390	0.12
(0.7, 1]	2666	0.04
(1, Inf)	509	0.01

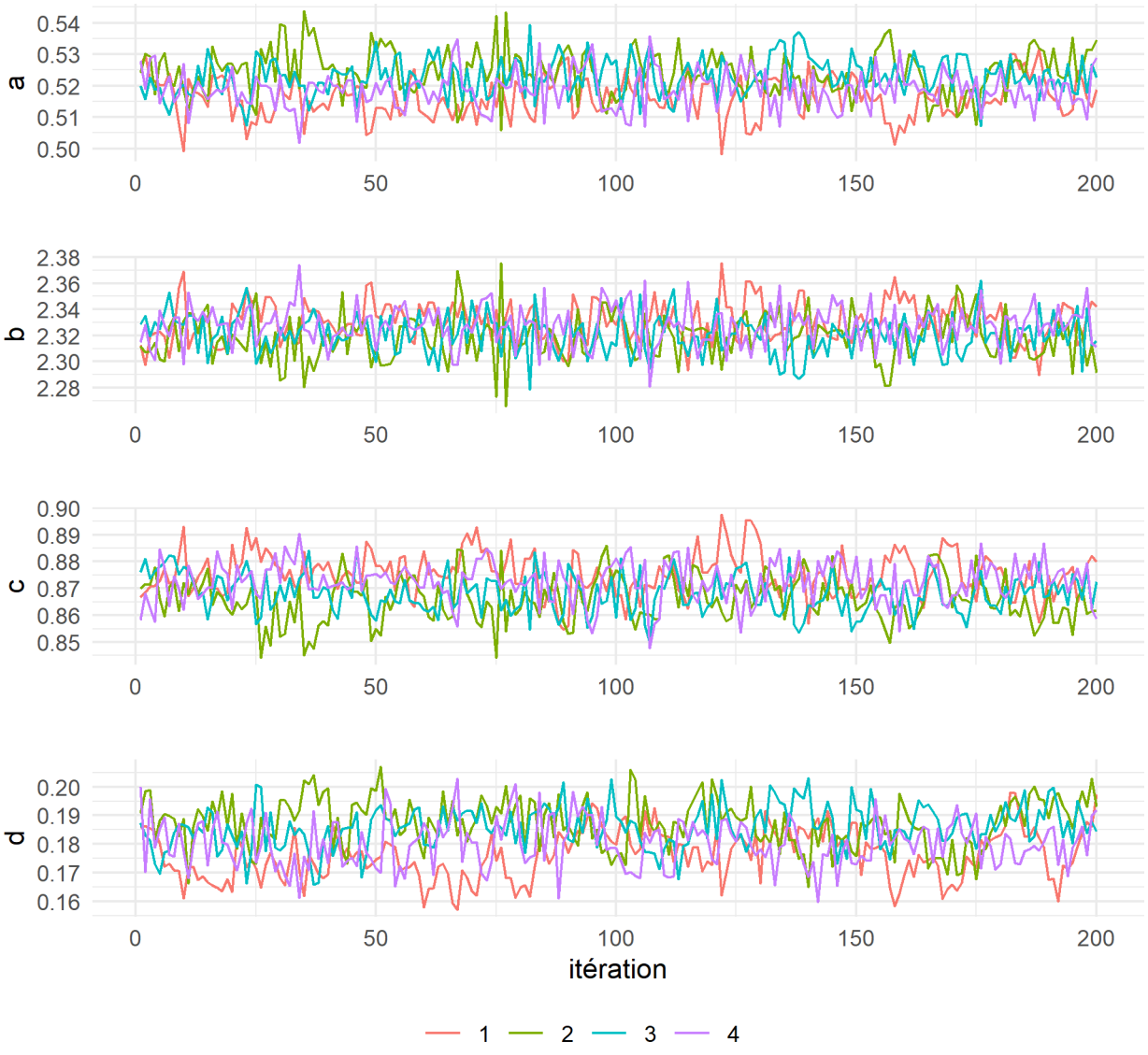

Figure 2.20: Estimation des paramètres associés aux quatre chaînes du modèle mixte au cours des 200 itérations.

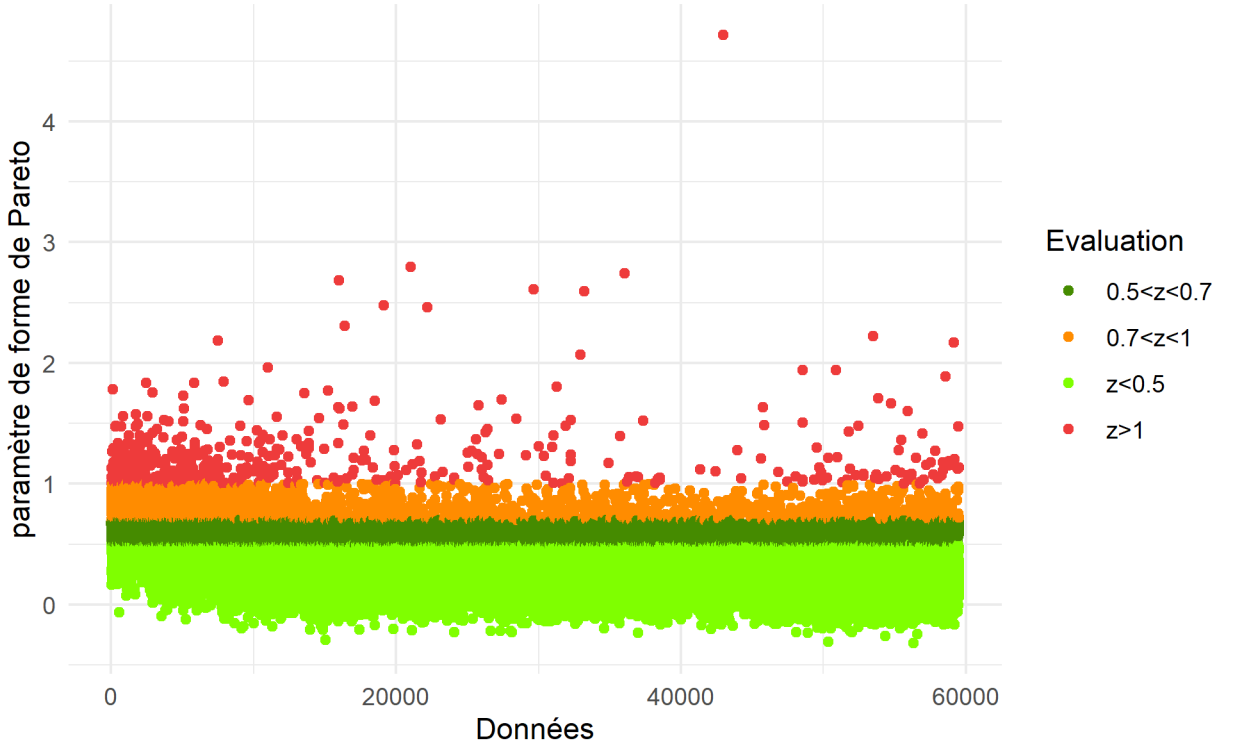

Figure 2.21: Diagnostics pour l'échantillonnage par importance lissé de Pareto

Table 2.4: Estimation de la médiane, de l'écart-type et du quantile d'ordre 0,025 et 0,975 des paramètres du modèle

	Coefficient	SD	Q2.5	Q97.5
a	0.52	0.01	0.51	0.53
b	2.32	0.02	2.29	2.36
c	0.87	0.01	0.85	0.89
d	0.18	0.01	0.16	0.20

La proportion des observations de 82% se sont avérées précises ou conformes aux attentes (table 2.3).

Population La distribution des paramètres fixes a,b,c,d est illustrée à la figure 2.22. Le coefficient de détermination R^2 est 0,87. En comparaison, le R^2 obtenu avec la seule méthode des moindres carrés via l'algorithme développé (cf 5.11) sans effets aléatoires est de 0,47. Les coefficients associés au modèle sont détaillés dans le tableau 2.4.

L'estimation de la relation entre l'âge et la performance (médiane ± intervalle d'estimation) est présentée dans la figure 2.23. Les résultats indiquent que l'âge auquel est atteint le pic de performance en slalom géant masculin français est estimé à 24.81 ± 0.2 ans pour une

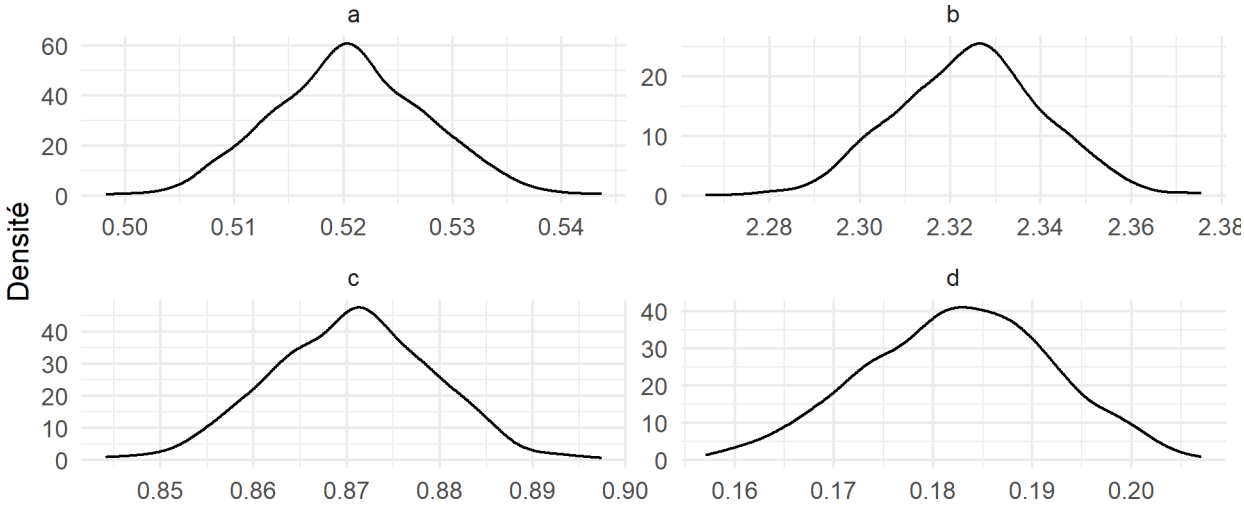

Figure 2.22: Densité des paramètres fixes estimés par le modèle à effets mixtes

performance moyenne estimée à 141.37 ± 1.05 points FFS.

2.5.4.2 Individuel

Un exemple d'estimation de la courbe individuelle de potentiel et de son incertitude est illustré avec la figure 2.25. L'évolution des performances des deux individus est symbolisée respectivement par les points de couleur or et blanc. Les courbes en bleu et rouge représentent respectivement les 800 courbes potentielles estimées par notre modèle pour chaque individu avec les différents quadruplets de paramètres.

La figure 2.25 (B) montre une représentation graphique de l'incertitude du potentiel estimée par des intervalles d'estimation, et calculée à partir des quantiles d'ordre 0.025, 0.5 et 0.975 de la distribution de l'ensemble des estimations à chaque âge.

2.5.4.3 Classification des trajectoires de progression

Estimation des différentes trajectoires de progression La figure 2.26 met en évidence les 12 meilleurs modèles obtenus selon le score de recouvrement 2.25.

Le modèle sélectionné avec le meilleur score dans la métrique proposée dans 2.5.3.4 est une classification de mélange gaussien avec un volume, une forme et une orientation égaux entre les clusters. Les trajectoires de performance moyennes des clusters ainsi que les dérivées moyennes sont présentées dans la figure 2.27.

Le nombre d'individus pour chaque cluster est respectivement de 15 187, 243, 246, 354 pour les clusters 1, 2, 3, 4.

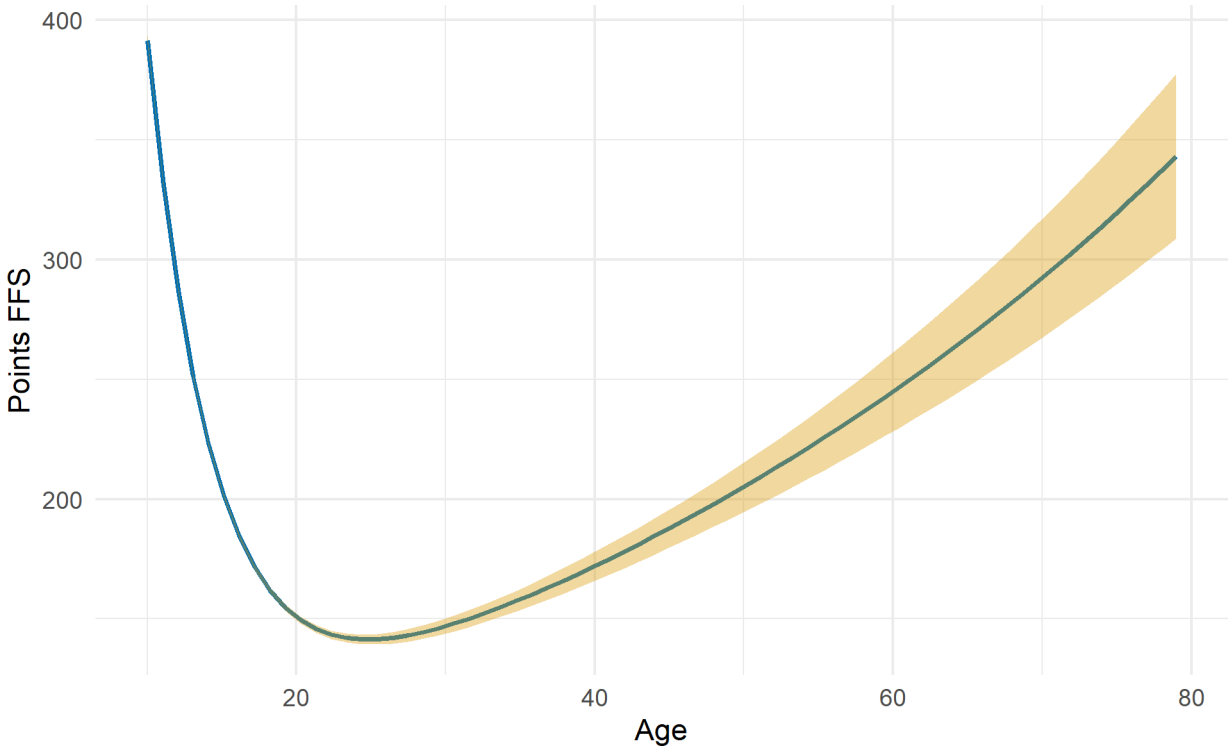

Figure 2.23: Relation âge-performance estimée avec l'équation de Moore d'un point de vue de l'espèce. La courbe bleue représente l'estimation médiane et les aires couleur or représentent les quantiles d'estimation d'ordre 0.025 et 0.975

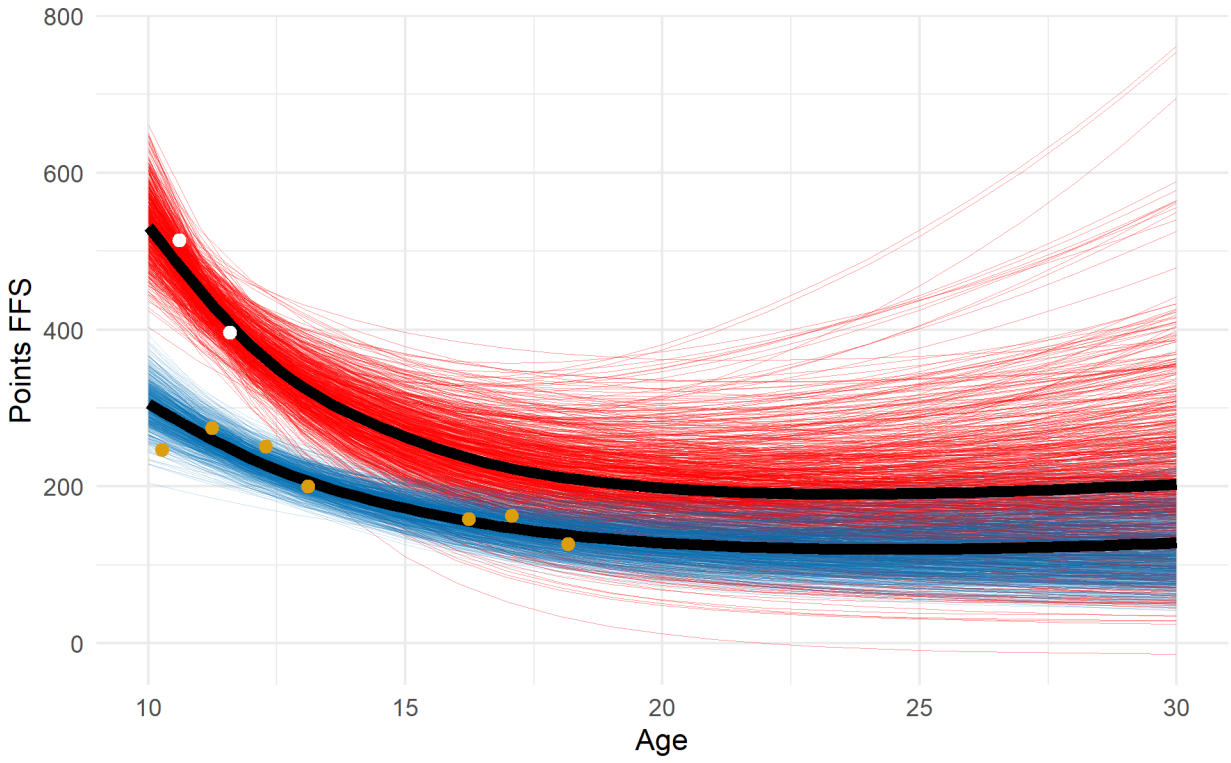

Figure 2.24: Comparaison de l'évolution des performances (en points FFS) de deux skieurs (en or et blanc respectivement), leurs 800 courbes de progression individuelles potentielles estimées (en bleu et rouge respectivement) ainsi que leur courbe moyenne (en gras) de 10 à 30 ans.

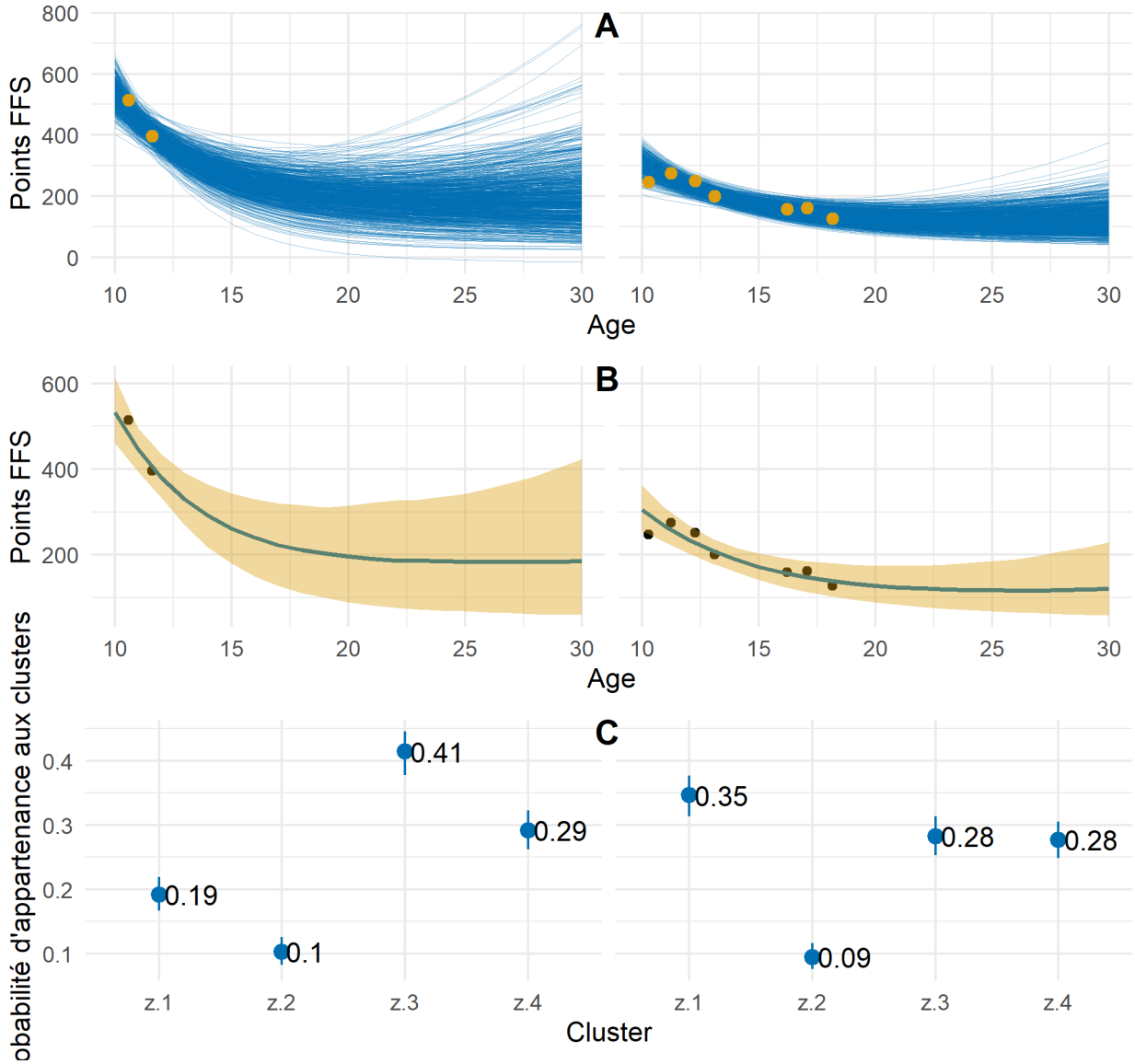

Figure 2.25: Exemple de deux individus (en colonne) de l'estimation de l'ensemble des courbes de Moore brutes (A), de la médiane en bleu et des quantiles d'ordre 0,025 et 0,975 en jaune (B) et de la moyenne et de l'intervalle de confiance des probabilités d'appartenir à chacun des clusters (C). Les points jaunes (A) et noirs (B) représentent la performance réelle atteinte.

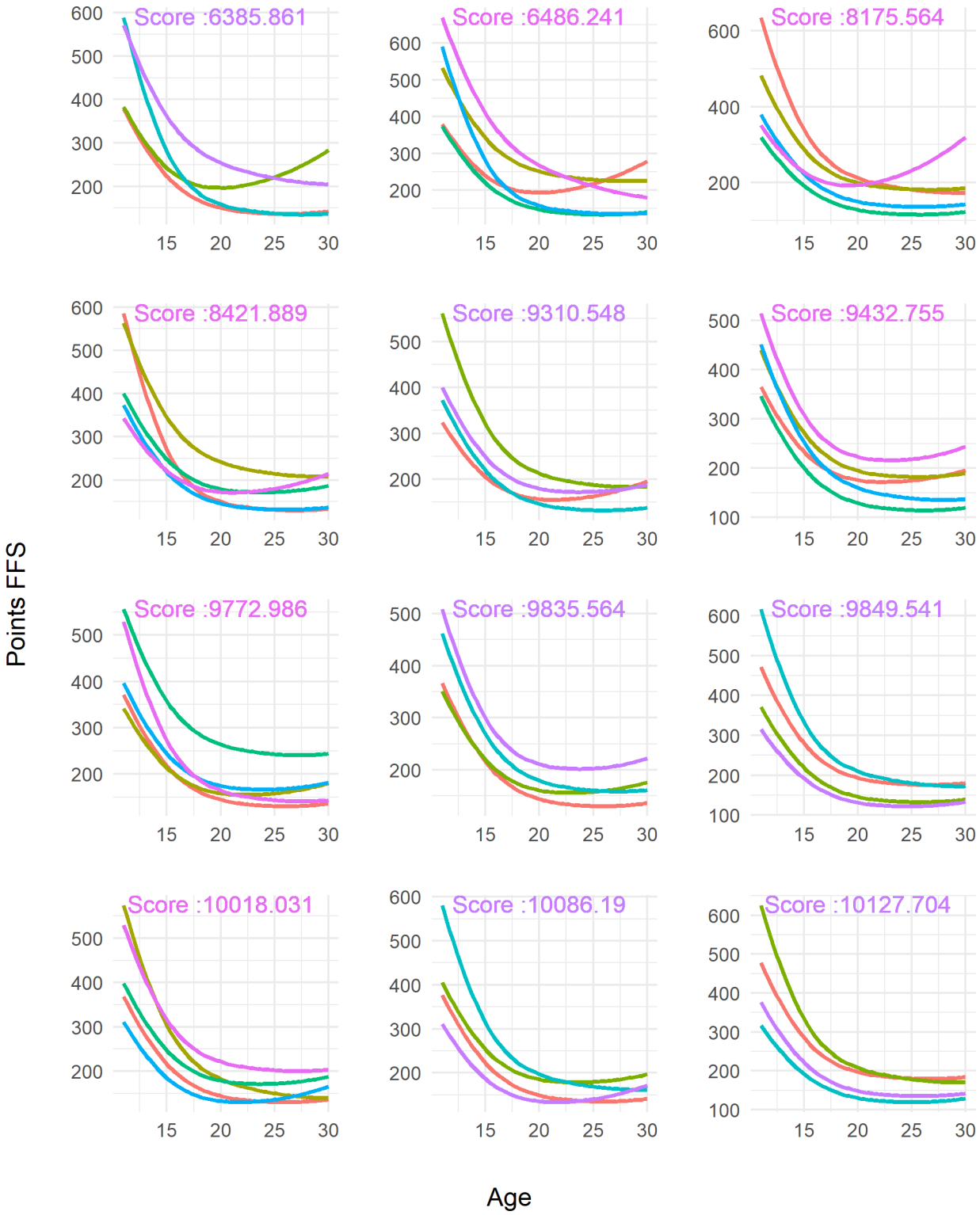

Figure 2.26: Courbes moyennes des clusters des 12 modèles présentant l'Overlap Score le plus faible

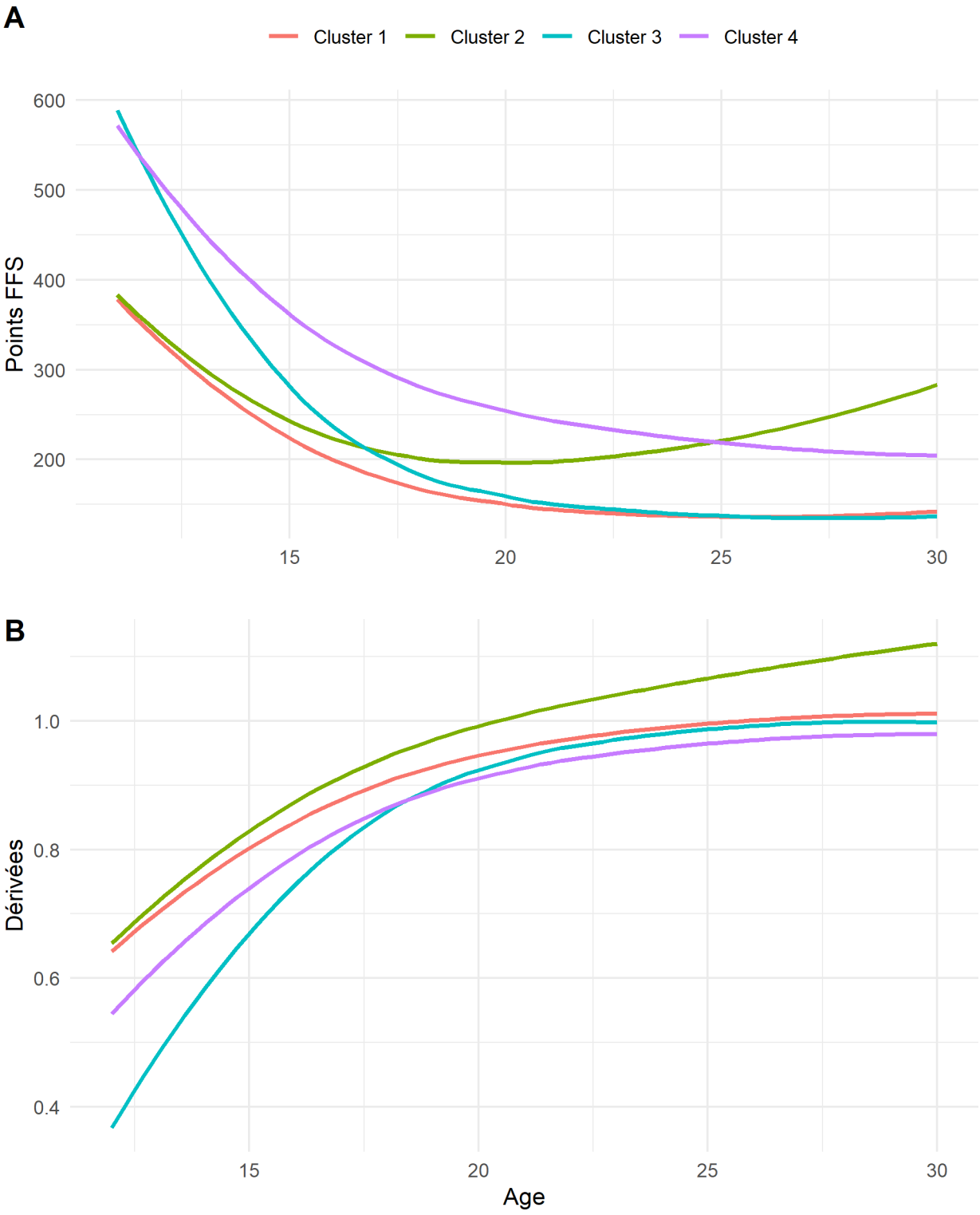

Figure 2.27: Courbes moyennes de progression des performances entre les différents clusters (A) et les dérivées représentatives de la progression (B). Les clusters 1 et 4 présentent des niveaux de performance différents mais des niveaux de progression similaires. Le groupe 2 a des performances élevées chez les jeunes mais une faible progression, tandis que le groupe 3 a des performances plus faibles chez les jeunes mais une forte progression

Quatre clusters distincts ont été identifiés par la méthode des mélanges gaussiens couplée au calcul de l'Overlap Score (équation 2.25):

- Le cluster 1 représente le cluster moyen.
- Le cluster 2 représente le cluster avec la pente de progression la plus faible.
- Le cluster 3 représente le cluster avec la plus forte pente de progression.
- Le cluster 4 représente le cluster avec des performances inférieures.

Estimation du groupe de progrès individuel La figure 2.25 (C) représente graphiquement la moyenne et l'intervalle de confiance des probabilités individuelles dans chaque cluster (cf 2.5.3.3) pour les deux individus pris en exemple. L'individu 1 (à gauche) est plus susceptible d'appartenir au groupe 1 (41%) tandis que l'individu 2 (à droite) est plus susceptible d'appartenir au groupe 3 (35%).

2.5.5 Conclusion

2.5.5.1 De l'échelle 'espèce' vers l'échelle individuelle

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode pour individualiser la relation entre l'âge et les performances en ski alpin. Nous identifions alors quatre types de trajectoire parmi toutes ces courbes individuelles qui représentent les groupes de skieurs se distinguant le plus selon leur dynamique de performance. Notre méthode permet d'estimer en termes de probabilités avec une incertitude les clusters les plus associés à chaque individu.

La relation entre l'âge et la performance a principalement fait l'objet d'études à l'échelle humaine [58–60]. Après avoir étudié la relation entre l'âge et la performance en ski d'un point de vue de l'espèce, nous modélisons individuellement la relation âge-performance avec les effets aléatoires, compte tenu de la relation générale contenue dans les effets fixes. **Notre modèle se distingue également par sa capacité inédite à évaluer l'incertitude associée aux estimations** grâce à la distribution de paramètres obtenue pour chaque individu. Par principe de parcimonie, notamment avec les modèles à effets mixtes, nous choisissons le modèle de Moore ayant un paramètre de moins. Une des limites de l'étude est d'utiliser les points FFS qui indiquent une performance relative par rapport aux autres skieurs contrairement à une métrique de performance chronométré (*e.g* natation, athlétisme). Cependant, la qualité du modèle ($R^2 = 0.87$) montre qu'il s'ajuste bien à cette mesure, malgré cette contrainte.

En adoptant une approche différente, Hollings *et al* ont estimé un âge optimal de performance dans différentes disciplines d'athlétisme entre 25 et 27 ans [113], qui est proche de l'âge

au pic de performance estimé par notre modèle en slalom géant masculin. Muller *et al* ont estimé, à l'issue de la saison 2012-2013 pour les skieurs d'élite, un âge maximal en ski alpin masculin d'environ 28 ans [55]. Les presque 4 ans de différences d'âge au sommet constatés ici avec les études précédentes peuvent s'expliquer par les différences de population et de méthodologie utilisée. En effet, notre étude repose sur l'exhaustivité des performances réalisées par les skieurs français depuis la saison 2004-2005, et est basée sur un modèle statistique modélisant la relation âge-performance utilisé dans d'autres disciplines. Notre modèle permet de prendre en compte la dynamique de performance. Cette approche est importante tant qu'il est difficile de détecter précisément les jeunes talents avant 16 ans [11,12]. Une des forces mais aussi des faiblesses de notre modèle résident dans le fait que seules les données de performance et d'âge sont nécessaires pour estimer la relation âge-performance d'un individu. Cela signifie que tous les composants liés à sa progression sont résumés dans ces deux variables. Parmi ces composants, il y a celui de l'adaptation décrit par Pickering et Kiely [27]. Il y a aussi toutes les composantes physiques [82,114] ou techniques [115]. Pour surmonter la variabilité des performances due à toutes ces variables, nous sous-sélectionnons uniquement les meilleures performances par âge par individu. Il convient toutefois de noter que diverses variables environnementales, comme les blessures ou les parcours scolaires, peuvent influencer les performances tout comme les variables liées aux habiletés mentales (perception, motivation, résistance, ...). Cet aspect limitatif peut aussi être parfois perçu comme un atout, étant donné qu'il peut reposer sur des données dont certaines sont aisément accessibles. La méthode est donc applicable à toute discipline avec des performances quantifiables. Une des améliorations du modèle serait donc d'ajouter d'autres aspects physiques, psychologiques et variables environnementales au modèle, dont la performance en ski alpin dépend également [82,114]. Toutefois, il est plus difficile de récupérer ces données à grande échelle comparé aux données de performance.

2.5.5.2 La relation individuelle pour identifier des groupes de progression

Concernant le clustering, nous apportons une solution intéressante pour des données longitudinales lorsque les individus n'ont pas de trajectoires "complètes", en effectuant le clustering sur les paramètres aléatoires du modèle à effets mixtes (figure 2.27). Ce clustering basé sur des mélanges gaussiens permet, contrairement à la méthode des k-means par exemple, d'obtenir des groupes d'effectifs inégaux grâce au paramètre π [116] qui représente la probabilité qu'un point de données aléatoirement choisi provienne d'une certaine composante gaussienne. Les résultats montrent que l'algorithme identifie un cluster moyen présentant l'effectif le plus élevé. De plus, il détecte des clusters aux trajectoires particulières avec des effectifs plus faibles, qui seraient restés non identifiés par d'autres méthodes de classification

privilégiant des clusters d'effectifs égaux. Ensuite, nous apportons une métrique novatrice nommé Overlap Score (OS) pour différencier le regroupement des données longitudinales par leur pente comparativement au critère d'information bayésien traditionnel [117]. De plus, notre méthode permet d'obtenir individuellement un score par individu associé à chacun des clusters avec une incertitude, ce qui n'est pas le cas dans d'autres études de regroupement des trajectoires de progression qui s'arrêtent à l'observation et à l'interprétation des différents clusters [118]. Compte tenu de l'importance des composantes physiques, physiologiques et techniques dans le ski alpin [119–121], les différents clusters identifiés peuvent correspondre à des évolutions de maturation biologique différentes qui n'ont pas lieu au même moment pour tous les individus [20].

2.5.5.3 Application pratique

Comme notre étude précédente [3], ce travail vise à optimiser les systèmes de détection des sports d'hiver français. Nous proposons une méthodologie permettant d'estimer la progression individuelle des skieurs, selon la relation entre leurs performances et leur âge. En utilisant cette méthodologie, nous avons mis en œuvre un outil d'aide à la décision pour les sportifs (entraîneurs, staff, skieurs), en extrayant les paramètres aléatoires du modèle à effets mixtes.

Le but de ce travail est d'exposer l'ensemble de la méthodologie permettant d'estimer le potentiel individuel en estimant un grand nombre de relations entre l'âge et la performance pour chaque individu. Par conséquent, l'incertitude entourant la relation estimée ne devrait pas être interprétée comme un intervalle de confiance des performances possibles réalisées, mais plutôt comme l'ensemble des estimations possibles du potentiel individuel, que nous définissons comme *"Intervalle d'Estimation"* (IE).

2.5.6 Résumé

La relation âge-performance, jusqu'à présent étudiée du point de vue de l'espèce, a été individualisée avec un modèle bayésien non linéaire à effets mixtes fondé sur l'équation de Moore [58]. Pour chaque individu, 800 quadruplets de paramètres sont estimés, permettant de calculer une incertitude autour de l'estimation. Basé sur ces paramètres, un modèle de clustering non supervisé basé sur des mélanges gaussiens a permis d'identifier plusieurs typologies de courbes individuelles, et les probabilités d'appartenance associées à chacune d'elles. Nous proposons un score de recouvrement basé sur la dérivée de l'équation individuelle permettant de faire ressortir les clusters ayant des vitesses de progression différentes. Le but de la méthode est d'aider les personnes impliquées dans l'encadrement fédéral français à mieux détecter les jeunes talents, mais elle détaille également la relation entre âge et performance en

ski alpin au regard des spécificités physiques des skieurs, et s'appuie sur l'analyse de données longitudinales à grande échelle. La méthode développée peut être étendue à tous les sports avec des performances quantifiables.

La dynamique, une variable pertinente pour estimer la performance à long terme ?
Le processus de vieillissement estimé avec la relation âge-performance est une résultante de l'ensemble des phénomènes de croissance/décroissance fonctionnelle du corps humain. Au regard de la complexité de l'estimation du potentiel, la dynamique identifiée dans ce chapitre est-elle une variable explicative du potentiel sportif à long terme ?

2.6 Catégorisation longitudinale des performances et modélisation des transitions au cours des âges

2.6.1 Contexte

Cette partie s'inspire de l'article que nous avons soumis pour publication [11] et vise à caractériser la performance longitudinale, puis d'étudier les transitions entre les différents niveaux de performance, afin d'estimer le niveau futur des athlètes selon leur niveau actuel.

Existe-t-il une variable plus déterminante que la performance instantanée pour la détection du potentiel sportif à long terme ?

2.6.2 Méthodes

2.6.2.1 Population

Les critères d'inclusion de l'étude étaient les skieurs masculins français, ayant participé à au moins une compétition en Slalom (GS) depuis la saison 2004/2005.

Les 62 819 performances réalisées par les 18 919 skieurs étaient éligibles pour être incluses dans l'étude. Le nombre moyen de performances par skieur est de 3,32 ± 2,46.

2.6.2.2 Catégorisation longitudinale des performances

Afin de caractériser la performance des individus en fonction de leur âge, nous avons créé **des couloirs de performance** (ou Performance Lane, PL). Soit k le nombre de PL et q un vecteur de taille $k+1$ contenant les quantiles représentant la meilleure performance de chaque groupe à chaque âge. Définissons q_c comme étant le c-ieme élément de q et W_s comme l'ensemble des performances enregistrées en ski alpin à l'âge s. Nous avons calculé la limite supérieure de chaque PL r pour chaque âge s :

$$\forall r \in [1 \dots k], PL_{rs}^{+} = \mathrm{W}_{s}^{q_r} \tag{2.26}$$

et la limite inférieure :

$$\forall r \in [1 \dots k], PL_{rs}^{-} = \mathrm{W}_{s}^{q_{r-1}} \tag{2.27}$$

de manière à ce qu'une performance ne puisse appartenir qu'à un et un seul PL.

Afin de discriminer le meilleur niveau et par principe de parcimonie, nous avons choisi d'avoir des PL d'effectifs inégaux avec $q \in \{0, 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 1\}$ par rapport à des PL d'effectifs égaux.

Le nombre total de transitions d'un PL (en ligne) à un autre (en colonne), indépendamment de l'âge, est présenté dans la table 2.5.

Table 2.5: Nombre d'occurrences de transitions des skieurs du PL r (en lignes) au PL j (en colonnes) entre 10 et 25 ans

	1	2	3	4	5
1		657	549	182	64
2	482		1055	397	137
3	468	724		2610	851
4	216	353	1991		4119
5	80	129	680	3334	

2.6.2.3 Estimation empirique par une chaîne de Markov non homogène à temps discret

Afin d'évaluer une tendance dans les probabilités sans recourir à un modèle multi-états, nous effectuons une estimation empirique en analysant les transitions réellement effectuées par les skieurs.

Explication pratique Tentons d'estimer la probabilité $P_{(1,1)}^{t,t+1}$ de rester au PL_1 de l'âge t à $t+1$. La probabilité est estimée en utilisant la proportion d'individu qui sont passés du PL_1^t à PL_1^{t+1}.

Pour estimer la probabilité $P_{(1,1)}^{t,t+2}$, il faut prendre en compte l'ensemble des chemins possibles.

La probabilité $P_{(1,1)}^{t,t+2}$ s'écrit donc comme

$$P_{(1,1)}^{t,t+1}.P_{(1,1)}^{t+1,t+2} + P_{(1,2)}^{t,t+1}.P_{(2,1)}^{t+1,t+2} + ... + P_{(1,5)}^{t,t+1}.P_{(5,1)}^{t+1,t+2}$$

.

Généralisation On peut généraliser en calculant $P_{rj}(s,t)$ la probabilité de passer du PL r au PL j du temps s au temps t:

$$P_{rj}(s,t) = \sum_{\rho \in R} \prod_{l=s}^{t-1} m^{l}_{\rho_l, \rho_{l+1}} \tag{2.28}$$

où R est défini comme $\{r\} \times \{1, ..., 5\}^N \times \{j\}$, avec $N = t - s - 2$. Ceci représente tous les chemins possibles depuis r jusqu'à j. On note $m^{a}_{b,c} = \frac{\text{Nombre d'individus passant de } b \text{ à } c \text{ entre } a \text{ et } a+1}{\text{Nombre total d'individus à l'âge } a}$.

2.6.2.4 Estimation avec un modèle multi-états Markovien à temps continu

On définit $X(t)$ le PL occupé à l'âge t, en prenant les valeurs dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Soit $P_{rj}(s,t) = P(X(t) = j \mid X(s) = r)$ la probabilité de passer du PL r au PL j de l'âge s à l'âge t.

Les modèles multi-états sont basés sur l'intensité de la transition où le taux de risque $\alpha_{rj}(t)$ exprime le risque instantané de passer de l'état r à l'état j au temps t. Il est défini comme

$$\alpha_{rj}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{rj}(t, t + \Delta t)}{\Delta t}, \tag{2.29}$$

et le risque cumulatif est défini comme :

$$\mathrm{A}^{rj}_t = \int_0^t \alpha_{rj}(u) du. \tag{2.30}$$

Le cas $\mathrm{A}^{rj}_t = 0$ signifie une transition impossible.

Le modèle multi-états est un modèle *clock-forward* [122] basé sur la propriété de Markov. Le processus $X(t)$ satisfait à la propriété de Markov si, pour tout $t \geq 0$ et pour tout $s \geq 0$ avec $t > s$, la probabilité conditionnelle du PL futur $X(t)$ sachant l'état présent $X(s)$ et les états passés $X(u)$, où $0 \leq u \leq t$ est uniquement déterminée par l'état présent $X(s)$. Cette propriété peut être exprimée mathématiquement comme suit pour un processus à temps continu par :

$$P(X(t)|X(s), X(u), 0 \leq u < t) = P(X(t)|X(s)). \tag{2.31}$$

Il est à noter que toutes les transitions entre les divers PL sont possibles.

Nous visons à estimer la matrice de transition $P_{rj}(s,t)$ pour tout s et t. Elle correspondant à la probabilité de transiter, directement ou indirectement, du PL r au PL j du temps s au temps t.

2.6.2.5 Estimation des fonctions de risques cumulatifs spécifiques à la transition

Estimation non paramétrique Dans cette section, l'estimateur choisi ne repose sur aucune hypothèse *a priori* pour décrire les intensités de transition. Nous utilisons l'estimateur de Nelson-Aalen [123,124] pour estimer les intensités de transition cumulées permettant de considérer la censure à droite (la fin de carrière d'un skieur) et la troncature à gauche (le début de la carrière du skieur).

$$\hat{\mathrm{A}}_t^{rj} = \sum_{\{k:T_k \leq t\}} \frac{d_{rj}\left(T_k\right)}{n_r\left(T_k\right)}, \tag{2.32}$$

où $d_{rj}\left(T_k\right)$ représente le nombre de transitions du PL r à j exactement en T_k et $n_r\left(T_k\right)$ représente le nombre d'individus dans le PL r juste avant le temps T_k (cf exemple figure 2.28).

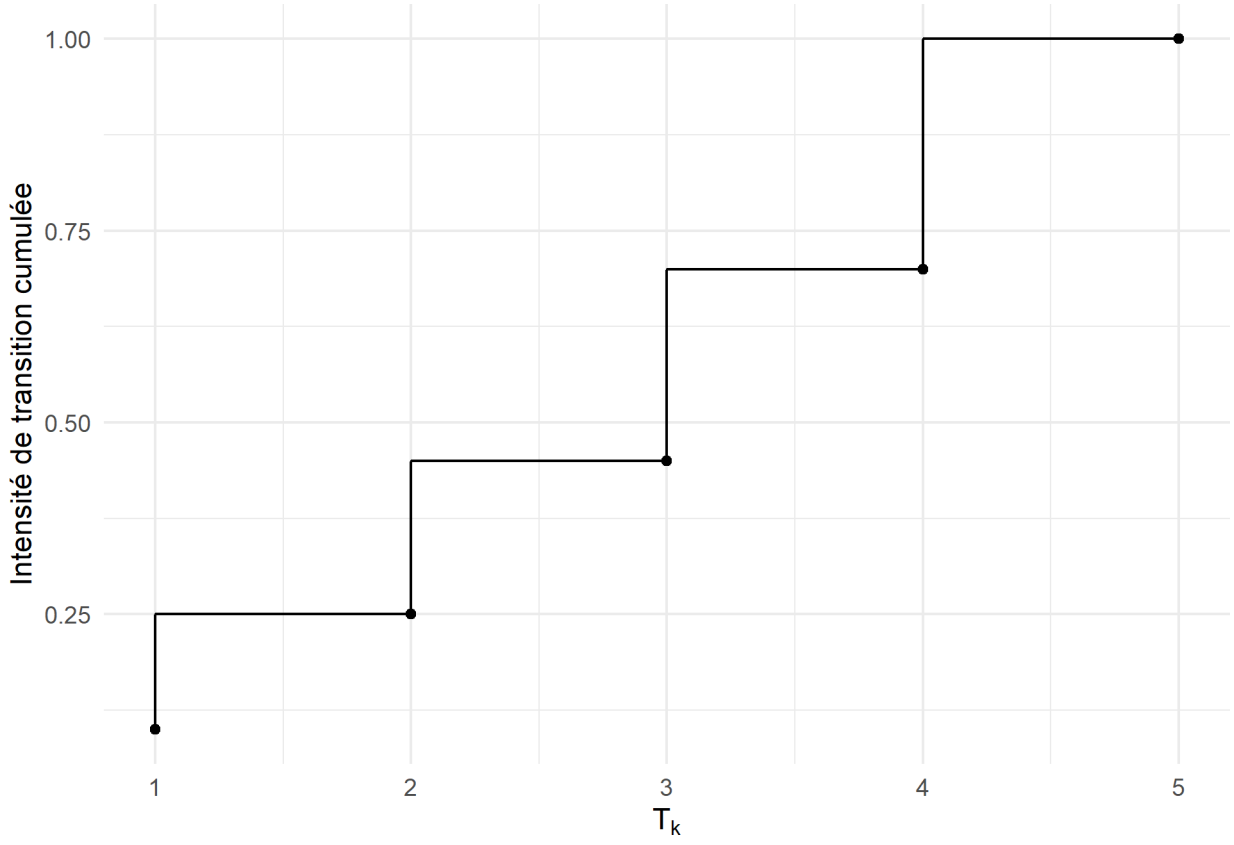

Figure 2.28: Exemple fictif de l'estimateur de Nelson Aalen

La variance peut être estimée en utilisant un estimateur étudié dans [125] :

$$\hat{\sigma}^{2rj}_t = \sum_{\{k:T_k \leq t\}} \frac{d_{rj}\left(T_k\right)}{n_r\left(T_k\right)^2}. \tag{2.33}$$

Estimation paramétrique Dans l'approche paramétrique, nous estimons A_t^{rj} au sein de différentes familles de lois communément utilisées dans les modèles de survie [126,127] : exponentielle, Weibull, Gamma, Gompertz et Log-normal (table 2.7).

Table 2.6: Familles de fonctions de densité utilisées pour approximer les intensités de transition

Exponential	$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, λ>0
Weibull	$amt^{a-1}e^{-mt^a}$, a>0, m>0
Gamma	$\frac{b^a}{\Gamma(a)}t^{a-1}e^{-bt}$, $a>0, b>0$
Gompretz	$be^{at}\exp\left[-\frac{b}{a}(e^{at}-1)\right]$, $a \in \mathbb{R}, b>0$
Log-normal	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $\mu \in]-\infty,\infty[, \sigma>0$

La loi exponentielle suppose un risque constant dans le temps, égal au paramètre λ>0. La distribution de Weibull s'établit comme une extension de la distribution exponentielle, caractérisée par deux paramètres positifs. Le paramètre a sert à caractériser la morphologie de la fonction de risque. Le risque est décroissant pour $a < 1$, constant pour $a = 1$ et croissant pour $a > 1$, et m est un paramètre d'échelle. La loi Gamma, en tant que distribution adaptable, adopte diverses configurations en fonction des variations de $a > 0$. Le paramètre $b > 0$ agit en tant que paramètre de taux. Si $a = 1$, la distribution Gamma coïncide avec la distribution exponentielle. Le risque diminue pour $a < 1$ et augmente pour $a > 1$. Le modèle de Gompertz est caractérisé par un paramètre de forme a et un paramètre de taux $b > 0$. Le risque est croissant pour $a > 0$, constant pour $a = 0$ et décroissant pour $a < 0$. La distribution log-normale est définie par la moyenne μ et l'écart type σ. La forme de la fonction de risque dépend des valeurs de μ et de σ. Pour résumer, la distribution exponentielle se caractérise par un risque de nature constante, c'est à dire que le risque de transition ne dépend pas du temps. Les distributions de Weibull, Gamma et Gompertz admettent un risque croissant ou décroissant, c'est à dire que le risque de transition dépend du temps. La distribution log-normale, quant à elle est caractérisé par une augmentation du risque au cours du temps suivie d'une diminution.

L'estimation des paramètres a été effectuée via la méthode de maximisation de la vraisemblance. Si on définit θ les paramètres de la distribution, le paramètre de vraisemblance est défini par [128] :

$$l\left(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{t}^{\min}, \mathbf{t}^{\max}, \mathbf{c}, \mathbf{s}\right) = \left\{ \prod_{i:c_i=1} f_i\left(t_i\right) \prod_{i:c_i=0} \left(S_i\left(t_i^{\min}\right) - S_i\left(t_i^{\max}\right)\right) \right\} / \prod_i S_i\left(s_i\right). \tag{2.34}$$

où :

- $t_i^{\min}$ et $t_i^{\max}$ définissent l'intervalle de censure pour l'individu i.
- c_i est un indicateur de censure, avec $c_i = 1$ si t_i si est un temps d'évènement observé et $c_i = 0$ si c'est un temps censuré.
- s_i est le temps de troncature à gauche, ce qui signifie que le temps de survie pour l'individu i est observé conditionnellement à ce qu'il ait survécu jusqu'à s_i.
- $f_i\left(t_i\right)$ est la fonction de densité au temps t_i.
- $S_i\left(t_i^{\min}\right)$ et $S_i\left(t_i^{\max}\right)$ sont les fonctions de survie aux temps $t_i^{\min}$ et $t_i^{\max}$ pour l'individu i, respectivement.

Modèle hybride Sous l'hypothèse que les différentes transitions ne suivent pas les mêmes lois, nous avons choisi un modèle hybride en sélectionnant, pour chaque transition, la distribution avec le plus petit Critère d'Information Akaike (AIC) [129] car ce critère prend en compte non seulement la vraisemblance du modèle mais aussi sa complexité.

2.6.2.6 Estimation de la matrice de transition

Nous estimons ensuite les probabilités de transition, en utilisant les risques estimés, au moyen d'un calcul matriciel [71]

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(s,t) &= \prod_{\{k:s<T_k\leq t\}} \left(\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k}\right), \\ \left(\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k}\right)_{rj} &= \frac{d_{ij}(T_k)}{n_i(T_k)}, \text{avec } r \in C, j \in C, r \neq j, \\ \forall r \in C, \left(\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k}\right)_{rr} &= 1 - \frac{\sum d_{ij}(T_k)}{n_r(T_k)}. \end{aligned} \tag{2.35}$$

Les évaluations ont été conduites en adoptant des approches à la fois ascendante (*forward*) et descendante (*backward*). Lors des estimations *forward*, le PL de départ r ainsi que l'âge initial s sont maintenus constants dans $P_{rj}(s,t)$. On cherche ainsi à calculer la probabilité d'évoluer dans chacun des PL en fonction du PL de départ r à l'âge s. Dans les estimations *backward*, on fixe j et t. Nous étudions ensuite comment les probabilités d'atteindre le PL j à l'âge t évoluent pour chaque PL de départ.

2.6.2.7 Discrétisation des états par niveau de progression

Dans les catégories d'âges les plus jeunes, lorsque la performance n'est pas encore déterminante, nous allons tenter d'identifier une autre variable qui pourrait être liée à la performance future, à savoir la progression. A cette fin, nous ferons appel à la méthode de calcul de la progression, telle que présentée en 2.5.

Calcul des nouveaux états Soit D_s l'ensemble des valeurs des dérivées individuelles de l'équation de Moore à l'âge s et q comme un vecteur de taille $k+1$ contenant les quantiles représentant la dérivée maximale de chaque cluster à chaque âge, où q_c le c-ième élément de q. Nous catégorisons la progression dépendante de l'âge avec des Drift Lane (DL) avec la limite supérieure de DL c pour chaque âge s et définissons :

$$\forall r \in 1 \dots k, DL_{cs}^{+} = \mathrm{D}_s^{q_c} \tag{2.36}$$

Pour les données considérées, nous choisissons de définir quatre DL en fixant $q \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$.

Comparativement au modèle multi-états initial, chaque état se subdivise en quatre ensembles homogènes. On définit donc chaque état par (PL, DL) soit 20 états au total. À titre illustratif, un sujet se situant dans le premier PL et le second DL serait classé dans l'état $(1, 2)$. Après reformulation des états, nous avons estimé les intensités de transition cumulées ainsi que les probabilités de transition entre chaque nouvel état.

2.6.3 Résultats

Pour simplifier les notations, il est noté PL_r^t le PL r à l'âge t.

2.6.3.1 Catégorisation longitudinale des performances

La figure 2.29 (A) représente la densité de performance à chaque âge de 10 à 30 ans. Chaque distribution a été scindée selon les quantiles de niveau 0.05, 0.1, 0.25 et 0.5. En interpolant linéairement les bornes supérieures des quantiles de chaque densité, on obtient les PL de 10 à 30 ans (figure 2.29 (B)).

2.6.3.2 Estimation empirique par une chaîne de Markov non homogène à temps discret

La figure 2.30 met en évidence les probabilités de transition d'atteindre PL 1 en fonction du PL de départ obtenu avec la chaîne de Markov non homogène à temps discret. Chaque

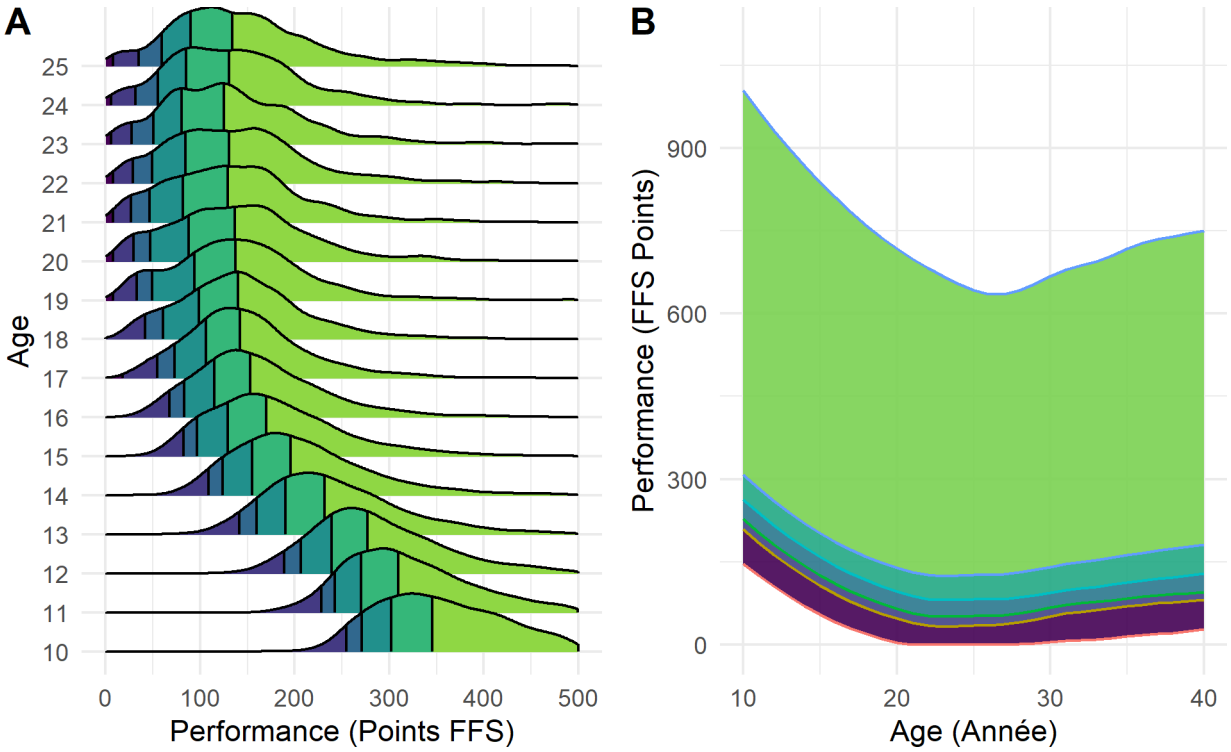

Figure 2.29: Densité de performance par âge (en colonnes) décomposée en quantiles d'ordre 0,05, 0,1, 0,25, 0,5, 1 (A) et quantiles âge par âge associés pour former les Performance Lanes (B)

ligne correspond à un PL de départ. Par exemple, la ligne violette représente la probabilité de $PL_1^{12\to24}$ (se situer au PL 1 entre 12 et 24 ans) si PL_1^{12} (PL 1 à 12 ans), tandis que la ligne jaune correspond à la probabilité $PL_1^{12\to24}$ (se situer au PL 1 entre 12 et 24 ans) sachant PL_5^{12} (PL 5 à 12 ans).

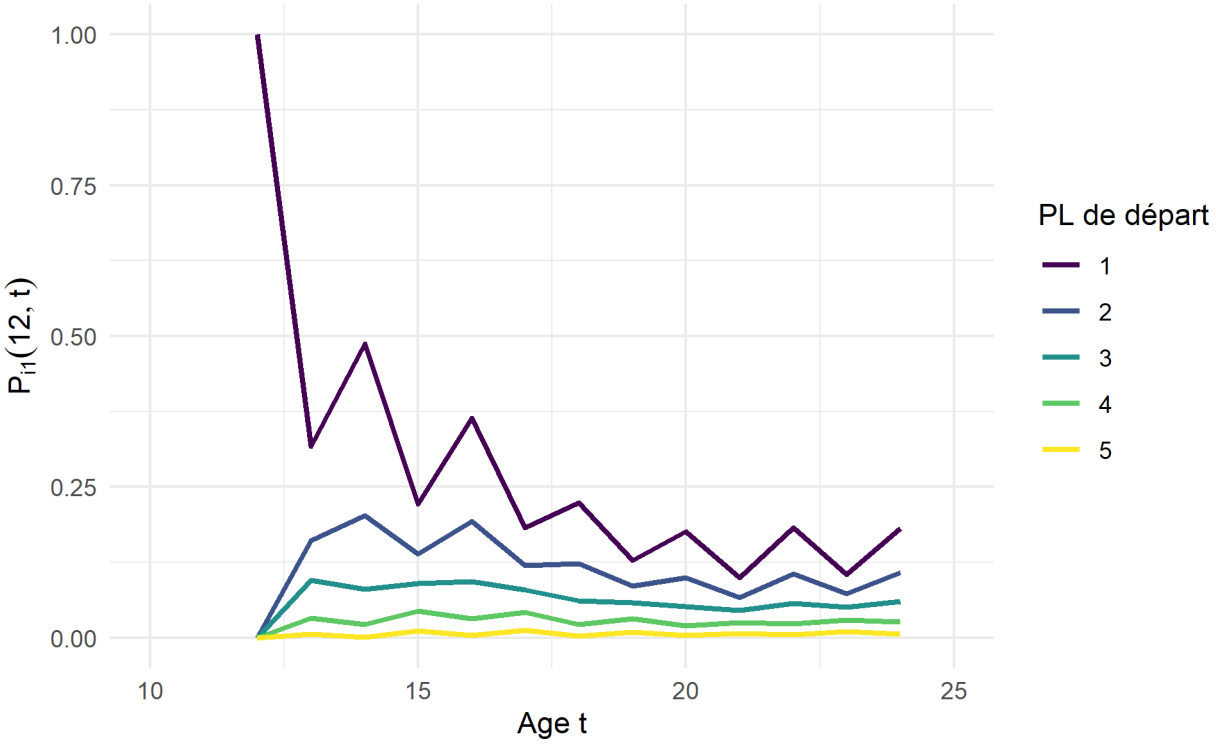

Figure 2.30: Estimation des probabilités d'être en PL_1 à 24 ans selon la PL de départ à 12 ans avec une chaîne de Markov inhomogène à temps discret

Estimation des risques cumulatifs spécifiques à la transition

Les risques cumulatifs spécifiques à la transition pour la transition du PL_1 au PL_2 estimés avec les modèles multi-états sont illustrés sur la figure 2.31.

Les risques cumulés spécifiques à la transition pour toutes les transitions sont présents dans la figure 2.32.

La distribution de Gompertz approche le mieux les intensités de transition de manière globale (AIC = 115 695) suivi de la distribution log-normale (AIC = 116 096), la distribution de Weibull (AIC = 116 370), la distribution Gamma (AIC = 116 400) et distribution exponentielle (AIC = 117 061) (table 2.7). Certaines intensités de transitions sont cependant mieux approximées par différentes distributions. Par exemple, la transition 1-2 est mieux approchée par une distribution Gamma tandis que la transition 2-1 est mieux approchée par une distribution log-normale. La table 2.7 présente l'ensemble des distributions retenues pour le modèle

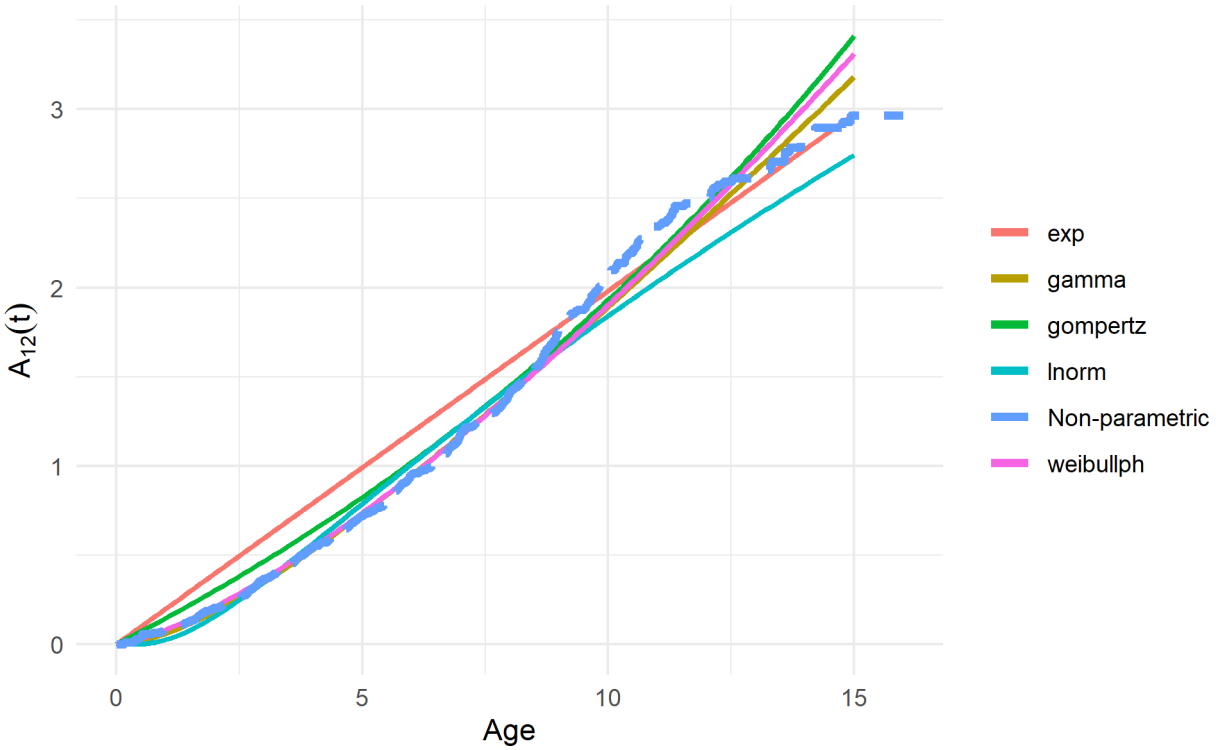

Figure 2.31: Estimations des intensités de transition cumulées pour la transition de PL_1 à PL_2 par les distributions exponentielle, gamma, gompertz, log-normale, weibull et non-paramétriques.

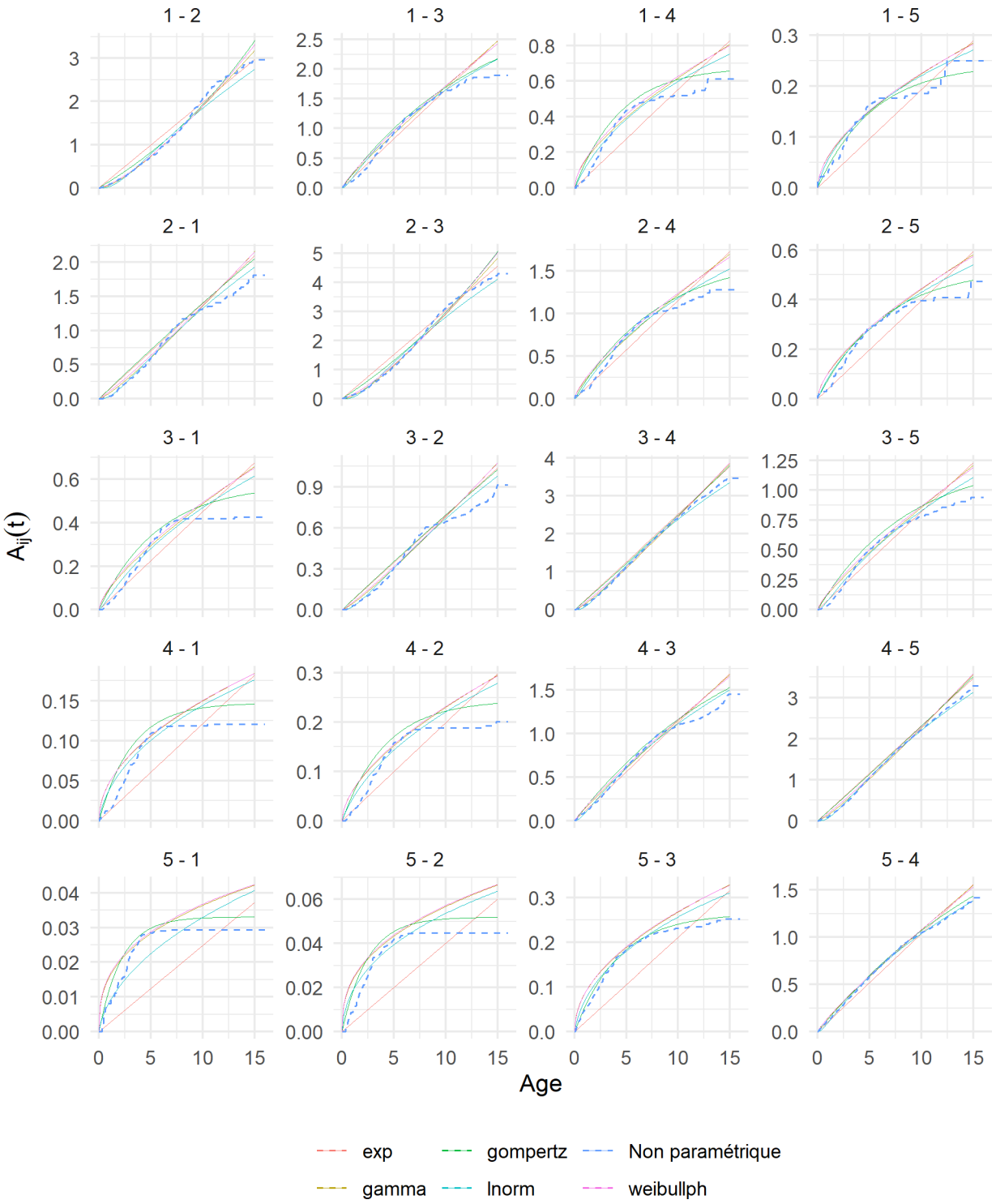

Figure 2.32: Estimation des risques cumulatifs pour des transitions spécifiques via les modèles multi-états

Table 2.7: Qualité de chaque modèle spécifique à la transition et du modèle global (critère AIC). La distribution qui correspond le mieux à chaque transition est indiquée dans la colonne de droite

	AIC					
	Exp	Gamma	Gompertz	Lnorm	Weibull	
Transition						
1 - 2	**3435.12**	**3396.22**	**3413.69**	**3432.78**	**3397.72**	gamma
1 - 3	**3067.96**	**3066.38**	**3038.22**	**3057.56**	**3061.33**	gompertz
1 - 4	**1420.28**	**1400.62**	**1356.8**	**1378.63**	**1394.7**	gompertz
1 - 5	**634.52**	**624.88**	**617.66**	**621.85**	**624.16**	gompertz
2 - 1	**2861.3**	**2856.43**	**2862.79**	**2836.42**	**2860.36**	lnorm
2 - 3	**4607.63**	**4551.66**	**4589.44**	**4622.43**	**4559.37**	gamma
2 - 4	**2511.11**	**2499.56**	**2456.74**	**2474.17**	**2491.31**	gompertz
2 - 5	**1159.39**	**1147.59**	**1132.18**	**1139.91**	**1145.41**	gompertz
3 - 1	**3836.72**	**3811.86**	**3711.42**	**3760.69**	**3801.74**	gompertz
3 - 2	**5302.59**	**5295.53**	**5303.88**	**5268.29**	**5299.8**	lnorm
3 - 4	**12416.63**	**12385.46**	**12419.03**	**12408.82**	**12400.66**	gamma
3 - 5	**5957.26**	**5943.03**	**5863**	**5865.87**	**5930.34**	gompertz
4 - 1	**2335.76**	**2281.48**	**2192.89**	**2264.17**	**2278.29**	gompertz
4 - 2	**3469.17**	**3421.52**	**3320.98**	**3389.81**	**3415.39**	gompertz
4 - 3	**12669**	**12663.82**	**12604.23**	**12599.28**	**12653.72**	lnorm
4 - 5	**20219.03**	**20171.23**	**20221.79**	**20156.82**	**20196.02**	lnorm
5 - 1	**1120.72**	**1077.55**	**1026.83**	**1079.78**	**1077.2**	gompertz
5 - 2	**1682.66**	**1624.02**	**1554.13**	**1617.21**	**1623.21**	gompertz
5 - 3	**6600.63**	**6450.49**	**6323.64**	**6405.84**	**6439.54**	gompertz
5 - 4	**21753.52**	**21731.02**	**21685.44**	**21715.22**	**21719.72**	gompertz
Qualité						
Global	**117061**	**116400.35**	**115694.78**	**116095.55**	**116369.99**	gompertz

hybride, catégorisées selon la nature de la transition.

Les intensités des transitions vers un PL voisin (1 vers 2 par exemple) sont supérieures aux intensités des transitions vers un PL distant (1 vers 5 par exemple) (figure 2.32).

A noter que plus les PL sont proches, plus la probabilité d'obtenir un risque constant est élevée (figure 2.32 (ligne droite)). Inversement, en présence de PL distants, le risque manifeste une tendance décroissante.

2.6.4 Estimation de la matrice de transition

Nous montrons les résultats pour le modèle paramétrique hybride, en sélectionnant la distribution résultant du critère AIC le plus faible pour chacune des transitions.

La figure 2.33 illustre les probabilités d'accéder au PL_1, en fonction du PL initiale à l'âge de 10 ans.

Les individus en PL_1 à 10 ans sont ceux qui ont la plus forte probabilité d'être en PL_1 à 20

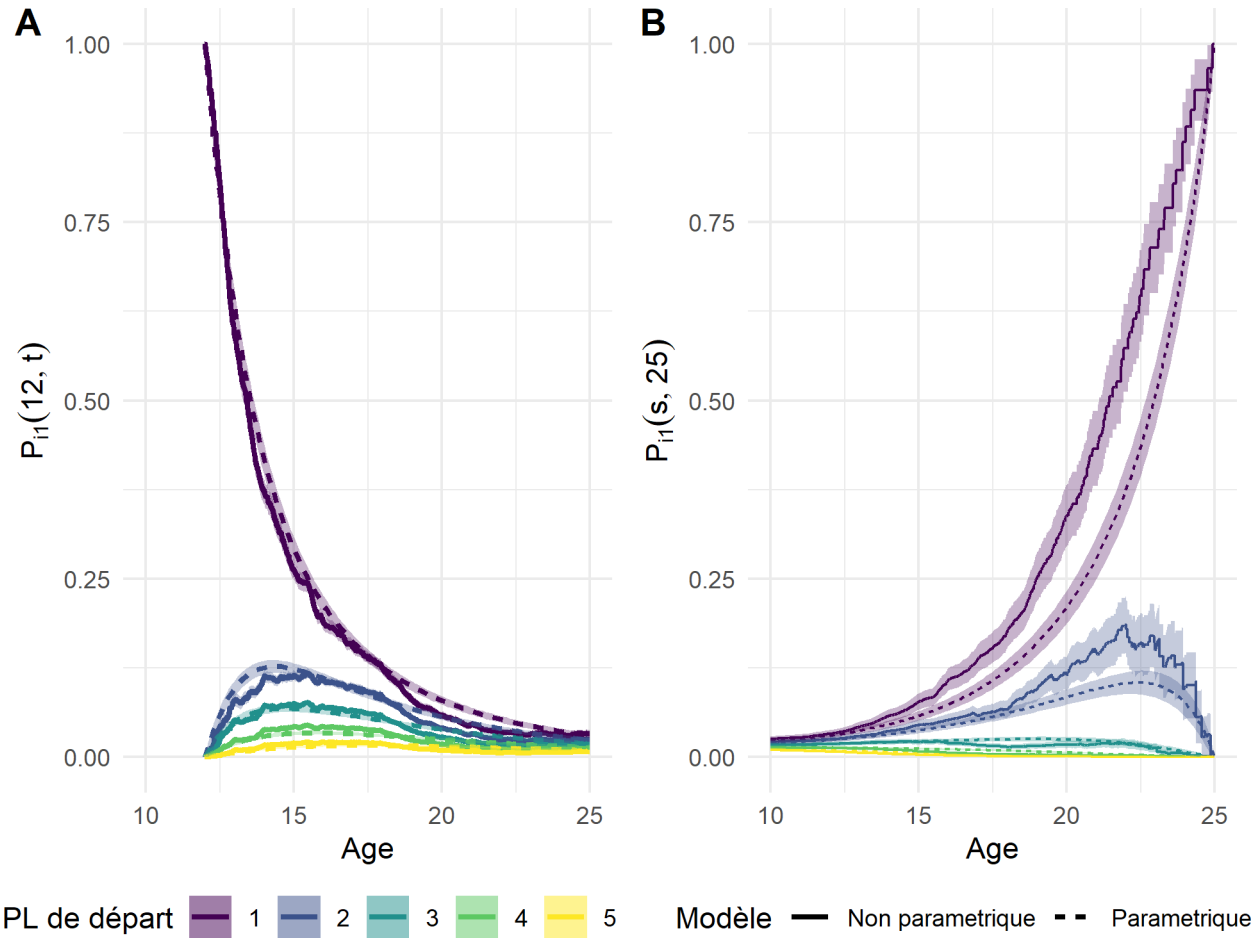

Figure 2.33: Estimation non paramétrique et paramétrique forward (A) du modèle multi-états des probabilités d'être en PL_1 selon le PL de départ à 12 ans et backward (B) des probabilités d'être en PL_1 à 25 ans selon le PL de départ de 10 à 25 ans

ans (table 2.8) mais les différences entre PL_1^{10} et PL_5^{10} sont de 3,15% (5,19 ; 4,24 ; 3,54 ; 2,88 ; 2,04% pour un PL de 1 à 5 respectivement). En fixant l'entrée PL à 15 ans, les individus dans PL_1^{15} sont plus susceptibles d'être présents dans PL_1 à 20 ans ; les probabilités sont plus hétérogènes : 13,52 ; 7,8 ; 4,14 ; 1,97 ; 0,86% (cf table 2.9). Si nous fixons le PL à 18 ans, les individus en PL_1^{18} ont plus de 50 % de chances d'être présents en PL_1 à 20 ans. À l'inverse, les individus en PL_5^{18} ont moins de 5 % de chances d'être en PL_1 deux ans plus tard et 85% de chances de rester en PL_5 (cf table 2.10).

Table 2.8: Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 15, 20 et 25 ans selon le PL de départ à 10 ans

PL de fin	Probabilité à 15 ans	Probabilité à 20 ans	Probabilité à 25 ans
Départ PL 1			
1	0.15	0.05	0.02
2	0.10	0.06	0.03
3	0.22	0.16	0.11
4	0.24	0.28	0.29
5	0.29	0.46	0.55
Départ PL 2			
1	0.09	0.04	0.02
2	0.11	0.05	0.03
3	0.21	0.15	0.11
4	0.25	0.28	0.29
5	0.33	0.48	0.56
Départ PL 3			
1	0.07	0.04	0.02
2	0.07	0.04	0.02
3	0.23	0.14	0.10
4	0.26	0.28	0.28
5	0.37	0.51	0.58
Départ PL 4			
1	0.05	0.03	0.01
2	0.05	0.03	0.02
3	0.17	0.12	0.09
4	0.31	0.27	0.28
5	0.42	0.54	0.59
Départ PL 5			
1	0.03	0.02	0.01
2	0.03	0.03	0.02
3	0.11	0.10	0.08
4	0.22	0.25	0.27
5	0.61	0.60	0.62

Table 2.9: Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 15, 20 et 25 ans selon le PL de départ à 14 ans

PL de fin	Probabilité à 15 ans	Probabilité à 20 ans	Probabilité à 25 ans
Départ PL 1			
1	0.64	0.14	0.05
2	0.13	0.12	0.05
3	0.14	0.23	0.16
4	0.06	0.26	0.31
5	0.03	0.26	0.43
Départ PL 2			
1	0.10	0.08	0.03
2	0.54	0.09	0.04
3	0.20	0.22	0.14
4	0.10	0.28	0.31
5	0.05	0.32	0.48
Départ PL 3			
1	0.04	0.04	0.02
2	0.05	0.05	0.03
3	0.64	0.20	0.12
4	0.18	0.31	0.30
5	0.09	0.40	0.53
Départ PL 4			
1	0.01	0.02	0.01
2	0.02	0.03	0.02
3	0.09	0.12	0.09
4	0.68	0.31	0.28
5	0.21	0.52	0.59
Départ PL 5			
1	0.00	0.01	0.01
2	0.00	0.01	0.01
3	0.02	0.07	0.07
4	0.09	0.22	0.25
5	0.88	0.69	0.66

Table 2.10: Probabilités et représentation graphique dans [0;1] d'être dans chaque PL à 20 et 25 ans selon le PL de départ à 18 ans

PL de fin	Probabilité à 20 ans	Probabilité à 25 ans
Départ PL 1		
1	0.48	0.12
2	0.20	0.12
3	0.20	0.25
4	0.09	0.28
5	0.04	0.23
Départ PL 2		
1	0.12	0.06
2	0.34	0.08
3	0.31	0.22
4	0.16	0.32
5	0.07	0.31
Départ PL 3		
1	0.03	0.02
2	0.06	0.04
3	0.48	0.18
4	0.30	0.35
5	0.14	0.40
Départ PL 4		
1	0.01	0.01
2	0.01	0.02
3	0.10	0.10
4	0.58	0.33
5	0.30	0.54
Départ PL 5		
1	0.00	0.00
2	0.00	0.01
3	0.02	0.05
4	0.13	0.22
5	0.85	0.72

La figure 2.33 (B) dépeint les probabilités calculées selon la méthode *backward*, en fixant la valeur de PL_1^{25}. Plus l'individu est proche de 25 ans en PL_1, plus la probabilité d'être en PL_1 à 25 ans est grande.

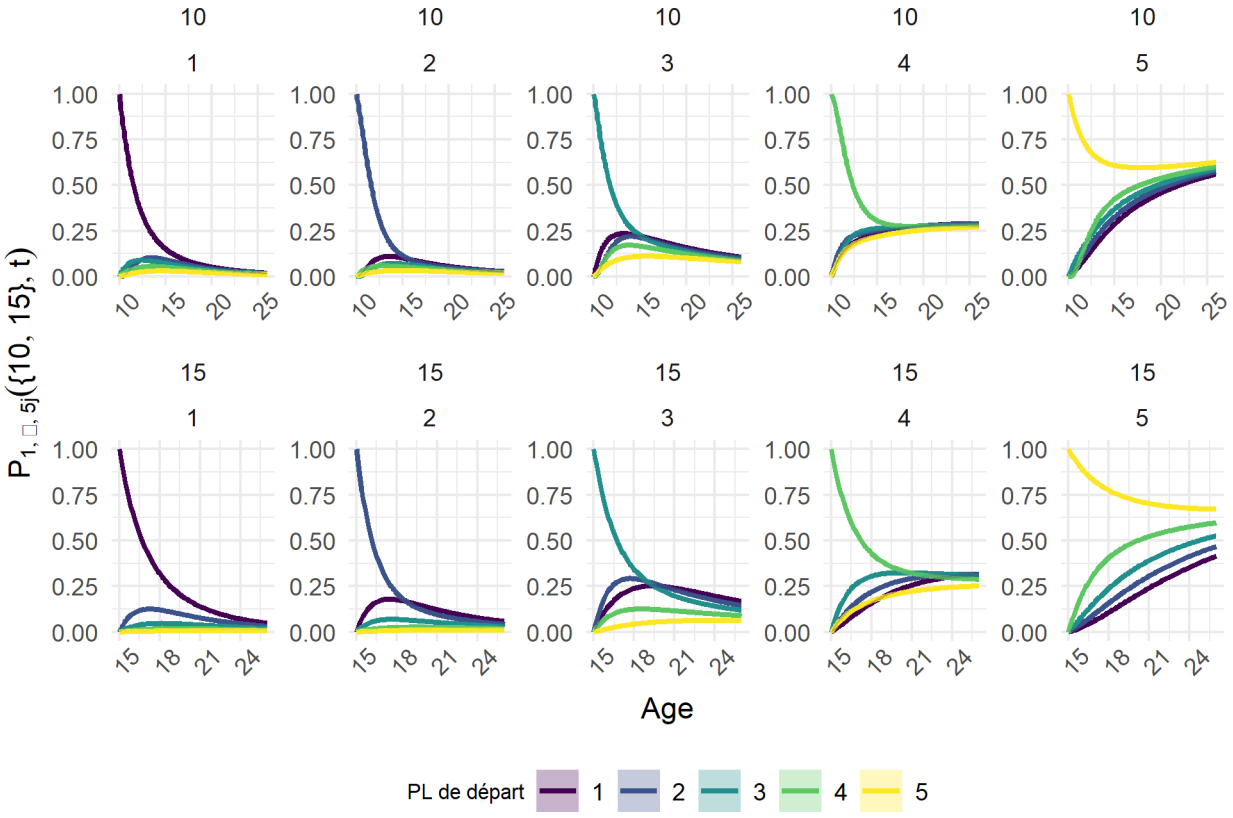

Figure 2.34: Probabilités d'être dans le PL 1 à 5 (de gauche à droite) à 25 ans selon le PL à 10 ans (en haut) et à 15 ans (en bas)

Discrétisation des états par niveau de progression

La figure 2.35 montre la probabilité d'atteindre le PL_1 en fixant à 12 ans PL_1 et DL_4 (état (1,4) en rouge) et à PL_2 et DL_1 (en bleu) en utilisant le modèle multi-états non paramétrique. La probabilité d'appartenir au PL_1 est plus élevée au début pour les skieurs qui commencent à l'état (1,4) puis s'inverse et devient plus élevée pour les skieurs qui commencent à l'état (2,1) à l'âge de 15,54 ans. À 19 ans, la probabilité d'atteindre PL_1 est de 8,62 % si on est dans l'état (1,4) à 12 ans. La probabilité est de 14,46 % sachant l'état (2,1) à l'âge de 12 ans.

La figure 2.36 détaille l'ensemble des probabilités discrétisées par DL pour chaque PL donné.

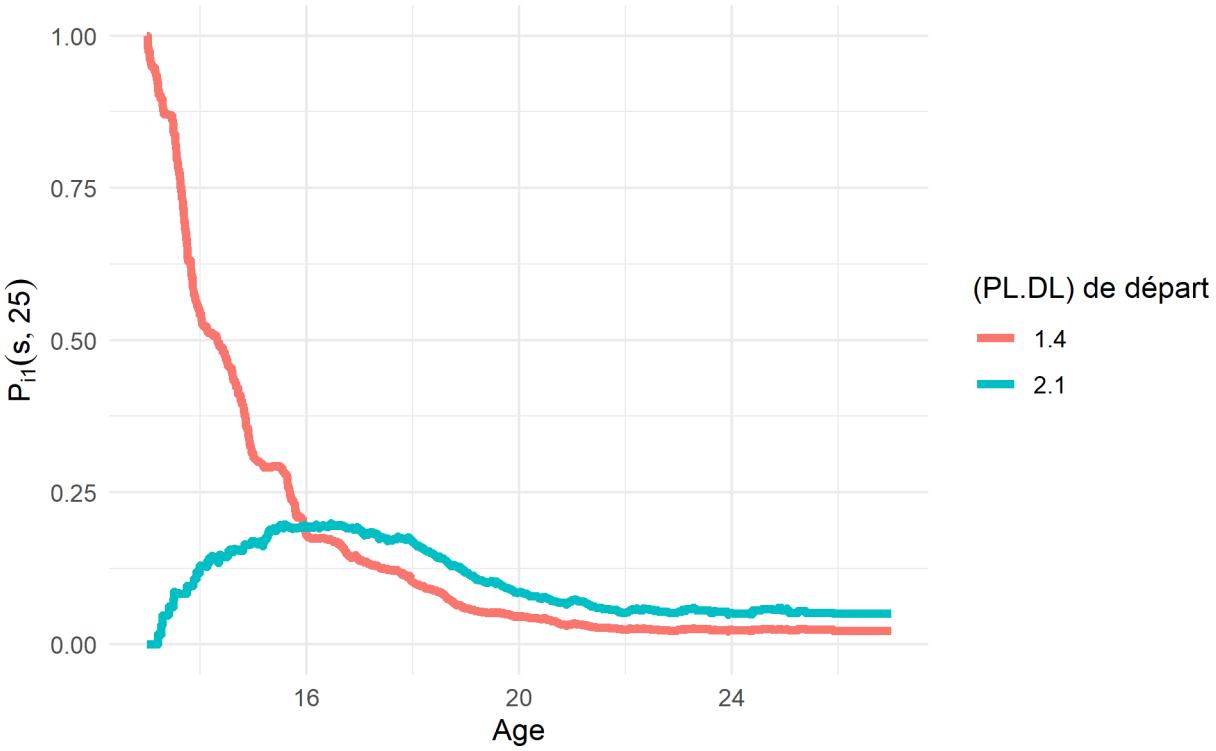

Figure 2.35: Estimation des probabilités d'atteindre PL_1 de 13 à 25 ans en partant à 13 ans du PL_1 et DL_4 (rouge) et du PL_2 et DL_1 (bleu)

2.6.5 Ajout de co-variables dans le modèle

Après avoir discrétisé les états en ajoutant une autre variable dépendante du temps dans le modèle non paramétrique, nous allons étudier l'influence de l'environnement par l'intermédiaire du niveau du club sur les performances futures. Pour cela, nous considérons un *"modèle à risques proportionnels"* où les covariables ont des effets différents sur les transitions [130].

Le modèle que nous considérons dans cette section est un *modèle de Cox* spécifique à la transition :

$$\alpha_{rj}(t \mid \mathbf{Z}) = \alpha_{rj,0}(t) \exp\left(\boldsymbol{\beta}^\top \mathbf{Z}_{rj}\right) \tag{2.37}$$

où r, j indique une transition du PL r au PL j, $\alpha_{rj,0}(t)$ est le risque de base pour chaque transition, Z est le vecteur de co-variable et Z_{rj} est le vecteur de transition spécifique à la co-variable. Ce modèle spécifie différents effets de co-variable pour les transitions, ainsi que des risques de transition de base distincts.

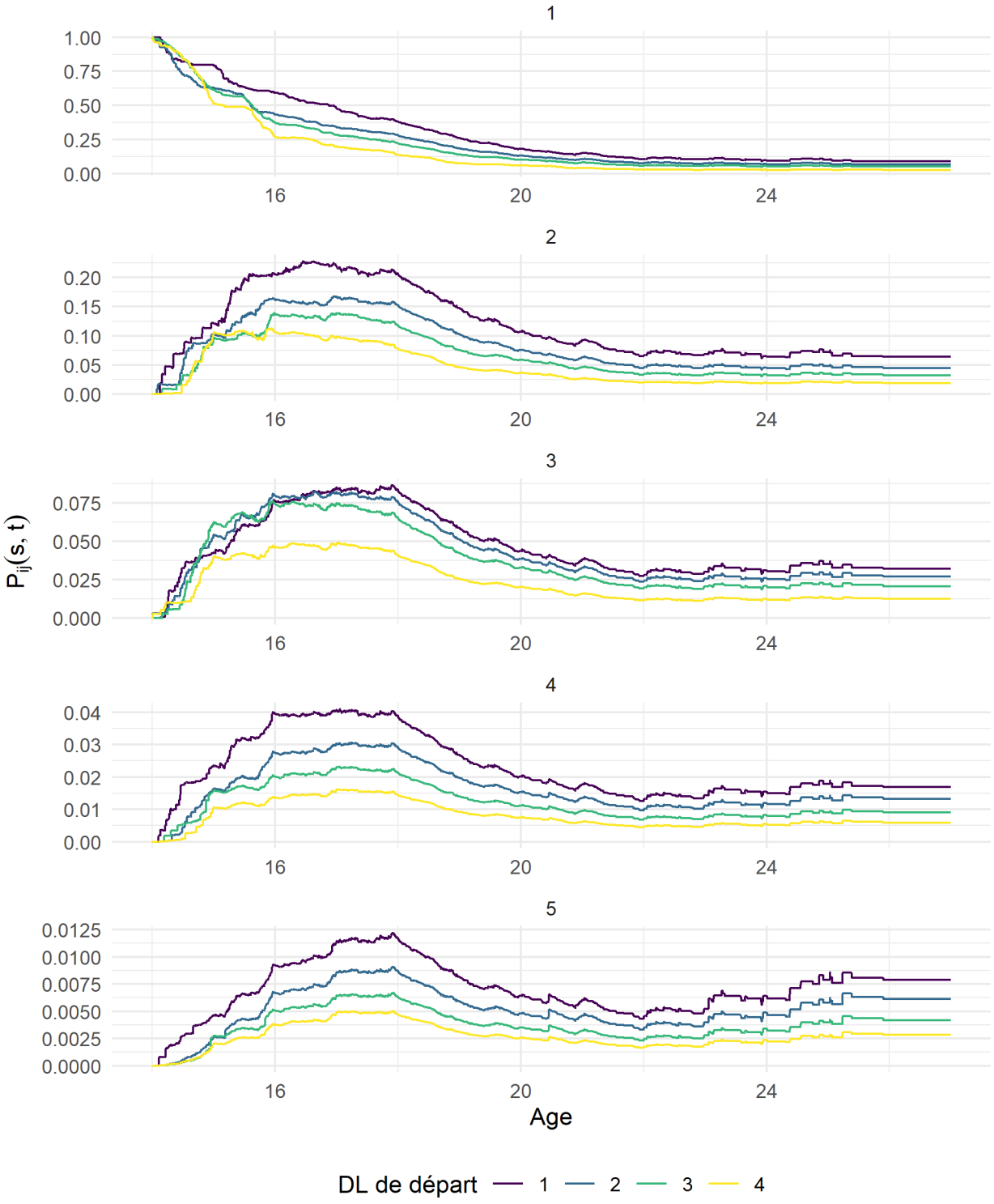

Figure 2.36: Probabilités d'atteindre PL_1 dans le temps si on part de chaque PL (de haut en bas de 1 à 5) selon le DL (chaque ligne représente un DL de départ)

2.6.5.1 *Etude ancillaire : Calcul du niveau du club*

Nous souhaitons utiliser une co-variable représentant le niveau du club, en prenant en compte à la fois le niveau des skieurs présents dans le club mais également l'effectif.

Première approche On note

$$\text{Pts}(C) = \sum_{i=1}^{n_C} \frac{\text{card}(P)}{\text{Rang}(P_c(i))} \tag{2.38}$$

le nombre de point du club C, avec :

n_C : nombre de skieurs ayant réalisé au moins une performance avec le club C ;

P : l'ensemble des meilleures performances par skieur par club ;

P_c : l'ensemble des meilleures performances par skieur du club C ;

$P_c(i)$: La meilleure performance du $i^{ème}$ skieur du club C ;

$Rang(P_c(i))$: le rang national de la meilleure performance du $i^{ème}$ skieur du club C.

Comme le montre la figure 2.37, les points rapportés sont très influencés par le rang, ce qui donne une forte importance du niveau des skieurs par rapport à la taille de l'effectif.

Deuxième approche Dans cette deuxième approche, on définit un autre système de point Pts du club C :

$$\text{Pts}(C) = \sum_{i=1}^{n_C} \log\left(\frac{\text{card}(P)}{\text{Rang}(P_C(i))}\right). \tag{2.39}$$

En se référant à la figure 2.38, on remarque que les points rapportés sont moins influencés par le rang qu'avec la première méthode, et donne plus d'importance à l'effectif. Cette méthode a été privilégiée pour estimer la co-variable représentant le niveau d'excellence du club.

2.6.5.2 Ajout de la co-variable dans le modèle

Nous catégorisons le niveau du club en découpant la distribution des classements de clubs obtenus avec la variable expliquée dans la partie précédente en trois groupes d'effectifs égaux, soit trois niveaux de club N_1,N_2 et N_3.

Les *odds ratios* des transitions vers un PL supérieur (A) et vers un PL inférieur (B) selon le niveau de club N_2 et N_3 par rapport au niveau N_1 sont présentés dans la figure 2.39. On

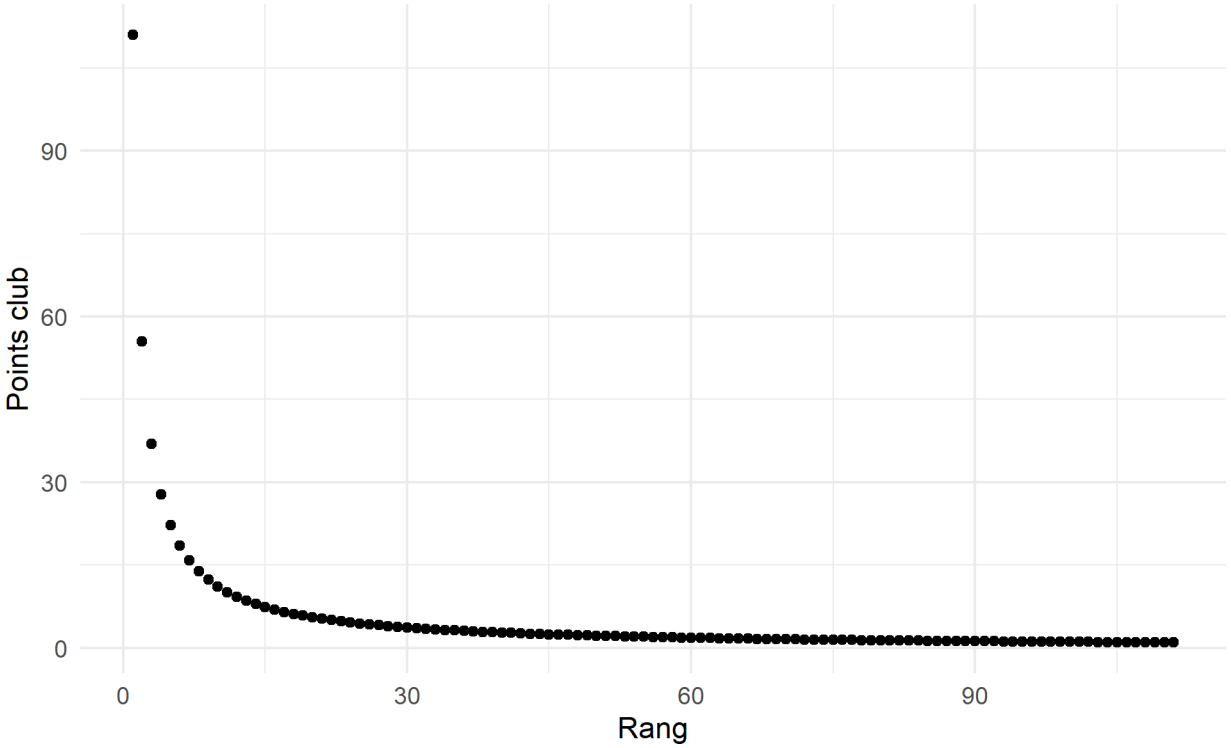

Figure 2.37: Points rapportés selon le rang avec la première approche classement club (équation (2.38))

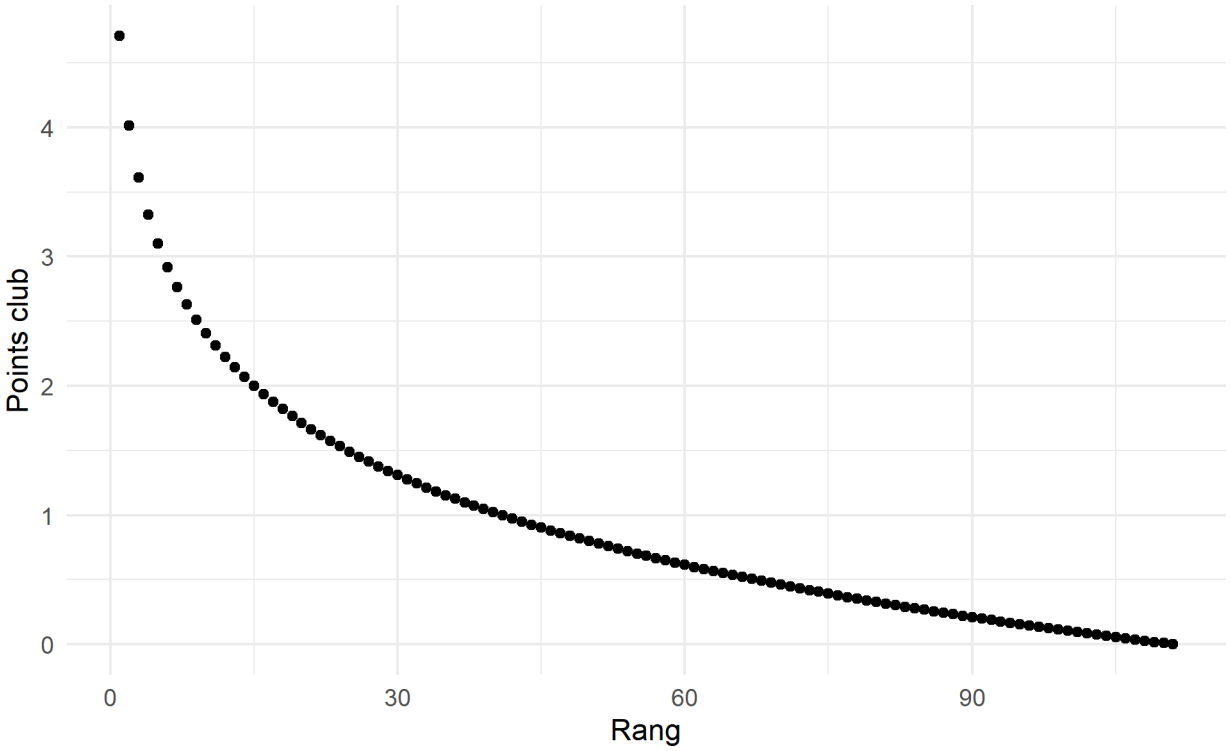

Figure 2.38: Points rapportés selon le rang avec la deuxième approche classement club (équation (2.39))

observe que le rapport de cotes présente une forte corrélation avec le niveau du club. Pour les transitions vers le PL supérieur, les chances sont plus grandes lorsque l'on fait partie d'un club de niveau N_2 puis N_3 par rapport au niveau N_1 respectivement. A l'inverse, les transitions vers un PL inférieur sont systématiquement plus faibles lorsque l'on fait partie d'un club N_2 puis N_3 par rapport au niveau N_1 respectivement.

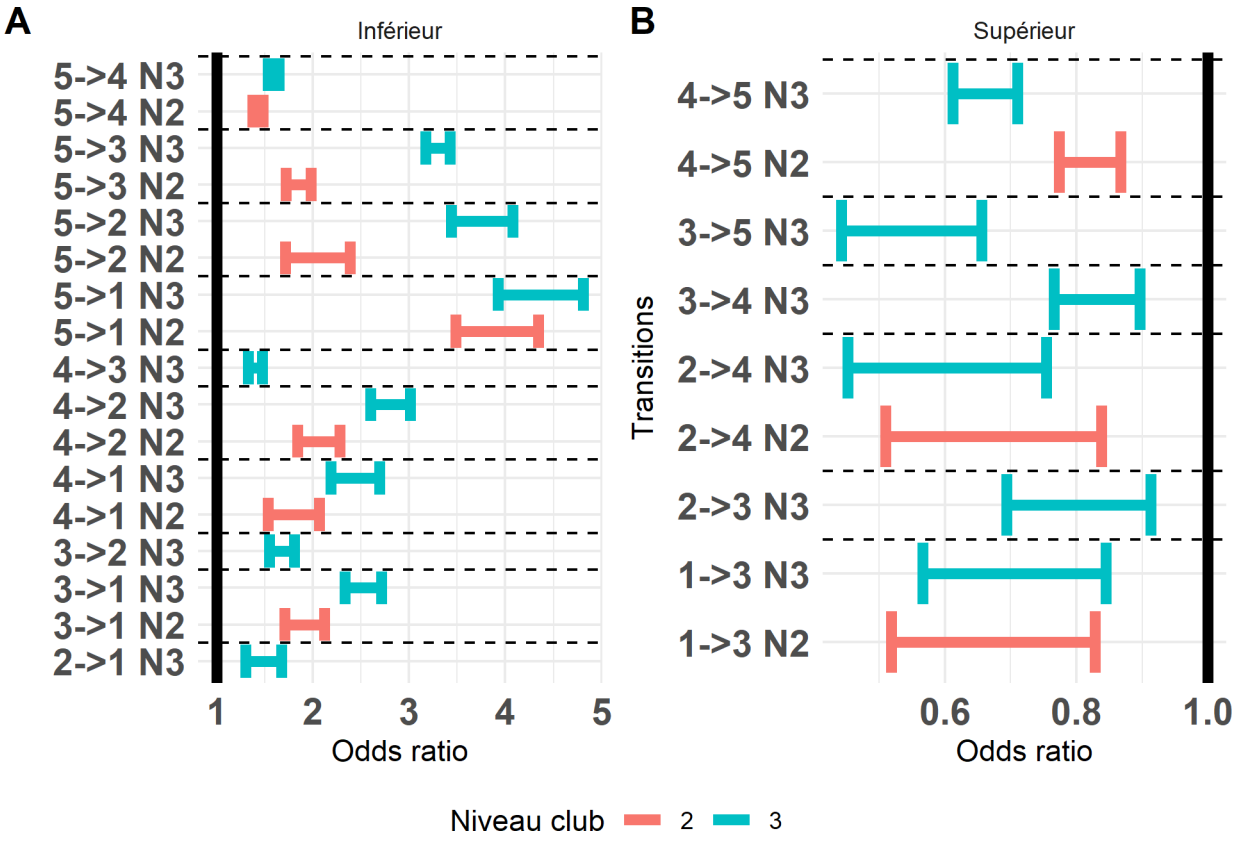

Figure 2.39: Odds ratio des différentes transitions vers un PL superieur (A) et vers un PL inferieur (B) selon le niveau de club N_2 et N_3 par rapport à la référence N_1

Le niveau du club, caractérisé par sa taille et la performance de ses skieurs, est donc associé aux transitions entre les niveaux de performance. Être licencié dans un club classé de niveau supérieur augmente les chances de transiter vers un PL supérieur, tandis qu'être licencié dans un club classé de niveau inférieur augmente les chances de transiter vers un PL inférieur.

2.6.6 Conclusion

2.6.6.1 Interprétation des fonctions de risques cumulés

En sélectionnant le modèle optimal selon le critère AIC dans le modèle multi-état paramétrique, il est possible de comprendre l'évolution des mécanismes de progression et de régression de performance.

La distribution exponentielle suppose un risque constant dans le temps [126,127] mais cette distribution n'a jamais été choisie via le critère AIC pour modéliser le risque cumulé d'une transition. Ainsi, le modèle paramétrique hybride a montré que l'intensité de transition d'un PL à un autre n'est pas constante dans le temps.

La distribution Gamma a été retenue pour les transitions vers le PL voisin inférieur ($1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$). Le coefficient de forme a tel que $a > 1$ admet une augmentation du risque de cette transition à mesure que le temps avance. A l'inverse, la distribution log-normale a été retenue pour les transitions vers le PL voisin supérieur ($2 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 3$). Cela indique que le risque d'ascension vers un PL voisin augmente à un âge plus jeune, puis diminue avec le temps. Le risque associé à d'autres types de transitions a été évalué en se basant sur la distribution de Gompertz. Les paramètres a négatifs pour toutes ces distributions indiquent que le risque diminue pour ces transitions avec l'âge.

2.6.6.2 Probabilités de transition

Le modèle développé permet de comprendre les mécanismes de transitions entre niveaux et permet l'estimation du niveau de performance future en fonction du niveau actuel. L'estimation des performances dans la plupart des études se concentre sur une analyse rétrospective des individus les plus performants à l'âge adulte [11,131] ou une analyse prospective des jeunes les plus performants [132]. Notre modèle de survie, basé sur les transitions, permet d'estimer les performances futures avec tous les individus ayant réalisé une compétition de ski alpin.

Nous montrons que le niveau de performance aux jeunes âges est peu déterminant pour le niveau futur et le devient de plus en plus au fur et à mesure des âges. Par exemple, les différences pour atteindre le PL_1 à 25 sont 3.01%, 2.39%, 1.83%, 1.31%, 0.91% en partant du PL 1,2,3,4 et 5 à 12 ans respectivement. Donc les PL 2,3,4 et 5 ont 0.63%, 1.19%, 1.7%, 2.1% moins de chance que PL_1 respectivement. Le niveau de performance devient plus déterminant avec l'âge, car les probabilités d'atteindre le PL_1 à 25 ans sont 5.77%, 3.73%, 2.17%, 1.14%, 0.57% à 15 ans et 12.24%, 6.15%, 2.47%, 0.88%, 0.28% à 18 ans (pour les PL 1,2,3,4 et 5 respectivement). Les résultats obtenus concordent avec celles rapportées dans la littérature. Une méta-analyse menée par [13] a examiné les liens entre les performances des athlètes juniors et seniors. Cette analyse a couvert des études longitudinales, réalisées entre 2006 et 2021, qui mesuraient ces performances à différents âges. Les résultats montrent que, bien que l'impact varie selon l'âge junior considéré, les corrélations restent généralement faibles. En moyenne, le coefficient de corrélation entre les performances juniors et seniors est de 0.148. Comme nous l'avons également observé, plus l'athlète est jeune dans la catégorie junior, plus la corrélation entre ses performances junior et senior tend à

être faible. Une distinction majeure est que toutes les études de cette méta-analyse étaient rétrospectives, tandis que notre approche prend en compte les individus ayant arrêté leur carrière, les considérant comme perdus de vue. De plus, cette méta-analyse ne pointe aucun autre facteur influençant la performance à l'âge adulte, comme **le taux de progression**. En effet, nous identifions que les individus en PL_1 mais en DL_4 à l'âge de 12 ans ont un 3.25% de chances d'atteindre PL_1 à 25 ans, contre 4.67% pour les individus en PL_2 mais en DL_1 à l'âge de 12 ans.

Cette étude est donc la première à étudier précisément les performances futures en sport selon le niveau de départ, et à montrer que le taux de progression et le moment de son pic, précoce ou tardif, est à prendre en compte dans les chances de performances futures.

2.6.6.3 Perspectives

Afin d'aborder l'individualisation des résultats, il serait intéressant d'ajouter des co-variables en fonction des caractéristiques de l'individu. Par exemple, ajouter la taille ou le poids de l'athlète comme co-variable permettrait, d'un point de vue pratique, de comparer l'estimation d'atteindre un certain niveau de performance de plusieurs athlètes possédant des paramètres anthropométriques différents. Il pourrait également être intéressant de conceptualiser les états différemment, par exemple en ajustant les quantiles caractérisant le PL, ou encore en ajoutant un état final de « fin de carrière » où l'individu ne concourt plus. Cela permettrait également de voir les chances de quitter la compétition en fonction du niveau et de la progression actuelle. À ce jour, ces données ont été traitées comme perdues de vue. De plus, le modèle développé dans cette étude pourrait être transposé à d'autres sports métriques, comme l'aviron ou l'haltérophilie, dans lesquels la relation âge-performance suit une distribution similaire [58,59]. Enfin, le modèle développé permet de comprendre l'évolution d'une performance représentative d'une capacité humaine. Au-delà du sport, il pourrait permettre d'étudier l'évolution de toutes les capacités pulmonaires, cardiovasculaires, rénales, neurologiques ou cognitives, variables inhérentes à la performance sportive. De plus, il s'intéresse à la phase de développement des capacités. Mais en se concentrant sur la performance lors de la phase de déclin de la relation âge-performance, le modèle pourrait être utile pour modéliser la dégradation des capacités par l'étude des transitions entre différents niveaux de performance physiologique.

2.6.7 Résumé

Nous avons proposé un modèle d'estimation du potentiel de performance individuelle en ski alpin français à partir des performances actuelles, puis catégorisé les performances

longitudinalement pour créer des **couloirs de performance** (Performance Lanes). Les probabilités futures d'accession aux différents niveaux à partir du niveau de départ ont été estimées avec une chaîne de Markov inhomogène dans le temps, puis par modèle multi-états Markovien inhomogène en temps continu (variante non paramétrique et paramétrique) modélisant de plusieurs manières les intensités des transitions. De plus, nous avons inclus la progression individuelle (classée comme DL) et le niveau du club dans le modèle multi-états non paramétrique pour identifier l'impact de la progression et de certains paramètres de l'environnement sportif sur les probabilités futures de PL. Nous avons mis en évidence que la dynamique est déterminante dans la performance future. Enfin, le niveau de club, déterminé par le niveau et l'effectif des athlètes qui le compose, est en partie lié à la progression ou à la régression de la performance individuelle.

2.6.8 Transition : de l'estimation vers l'optimisation du potentiel

La vision au long terme de la performance a permis de montrer l'importance de la dynamique pour l'estimation du potentiel sportif. En jugeant une performance à un instant t, une partie de l'information n'est pas prise en compte. La partie dynamique de la performance permet donc de diminuer l'incertitude concernant l'estimation du potentiel. Une meilleure vision au long terme permet donc d'identifier et de détecter plus précisément les jeunes talents, pour optimiser à terme celui-ci, en maximisant la relation âge-performance individuelle. Les effets bénéfiques ou les effets indésirables qui respectivement maintiennent ou limitent l'évolution des performances peuvent être étudiés. Une meilleure connaissance des optima, compatibles ou nécessaires à une bonne santé, a par exemple été identifié comme un facteur optimisant des capacités de performance (figure 2.40).

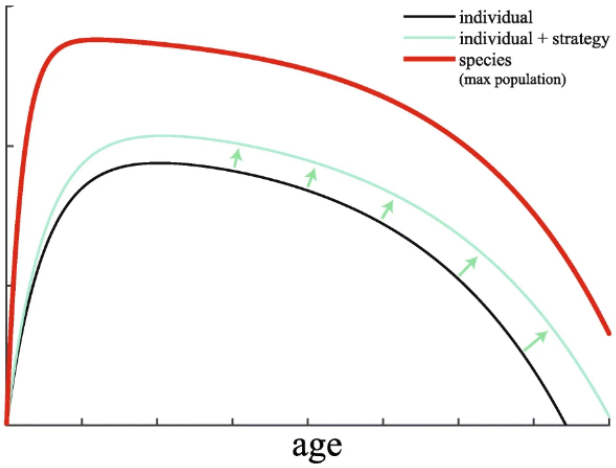

Figure 2.40: Figure illustrant l'impact d'une stratégie d'optimisation sur la courbe de Moore [133]

Chapitre 3

La dynamique de charge au cœur de l'optimisation de la performance

Passer d'une analyse de la performance en ski à grande échelle, basée sur une perspective de vie entière, à une analyse à échelle moyenne centrée sur une saison, constitue un tournant majeur dans l'étude du potentiel sportif en ski. Alors que la première partie de la thèse a mis en lumière les facteurs qui influencent la performance sur le long terme, en examinant la trajectoire d'un athlète tout au long de sa carrière, la seconde partie se penche sur la dynamique plus immédiate et saisonnière de la performance sportive. L'étude [134] a montré l'importance de prendre en compte la dynamique à moyen terme dans un cadre plus long-termiste, établissant un lien entre la vitesse de croissance de développement des individus et la survenue de blessure. Ce changement de perspective est crucial pour une compréhension holistique du développement sportif en ski. Dans la suite de notre travail, nous explorerons en détail cette transition, en mettant en évidence l'importance de la dynamique de performance à moyen terme par l'analyse de la charge de travail, regroupant entrainement et compétition. Plusieurs méthodes permettent d'ajuster l'environnement afin d'optimiser ce potentiel et de répondre aux questions suivantes :

- *Comment estimer l'état de fatigue individuelle à partir d'une évolution de charge de travail ?* L'état de fatigue possède un lien très étroit avec la performance, directement ou indirectement. Nous estimerons un état de forme à partir de la charge de travail quotidienne des athlètes, englobant entraînements et compétitions.

- *Quels seuils identifier à partir de variable physiologique ?* Pour adapter et programmer les séances d'entraînement, certains seuils physiologiques sont identifiés à partir de tests en laboratoire. Un modèle statistique sera élaboré afin d'identifier des seuils en se basant sur ces variables physiologiques pertinentes.

3.1 Etat de l'art : une histoire d'adaptation

3.1.1 Qu'est-ce que la charge de travail ?

Au regard des qualités d'adaptation de l'être humain, la gestion de la charge de travail est un concept indispensable lorsque l'on souhaite optimiser une performance, qu'elle soit sportive ou non [135]. L'entraînement vise à introduire un ou plusieurs stimuli en vue de favoriser une amélioration soutenue des performances. Ce processus repose sur les phases physiologiques que le corps subit en réponse à divers stimuli [136]. Le syndrome général d'adaptation (SAG) est l'un des premiers modèles théoriques permettant de modéliser le processus que traverse le corps lorsqu'il est exposé à tout type de stress, positif ou négatif. Il se décompose en trois étapes : alarme, résistance et épuisement [137]. La figure 3.1 illustre le modèle SAG qui se déroule en 3 phases [138]: La phase d'alarme qui correspond à l'ensemble des phénomènes généraux non spécifiques provoqués par l'exposition soudaine de l'organisme à un stress, auquel cet organisme n'est pas adapté. La phase de résistance, d'adaptation et d'endurance, qui regroupe l'ensemble des réactions non spécifiques provoquées par l'exposition prolongée de l'organisme à des stimuli, auxquels il s'est adapté au cours de la réaction d'alarme. La phase d'épuisement caractérise le moment où l'organisme cesse de pouvoir s'adapter au stimulus auquel il est soumis [139]. Dans le contexte sportif, la phase d'alarme correspond à la phase où le sportif est soumis au stimulus de compétition ou d'entrainement par exemple, la phase de résistance correspondant à la phase de récupération [140,141]. Afin d'optimiser ce processus, il est nécessaire de mesurer au mieux la charge de travail, à savoir le regroupement de la charge d'entraînement et de compétition. Il n'existe pas de définition universelle de la charge de travail, mais une suggestion serait **"la quantité de stress cumulée exercée sur un individu à partir de plusieurs séances d'entraînement et de jeu sur une période de temps"** [142].

3.1.2 La fatigue, variable déterminante dans l'optimisation de la performance

Selon l'International Civil Aviation Organization, la fatigue est définie comme "un **état** physiologique de capacité de performance mentale ou physique réduite résultant d'une perte

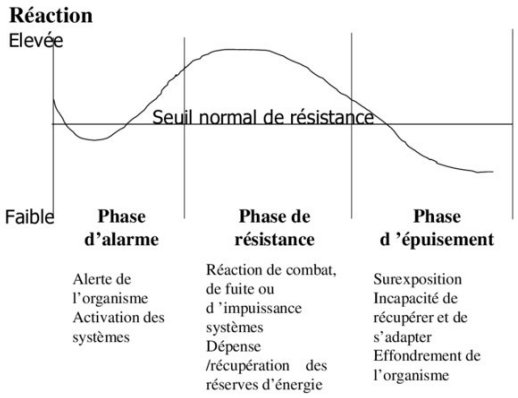

Figure 3.1: Syndrome général d'adaptation (SAG)

de sommeil ou d'un éveil prolongé, d'une phase circadienne ou d'**une charge de travail** (activité mentale et/ou physique) qui peut nuire à la vigilance d'un membre d'équipage et à sa capacité à piloter un aéronef en toute sécurité ou à effectuer des tâches liées à la sécurité" [143]. On perçoit dans cette définition l'aspect à la fois complexe [144], multi-factoriel [145] et difficilement quantifiable de la fatigue. Dans le domaine sportif, la fatigue signifie souvent une réduction de la capacité musculaire et cognitive à générer de la force ou de la puissance [146] induisant une perte de performance [147,148]. Elle peut être catégorisée en tant que symptôme [149] qui ne peut être mesurée que par auto-déclaration, quantifiée comme une caractéristique de trait ou une variable d'état. L'échelle de Borg, basée sur une échelle subjective, fut l'une des premières méthodes pour mesurer cette fatigue [150].

En ski alpin, la fatigue peut par exemple se traduire par des erreurs d'actions associées à un risque plus élevé d'accidents et de blessures [151]. Plusieurs études ont également montré que la fatigue pouvait engendrer des perturbations au niveau des paramètres physiologiques tels que la fréquence cardiaque, les taux de lactatémie [152,153] ou les modifications de force [154] ou d'activité musculaire [154–156]. A contrario, l'enchaînement de quatre courses répétées à l'entraînement peut, avec un stimulus trop faible, ne pas générer d'altération neuro-musculaire mesurable [157] et donc ne pas produire d'effet sur la performance. C'est pourtant ce stress que les sportifs cherchent paradoxalement à générer pour créer des conditions d'adaptation et améliorer leur performance à long terme, malgré une baisse à court terme.

Il est donc indispensable de s'intéresser à la gestion de la charge de travail pour l'optimisation de la performance au risque de tendre vers le surmenage ou le surentraînement [158]. On parle de surmenage lors d'une accumulation de stress d'entraînement et/ou de non-entraînement provoquant une diminution à court terme de la capacité de performance. Cette baisse est associée à une mauvaise adaptation dans laquelle la restauration de la capacité de performance

peut prendre de plusieurs jours à plusieurs semaines.

Pour le sur-entraînement, il s'agit d'une accumulation de stress d'entraînement générant une diminution à long terme de la capacité de performance qui peut durer plusieurs semaines ou mois [159]. Nos travaux ont démontré une corrélation entre la charge d'entraînement, la discipline sportive et les patterns de sommeil [12]. Sur 128 athlètes adolescents de haut niveau pratiquant 9 sports différents et suivis quotidiennement, nous avons identifié que la qualité et la quantité de sommeil altérées pourraient s'expliquer en partie par des charges d'entraînement accrues.

3.1.3 Les mathématiques au service de la quantification de la charge

La compréhension de la charge de travail a mené à la caractérisation du paramètre étudié :

- **la charge externe** représente le stimulus externe appliqué à l'individu [160,161]. Elle est mesurable objectivement, par exemple la durée en cyclisme, le nombre de kilomètres en aviron, le nombre de tir effectués en biathlon, ... Cette dimension est généralement évaluée grâce à des dispositifs technologiques, incluant des capteurs GPS ou des montres connectées.
- **La charge interne** caractérise la réaction, tant psychologique que physiologique, induite par la charge externe. Elle peut être objective avec par exemple la fréquence cardiaque ou le taux de lactate sanguin, mais peut être aussi subjective avec la déclaration par exemple de l'intensité perçue de la séance d'entraînement ou la compétition [161].

Cette problématique scientifique a été à l'origine de nombreux modèles mathématiques tentant de modéliser le stress engendré par la charge planifiée pour les athlètes. Les modèles les plus utilisées seront présentés ci-après.

3.1.3.1 TRIMP

Le modèle TRIMP s'appuie sur le concept d'équilibre entre stress et adaptation. Le terme « impulsion d'entraînement », également désigné par TRIMP (TRAining IMPulse), fait référence au stress qui peut engendrer des conséquences tant bénéfiques que préjudiciables sur la performance. Les premiers travaux de modélisation de la performance humaine ont été réalisés en 1976 [162] et validés essentiellement en course à pied [163]. En conséquence, le modèle TRIMP [164] a vu le jour en tant que méthode dédiée à la quantification de la charge d'entraînement. La version initiale du TRIMP intégrait une prise en compte de l'intensité associée à l'entraînement. Cette dimension est dérivée en utilisant la méthodologie de réserve

basée sur la fréquence cardiaque (FC) conjointement avec la durée de l'entraînement. La FC d'une séance d'entraînement est pondérée en fonction de la relation entre la FC et le lactate sanguin observée lors des tests incrémentaux et multipliée par la durée de l'entraînement. On définit le TRIMP grâce à l'équation

$$\text{TRIMP} = D \cdot \Delta(FC) \cdot k \tag{3.1}$$

avec D la durée en minute, $\Delta(FC) = \frac{(FC_{exercice} - FC_{repos})}{(FC_{réserve})}$, où $FC_{réserve} = FC_{max} - FC_{repos}$ (sur la période de travail) et k est un facteur pondérateur exponentiellement croissant dépendant de la fréquence cardiaque durant l'exercice et de la cinétique d'augmentation des lactates au cours d'un exercice progressivement croissant. Le paramètre k dépend du sexe, il est égal à $0.86e^{1.67\Delta FC}$ pour les femmes et de $0.64e^{1.92\Delta FC}$ pour les hommes.

3.1.3.2 Modèle Fitness Fatigue

Le modèle Fitness Fatigue [162] est le premier modèle de système décrivant la performance sportive en termes d'entraînement. Chaque session d'entraînement peut induire une amélioration de la condition physique et une fatigue, toutes deux proportionnelles à la charge d'entraînement appliquée. Selon les postulats du modèle, l'accumulation initiale de fatigue serait typiquement plus prononcée que l'amélioration de la condition physique. Immédiatement, ces quantités commencent à décroître de façon exponentielle avec un taux de décroissance plus lent pour la forme physique (équation (3.2)). La différence entre ces fonctions positives représente la prédiction du modèle de performance $\hat{p}(n)$ tout au long de la période d'entraînement (figure 3.2).

$$\hat{p}(n) = p^* + k_1 \sum_{i=1}^{\text{n}-1} w_i e^{-(\text{n}-i)/\tau_1} - k_2 \sum_{i=1}^{\text{n}-1} w_i e^{-(\text{n}-i)/\tau_2} \tag{3.2}$$

La performance modélisée au jour n, $\hat{p}(n)$ est estimée à partir des charges d'entraînement successives (w_i) avec i variant de 1 à $n-1$. p^* est un terme additif représentant le niveau de performance initial de l'individu. τ_1 et τ_2 sont les constantes de temps exponentielles, exprimées en jours, pour respectivement le terme de forme physique et le terme de fatigue. Des facteurs de magnitude ont été ajoutés à la fois pour la forme physique (k_1) et la fatigue (k_2). En d'autres termes, le paramètre τ représente le nombre de jours pendant lesquels les effets positifs et négatifs d'une séance d'entraînement sont apparents dans le corps, tandis que le paramètre k représente l'ampleur ou la taille de cet effet.

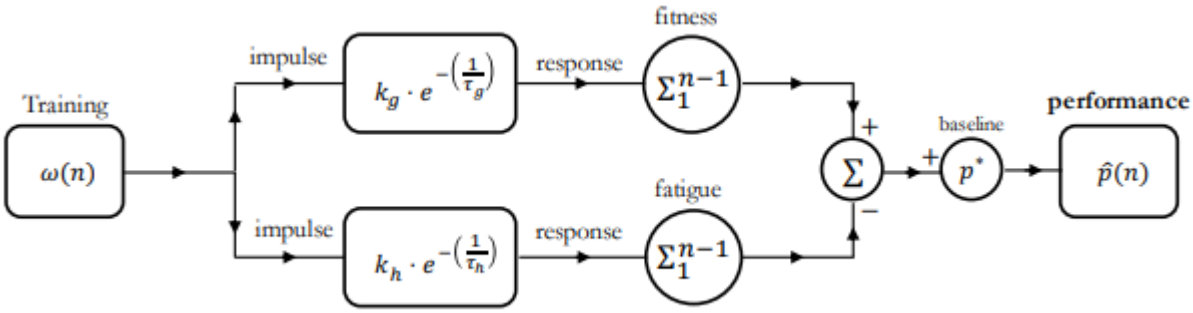

Figure 3.2: Illustration du modèle Fitness fatigue modèle (extrait de [165])

Cependant, le modèle Fitness Fatigue est connu pour inclure plusieurs limitations décrites par l'hypothèse de linéarité et l'hypothèse d'indépendance. En effet, le modèle suppose une relation linéaire entre la charge d'entraînement et les réponses de fitness et de fatigue. En réalité, cette relation peut être non linéaire. Ces limitations garantissent que la réponse modélisée à l'entraînement chronique ne correspond pas à la complexité observée dans la pratique [166].

3.1.3.3 Modèle de Foster

La plupart des **indicateurs de quantification de charge** reposent sur des indicateurs externes comme par exemple, la durée de la session, le kilométrage, la différence d'altitude, le changement de tempo, *etc.* Peu de modèles prennent en compte des paramètres de charge interne tels que la fréquence cardiaque, le lactate sanguin ou l'effort perçu. La RPE, pour *Rating of Perceived Exertion*, représente une échelle conçue pour évaluer l'intensité ressentie lors d'une session d'entraînement. Cette échelle est graduée de 1 à 10 [150].

Table 3.1: Echelle de RPE (Rate of Perceived Exertion)

Note	Description
0	Facile
1	..
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Note	Description
8	
9	..
10	Très difficile

Le modèle de Foster est une méthode simple qui nécessite seulement de disposer de la durée de la séance et de la perception de l'effort sur l'échelle RPE. On obtient la charge du jour t, W_t par le calcul $D_t \cdot RPE_t$ [167,168] où D_t et RPE_t représentent respectivement la durée et la RPE de l'entraînement du jour t. Il devient alors possible de déduire une variété d'indicateurs, comme illustré par [169].

La monotonie La monotonie M_t du jour t est calculée de la manière suivante :

$$M_t = \frac{\bar{W}_{t,\dots,t-7}}{\sigma_{W_{t,\dots,t-7}}} \tag{3.3}$$

où $\bar{W}_{t,\dots,t-7}$ et $\sigma_{W_{t,\dots,t-7}}$ représentent respectivement la moyenne et la variance de la charge des 7 derniers jours.

Cet indicateur à minimiser théoriquement vérifie ainsi la diversité de l'entraînement.

Contrainte On obtient la contrainte C_t de la manière suivante :

$$C_t = W_t \cdot M_t \tag{3.4}$$

où M_t représente la monotonie calculé pour le jour t.

Cet indicateur a pour objectif de témoigner d'une fatigue lorsqu'il est trop élevé.

Fitness Le dernier indicateur, le fitness du jour t, F_t, peut être calculé de la manière suivante :

$$F_t = W_t - C_t. \tag{3.5}$$

Sur le plan théorique, une valeur élevée suggère que l'athlète se trouve dans une phase favorable à la réalisation de performances optimales.

3.1.3.4 Ratio aigue/chronique : ACWR

L'ACWR (ou *Acute Chronique Workload Ratio*) est un indicateur permettant de **quantifier la variation de la charge d'entraînement**, obtenu en calculant le ratio entre la charge aiguë et la charge chronique. La charge aiguë est obtenue en calculant la moyenne de la charge de la semaine écoulée $\bar{W}_{t,\ldots,t-7}$ tandis que la charge chronique est obtenue en calculant la moyenne de la charge des quatre dernières semaines écoulées $\bar{W}_{t,\ldots,t-28}$. Un ratio de 0,5 signifie que l'athlète s'est entraîné deux fois moins lors de la semaine passée comparée à la moyenne des quatre semaines précédentes. Un ratio de 2,0 signifie que l'athlète s'est entraîné deux fois plus lors de la semaine passée par rapport aux quatre semaines précédentes. Un ratio excédant 1 est généralement interprété comme une indication de surexposition aux risques de blessures [170–172] (figure 3.3). Les concepts de charge chronique/aiguë sont basés sur des modèles périodiques traditionnels : des micro-cycles d'une semaine et cycles moyens pour les charges chroniques [173]. Cependant, d'autres indicateurs ont tenté de modéliser autrement la charge cumulée (aiguë ou chronique) en admettant une décroissance non linéaire de l'impact de la charge des jours précédent sur la charge cumulée du jour t.

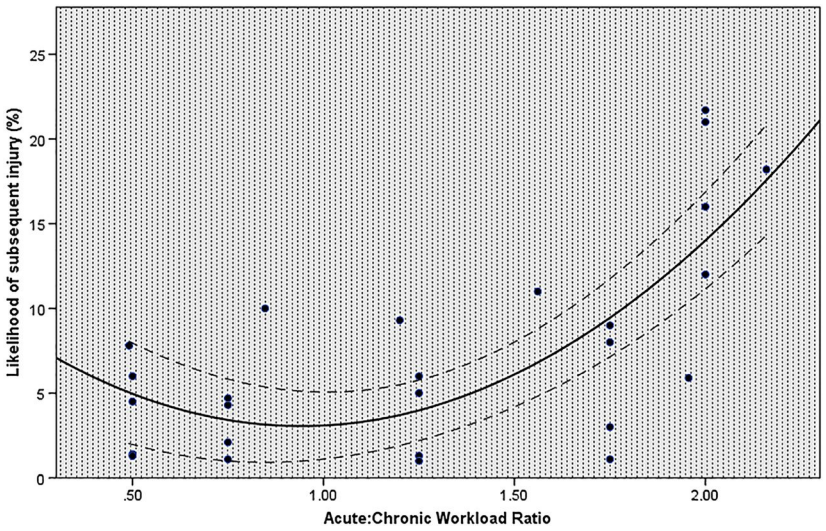

Figure 3.3: Relation entre le risque de blessures dans différents sports et l'ACWR via une régression polynomiale (figure extraite de [174])

3.1.3.5 Exponentially weighted moving average (EWMA)

L'EWMA [175] corrige les limites de l'ACWR qui donne un poids constant à la charge des jours précédents, en attribuant un poids décroissant aux charges plus anciennes. Plus précisément, l'EWMA pour un jour t est calculé par :

$$EWMA_t = \lambda W_t + ((1 - \lambda)\, EWMA_{t-1}) \tag{3.6}$$

où λ est une valeur comprise entre 0 et 1 qui représente le niveau de diminution de la charge de travail. Il est défini comme

$$\lambda = 2/(N + 1) \tag{3.7}$$

où N représente la constante de temps sélectionnée de la diminution, respectivement 7 et 28 jours pour la charge chronique et la charge aiguë.

3.1.3.6 Robust Exponential Decreasing Index (REDI)

Le REDI est une extension de l'EWMA permettant de considérer les valeurs manquantes au sein de la série chronologique [176] :

$$REDI_t^{\lambda} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N} \alpha_j^{\lambda}} \sum_{j=0}^{N} \alpha_j^{\lambda} \times W_j \tag{3.8}$$

avec

$$\alpha_j^{\lambda} = \begin{cases} 0 & \text{si } W_j \text{ manquant} \\ e^{-\lambda j} & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.9}$$

où

- N est le nombre de jours d'entraînement précédent.
- $\lambda \in \mathbb{R}^+$ est un paramètre permettant d'ajuster la pondération.

On peut utiliser l'équation (3.7) pour calculer λ.

Le REDI nous a permis de modéliser des charges cumulées en présence de données manquantes en football et pentathlon français [13]. Comment cet indice se comporte-t-il concrètement en présence de données manquantes ?

3.1.4 *Étude ancillaire : Analyse des modèles de charge existants*

3.1.4.1 Comportement du REDI en présence de données manquantes

La définition (3.8) permet de calculer une valeur de $REDI_t$ même si une valeur de W_t est manquante :

$$REDI_t^\lambda = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N} \alpha_j^\lambda} \sum_{j=0}^{N} \alpha_j^\lambda \times W_j$$
$$REDI_t^\lambda = \frac{1}{(\sum_{j=1}^{N} \alpha_j^\lambda) + \alpha_0^\lambda} ((\sum_{j=1}^{N} \alpha_j^\lambda \times W_j) + \alpha_0^\lambda \times W_0) \quad (3.10)$$

si l'on suppose que $\alpha_0 = 0$ et $W_0 = 0$

$$REDI_t^\lambda = REDI_{t-1}^\lambda.$$

On remarque que lorsque la charge du jour W_t est manquante, la valeur du REDI du jour t est égale à la valeur du REDI du jour $t-1$.

3.1.4.2 Lien entre la RPESession et la charge interne

En multipliant **la durée du travail** et **l'intensité ressentie** sur une échelle de 0 à 10, on obtient donc la charge de travail correspondante selon le modèle de Foster, communément appelée RPESession. Cet indicateur offre une méthode simplifiée pour estimer un proxy du stimulus généré par la séance d'entraînement [169,177]. Nous avons souhaité tester la fiabilité du calcul de la charge en utilisant un marqueur biologique de fatigue musculaire : **la créatine phosphokinase**.

La créatine phosphokinase (CPK), également connue sous le nom de créatine kinase (CK), est une enzyme présente dans divers tissus du corps humain, notamment le cœur, le cerveau et les muscles squelettiques. Au niveau musculaire, la CK permet la catalyse des réactions énergétiques en déplaçant le phosphate de la créatine et de l'adénosine diphosphate pour générer de l'adénosine triphosphate (ATP) et de la créatine. L'activité musculaire liée à la CK a été étudiée sous de nombreux aspects. Il est bien admis que la concentration sanguine de CK augmente généralement lors d'un exercice intense et/ou de longue durée et notamment lors d'exercice musculaire excentrique [178]. La créatine kinase a été largement utilisée dans le suivi de la charge dans des sports à fort impact, tels que le rugby et le football américain, afin d'évaluer le degré d'activité musculaire. En effet, l'augmentation de concentration sérique de CK serait liée au stress mécanique exercé sur le muscle qui endommage la membrane [179]

et permet à la molécule de CK de quitter la cellule et de s'accumuler dans le sang. Selon la situation, il existe un pic de CK sanguine un à plusieurs jours après l'exercice. Le ski alpin et le ski-cross de haut niveau sont des activités à forte sollicitation musculaire du fait des contraintes mécaniques et métaboliques. Différents facteurs ont une action délétère sur l'intégrité de la cellule musculaire. Parmi ceux-ci le volume de pratique spécifique, l'hypoxie due à l'altitude des lieux de pratique, les forces de contact ski neige, les vibrations, sont autant de paramètres qui doivent être pris en compte pour déterminer la charge de sollicitation de l'athlète en vue d'une planification optimisée. Le diagnostic biologique de ces lésions repose principalement sur la mesure de l'activité d'enzymes sarcoplasmiques (créatine kinase, CK et lactate déshydrogénase, LDH) dans le plasma. Le diagnostic des lésions musculaires en ski est un axe de recherche important et l'évaluation de la présence des dégradés de myosine en conjonction des autres paramètres biologiques et cliniques constitue une solution pour étayer le suivi des micro-lésions musculaires. En ski, des situations de rhabdomyolyse ont été observées ponctuellement (élévation des CPK et myoglobine) après des mésocycles d'entraînement intenses (hypoxie, excentrique, volume d'entraînement sur neige) mais sans qu'un suivi n'ait pu être mis en place pour établir une corrélation avec le niveau de charge à l'entrainement ou en compétition. En rugby, Dine [180] rapporte des véritables situations de rhabdomyolyse avec élévation des aldolases et de la myoglobine avec CPK à des niveaux très élevés (15 000 à 30 000 unités/l).

La FFS a ainsi mis en place parmi les outils de suivi du skieur, **un suivi biologique longitudinal** avec plusieurs objectifs. Outre le fait de prévenir les états de fatigue, la mise en relation avec les paramètres de suivi issus du modèle de Foster permet de montrer la sensibilité de ceux-ci aux adaptations physiologiques.

3.1.4.3 Protocole

Préalablement à la thèse, 11 athlètes (8 hommes et 3 femmes) de niveau international en ski cross ont été suivis sur deux périodes de stage de 13 jours en 2016 et 2017. A chaque fin de séance, les athlètes déclaraient la RPE et concomitamment le taux de créatine kinase a été prélevé. Les données accessibles ont été exploitées à nouveau afin de traiter la question scientifique soulevée.

3.1.4.4 Résultats

La figure 3.4 montre l'évolution du taux de CPK (en bleu) et de la RPESession (en rouge).

Une corrélation linéaire positive est mise en évidence entre le taux de CPK et la RPESession (cor = 0.46, $p<0.01$). On peut donc définir la RPESession du modèle de Foster comme un

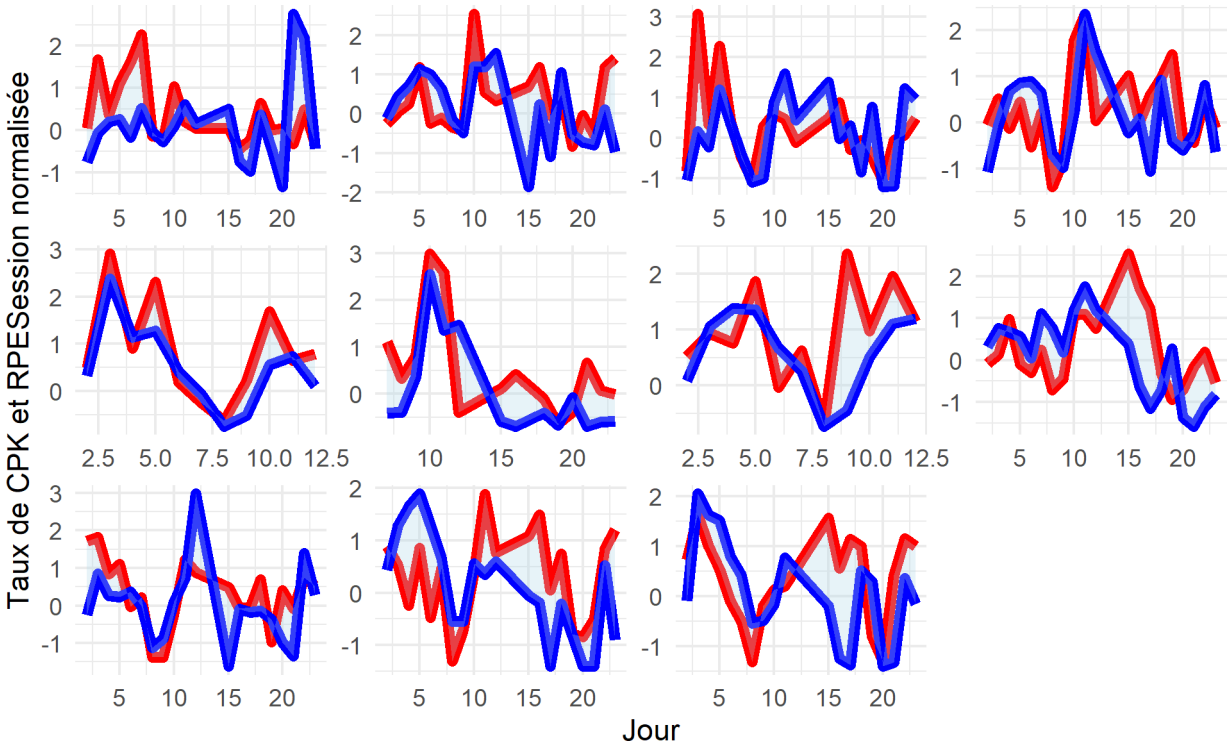

Figure 3.4: Evolution par individu du taux de phosphokinase (en bleu) et de la RPESession (en rouge) au cours du suivi

proxy des paramètres physiologiques de la charge interne, tels que l'altération de la CPK engendrée par l'entraînement au jour t.

3.1.5 Limites

De multiples modélisations mathématiques ont été élaborées pour estimer le phénomène d'équilibre entre stress et adaptation lié à la charge de travail (cf 3.1.3). Le modèle de Foster a permis de mettre en relation la charge d'entraînement et la blessure en Basketball [181]. Il a été observé que les périodes de hausse de la charge d'entraînement coïncidaient avec une augmentation des incidents de blessures. Toutefois, cette élévation du risque semble être proportionnelle à la durée de la pratique sportive. Le REDI, l'EWMA ont été utilisés en tant que charge chronique et aiguë pour calculer l'ACWR dans l'hypothèse d'un lien entre la blessure et la charge en football et pentathlon [13]. Cependant, ces indicateurs n'ont pas mis en évidence de zone propice à une prévalence accrue ou diminué de la blessure. Les seuils associés à l'ACWR sont définis sur une base arbitraire. Malgré l'explication de 53% de la variance du risque de blessure basée sur plusieurs études [174], cet indicateur n'a jamais prouvé sa prédictibilité des blessures sur des données brutes. De plus, la majorité des études présentant l'utilisation de ces indicateurs en cas réel se sont intéressées à la blessure, et non

aux variables tels que la performance ou des proxys de la fatigue.

L'ensemble de ces méthodes modélisent la charge sur une période plus ou moins longue par des modèles descriptifs, avec des calculs souvent composés de moyenne, d'écart type et de ratio. Seul le REDI possède un paramètre $\lambda \in \mathbb{R}^+$ qui permet d'adapter les résultats en fonction du contexte mais ne propose aucune méthode pour optimiser ce paramètre en fonction des données étudiées. Une approche statistique inférentielle permet pourtant d'estimer une variable catégorielle non mesurée selon une variable observée : **les chaînes de Markov cachées**.

3.1.6 Création d'un modèle de réponse à la charge

Présentation du Markov Index Load State (MILS)

Variable observée Dans ce modèle, la charge de travail C est la variable observée. Soient $I_i(t)$ et $D_i(t)$ respectivement la RPE et la durée d'entraînement de l'individu i au temps t. Nous avons quantifié la charge de travail journalière, c'est-à-dire la charge d'entraînement ou de compétition par RPESession [169] pour chaque individu i et chaque jour t:

$$C_i(t) = I_i(t) \cdot D_i(t). \tag{3.11}$$

La distribution de ces deux paramètres étant variable selon la perception, l'état de préparation et le programme d'entraînement des individus, nous avons standardisé la charge de travail pour chaque individu i:

$$C'_i(t) = \frac{C_i(t) - \mu(C_i)}{\sigma(C_i)} \tag{3.12}$$

avec $\mu(C_i)$ et $\sigma(C_i)$ étant respectivement la moyenne et l'écart-type de toutes les charges de travail C de l'individu i.

Calcul des probabilités d'état par le MILS Afin de développer un indicateur de charge cumulée représentant une approximation de la réponse des athlètes à la charge de travail, nous avons créé le **Markov Index Load State (MILS)**. Cet indicateur, basé sur une chaîne de Markov cachée (HMM), représente un proxy de la réponse à la charge cumulée segmentée en différentes zones.

Les chaînes de Markov cachées Nous avons déjà utilisé une modélisation par le processus de Markov pour estimer les probabilités de performances futures selon l'âge et la performance initiale (cf 2.6). On peut représenter un processus de Markov $(X_t)_{t\in\mathbb{N}}$ à valeurs dans $S = \{1, 2\}$ de la manière suivante :

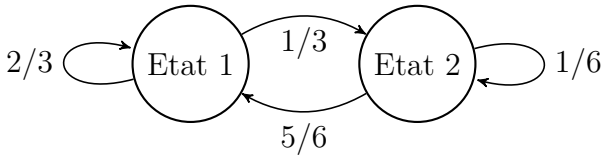

Figure 3.5: Exemple des probabilités de transition d'une chaîne de Markov à deux états

où les transitions de l'état 1 vers l'état 2 et inversement sont possibles du temps t au temps $t + 1$ avec des probabilités de transition définies entre ces deux états. La fatigue, en tant que réponse à la charge de travail, pourrait se prêter à une modélisation via une chaîne de Markov.

Cependant la fatigue n'est pas une donnée directement observable : c'est une variable cachée. Les chaînes de Markov cachées sont utilisées pour modéliser ces séquences de données qui peuvent être décrites comme une suite de transitions entre différents états cachés, où chaque état caché est associé à une observation [182,183]. La fatigue, état d'affaiblissement physique et physiologique est difficilement mesurable objectivement au-delà des tests en laboratoire, mais elle est une réponse directe ou indirecte de la charge de travail, qui est une variable connue. Les deux états de la chaîne de Markov précédente sont donc inconnus, mais une variable associée peut être observée en parallèle. On peut estimer les probabilités d'observer chacun des états selon la valeur prise par $O = \{A, B\}$.

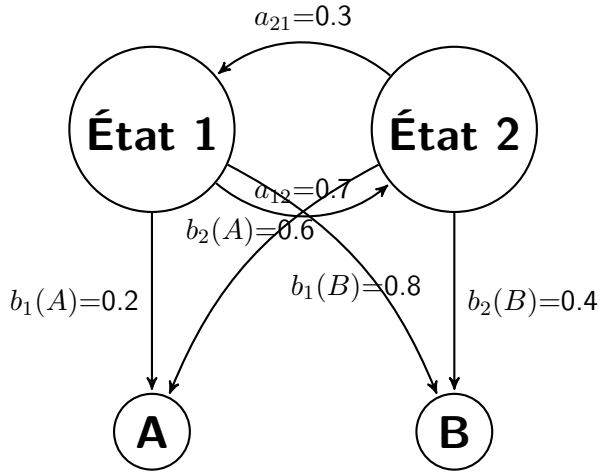

Figure 3.6: Exemple de probabilités de transitions d'une chaîne de Markov cachée. A et B sont les modalités de la variable observée.

Les chaînes de Markov cachées permettent de déterminer la probabilité d'une séquence d'observations en fonction des transitions entre les états cachés qui se sont produites. Si on définit S la variable cachée, n le nombre d'états, et $P(S_t = r)$ les probabilités que la variable cachée soit égale à r au temps t, le modèle repose sur les paramètres suivants :

- $O = \{o_1, o_2, \ldots, o_T\}$: La séquence d'observations de longueur T.
- $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_T\}$: La séquence d'états cachés correspondante de longueur T.
- $A = (a_{rj})_{1 \leq r,j \leq n}$: La matrice de transition d'états cachés, où a_{rj} est la probabilité de passer de l'état caché r à l'état caché j, avec $0 \leq a_{rj} \leq 1$.
- $B = \{b_j(o)\}$: La matrice d'émission des observations, où $b_j(o) = f\,(o \mid S = j)$ est le vecteur de densités gaussiennes conditionnelles d'observations O associées aux états cachés S_j.
- $\pi = \{\pi_r\}$: Le vecteur de probabilités initiales pour les états cachés, où π_r est la probabilité initiale d'être dans l'état caché r.

Pour chaque jour t, $\sum_{r=1}^{n} P(S_t = r) = 1$. Chaque jour, un individu affiche une probabilité d'être dans chacun des états de réponse à la charge d'entraînement. Chaque jour, une probabilité pour un athlète donné d'être dans chacun de ces états cachés est calculée en tenant compte de son état précédent en utilisant l'algorithme *forward backward* [184,185] basée sur la matrice de transition, la matrice d'émission et le vecteur de probabilité initial précédemment estimés.

Probabilités forward Soit $\theta = (\pi, A, B)$, les probabilités forward $\alpha_t(r)$, qui représentent les probabilités qu'au temps t, l'athlète se trouve dans un état caché spécifique r et a généré les observations jusqu'à cet instant, sont définies par [186] :

$$\alpha_t(r) = P(s_t = r, o_1, o_2, \ldots, o_t|\theta) \tag{3.13}$$

et sont calculées de manière itérative selon la formule :

$$\alpha_t(r) = \begin{cases} b_r(o_1)\pi_r & \text{si } t = 1, \\ b_r(o_t) \sum_{j=1}^{n} \alpha_{t-1}(j) a_{rj} & \text{si } t > 1. \end{cases} \tag{3.14}$$

Probabilités backward Les probabilités backward $\beta_t(r)$, qui représentent la probabilité des observations futures étant donné un état actuel à l'étape t, sont définies comme :

$$\beta_t(r) = P(o_{t+1}, o_{t+2}, \ldots, o_T | s_t = r, \theta) \tag{3.15}$$

et sont calculées récursivement selon la formule :

$$\beta_t(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = T, \\ \sum_{j=1}^{n} a_{rj} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j) & \text{si } t < T. \end{cases} \tag{3.16}$$

Probabilités marginales Une fois les probabilités *forward* et *backward* obtenues, les probabilités marginales des états cachés S_t étant donné les observations O peuvent être déterminées par :

$$P(s_t = r|O) = \frac{\alpha_t(r)\beta_t(r)}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_t(j).\beta_t(j)} \tag{3.17}$$

L'**algorithme d'espérance-maximisation (EM)** est utilisé pour estimer les paramètres du modèle [187–189]. Les paramètres sont estimés en maximisant itérativement la log-vraisemblance jointe attendue des paramètres compte tenu des observations et des états.

Si on définit θ le vecteur des paramètres du modèle, la vraisemblance jointe est définie par :

$$\mathbb{P}\Big(O = (o_1, \ldots, o_t), S = (s_1, ..., s_t)\Big|\theta\Big) = \pi_{s_1} b_{s_1}(o_1) \prod_{t=2}^{T} a_{s_{t-1}s_t} b_{s_t}(o_t) \tag{3.18}$$

On peut donc définir la log-vraisemblance par

$$\begin{aligned} log\left(\mathbb{P}\Big(O = (o_1, \ldots, o_t), S = (s_1, ..., s_t)\Big|\theta\Big)\right) &= \log\left(\pi_{s_1} b_{s_1}(o_1) \prod_{t=2}^{T} a_{s_{t-1}s_t} b_{s_t}(o_t)\right) \\ &= \log \pi_{s_1} + \log b_{s_1}(o_1) + \sum_{t=2}^{T} \log a_{s_{t-1}s_t} + \sum_{t=2}^{T} \log b_{s_t}(o_t). \end{aligned} \tag{3.19}$$

Les modèles de Markov cachées sont historiquement utilisés dans différents domaines. Cette approche a trouvé des applications tant en psychologie [190,191] qu'en économie [192,193]. Parmi les autres domaines d'application, on retrouve la reconnaissance vocale [194] ainsi que

l'analyse EEG et la génétique [195]. Plus récemment, des chercheurs les ont utilisées pour inférer des processus cognitifs à partir de mouvements oculaires classés en évènement distincts [196] ou en génétique pour détecter l'association génotype-phénotype [197]. C'est également un outil populaire pour les applications dans le domaine médical, par exemple pour classer les scores de santé auto déclarés pour la polyarthrite rhumatoïde à l'aide de données de suivi d'activité [198]. Dans le sport, les HMM ont été principalement utilisées pour la détection d'évènements sur des sessions vidéo [199] mais n'ont jamais été utilisées pour analyser la charge de travail.

3.1.6.1 Mise en pratique du MILS : expérimentation Empow'her

Cette partie est fondée sur l'article actuellement soumis pour publication [14]. Pour créer l'algorithme et tester sa relation à la fatigabilité, nous avons proposé aux athlètes féminines élite en préparation aux Jeux olympiques de Tokyo de juillet 2021 et aux Jeux d'hiver de février 2022 de participer à l'étude. Pour tester la robustesse du modèle et l'interprétabilité de celui-ci, nous avons mis en relation les résultats avec les indicateurs subjectifs de fatigabilité ainsi que les cycles menstruels présentant des changements internes dans le corps. En effet, les hormones sexuelles stéroïdes, à savoir les œstrogènes, la progestérone et la testostérone peuvent avoir un impact sur l'effort d'entraînement et le bien-être des athlètes féminines [15] [200]. Ces hormones fluctuent le long du cycle menstruel (MC) ou lors des phases hormonales des pilules contraceptives orales combinées (HC) [201] [15]. Pourtant, les études portant sur l'effet de MC et/ou HC sur l'entraînement et le bien-être des athlètes d'élite sont rares [202] et font face à plusieurs problèmes méthodologiques [203].

La plupart des études montrant un impact significatif des phases MC ont étudié les paramètres indirects de l'entraînement ou de la performance dans un environnement de laboratoire contrôlable [200] sur des points temporels uniques de phases de cycles spécifiques. La plupart des sports, tels que le ski ou l'aviron, sont confrontés au défi de quantifier la charge de travail par des mesures subjectives, ce qui rend encore plus difficile l'estimation de l'effet complexe du MC ou du OC quotidiennement sur les réponses d'entraînement des athlètes. Pour espérer démêler une interaction complexe entre un réseau de déterminants de nature multifactorielle des hormones sexuelles et de la performance, il a été suggéré de rechercher le modèle de relations sous un modèle de système complexe [204].

Seize skieuses (biathlon, ski alpin et ski de fond) et douze rameuses se sont portées volontaires pour cette étude. Le critère d'inclusion reposait sur la présence de cycles menstruels réguliers, sans trouble diagnostiqué et en l'absence de prise de contraceptifs oraux. Les athlètes ont été invitées à remplir un questionnaire préliminaire qui recueillait des informations

générales (par exemple, l'âge, l'indice de masse corporelle, le volume d'entraînement) et leurs antécédents gynécologiques (par exemple, la régularité du cycle, les méthodes contraceptives) afin d'identifier toute contre-indication à participer à l'étude. 24 athlètes (12 skieuses ; 12 rameuses) remplissaient ces critères et ont été incluses dans l'étude, pour un total de 111 cycles (y compris 51 utilisant un dispositif contraceptif intra-utérin) et 54 utilisant des pilules contraceptives combinées pour 21 jours avec une pause de 7 jours.

3.1.6.2 Protocole

Population Le suivi a débuté par la préparation finale de la saison olympique, les rameuses ont été incluses en février 2021 et les skieuses en août 2021. Avant l'étude, nous avons présenté le protocole aux athlètes et le suivi qu'elles devaient remplir chaque matin à l'aide d'une application pour smartphone créée pour cette étude et optimisée pour une charge minimale [15]. Le questionnaire comprenait des éléments liés au début/à la fin des règles ou au début/à l'arrêt de la pilule et au bien-être (durée et qualité du sommeil, condition physique, humeur et symptômes menstruels), en utilisant les échelles d'évaluation de Likert [205,206]. Suite à chaque session d'entraînement, la RPE [150,207], ainsi que le volume d'entraînement exprimé en minutes ont été recueillis.

Division des phases du cycle Le premier jour du cycle est déterminé comme le premier jour de saignement dans le groupe MC ou le premier jour de pause des pilules dans le groupe OC. Une estimation de l'ovulation du groupe MC reposait sur un modèle de régression linéaire basé sur la durée du cycle [208] pour chaque cycle. Comme les phases du cycle n'ont pas la même durée, nous avons transformé la durée du cycle en une proportion d'avancement dans le cycle. Soit $T = \{t_1, \ldots, t_n\}$ l'ensemble des temps disponibles pour le cycle. Pour chaque instant t_i, nous définissons un temps normalisé t'_i tel que $t'_i = \frac{t_i}{t_n}$, où t_n est l'instant maximal du cycle.

Pour localiser les sous-phases schématiques utilisées dans la plupart des études [209] dans le continuum des cycles, les phases folliculaires (pré-ovulatoires) et lutéales (post-ovulatoires) ont été schématiquement divisées en 3 : précoce, intermédiaire et tardive, comme détaillé précédemment [15]. Les phases OC ont été segmentées en deux catégories distinctes : phase hormonale et phase non hormonale [210]. Les hormones salivaires à jeun du 17ß-Estradiol, de la progestérone et de la testostérone libre ont été prises juste après le réveil (7h47 ± 1h13) les jours j8, j14 et j24 ±2 chez les rameuses (MC et OC) pendant toute la période de suivi pour vérifier la cohérence de l'identification des différents milieux hormonaux entre les cycles successifs. Les hormones salivaires à jeun ont été prélevées dans des conditions similaires chez les skieuses juste après le réveil (8h48 ± 0h40) le jour j3, j8 ±2 et tous les 2 jours par la suite

pour les deux groupes pour une définition plus précise de la fluctuation hormonale à travers le cycle. Les échantillons salivaires ont fait l'objet d'une analyse par immunodosage luminescent dans un laboratoire extérieur.

Relation avec les variables d'étude

Après avoir détaillé l'algorithme dans la section 3.1.6, explorons à présent comment cette méthode se rapporte au contexte décrit, pour mieux interpréter les résultats du MILS et saisir son intérêt pratique.

Questionnaire fitness / variables hormonales Pour chaque variable du questionnaire V (*i.e.* la quantité et la qualité du sommeil, l'humeur, la condition physique, les symptômes), nous avons réalisé **trois modèles linéaires à effets mixtes** pour tenir compte de la variabilité inter individuelle, un pour chaque état $S \in \{1, 2, 3\}$:

$$V_{ij} = (\beta_j + \beta_{ij}) + \alpha_j \cdot P_j \tag{3.20}$$

où P_j est la probabilité d'être dans l'état j, V_{ij} la variable étudiée pour le sujet i associé à l'état j, β_j est l'ordonnée à l'origine pour le modèle associé à P_j, α_j est l'effet global de P_j et β_{ij} est l'effet sur l'ordonnée à l'origine spécifique pour l'individu i pour le modèle associé à P_j.

Pour estimer l'association entre les variables hormonales (c'est-à-dire les taux d'œstrogène, de progestérone et de testostérone) et les états MILS, nous avons ajustée l'effet de l'état en fonction des phases du cycle car les niveaux d'hormones sont différents lors de chaque phase des cycles. Nous avons donc ajouté un effet aléatoire lié à la phase j du cycle pour isoler l'effet de chaque hormone :

$$V_{ijh} = (\beta_j + \beta_{ij} + \beta_{hj}) + \alpha_j \cdot P_j \tag{3.21}$$

où α_{hj} est l'effet sur l'ordonnée à l'origine spécifique à la phase de cycle pour la phase de cycle h pour le modèle associé à P_j.

Le coefficient fixe α_j indique le lien positif ou négatif de l'état caché avec la variable à expliquer. Un test utilisant la méthode de **Satterthwaites** [211] a été utilisé pour tester l'hypothèse que le coefficient est différent de 0. Le risque de première espèce a été fixé au seuil 0,1 (*), 0,05 (**) et 0,01 (***).

Phases hormonales Pour chacun des états 1 et 3, on effectue une régression non paramétrique Loess [212] pour expliquer l'avancement du cycle en fonction de l'état caché. Nous calculons ensuite la valeur moyenne estimée par le modèle à chaque instant du cycle ainsi que son intervalle de confiance. Cette méthode a été choisie plutôt que la régression polynomiale pour son approche non paramétrique ne mettant aucune hypothèse à priori sur la relation.

3.1.6.3 Résultats

Caractéristiques du modèle MILS

États cachés La sélection du nombre d'états cachés dans un modèle de chaînes de Markov cachées est un problème connu et complexe [213], surtout lorsque les états sont concrètement interprétables. En effet, les critères habituels tels que AIC et BIC tendent à sélectionner le modèle avec un grand nombre d'états cachés [214]. Nous avons choisi d'estimer 3 états cachés dans l'algorithme MILS dans le but d'avoir des états interprétables dans la réalité comme dans le modèle général du syndrome d'adaptation (SAG) qui est l'un des premiers modèles permettant de modéliser le processus que traverse l'organisme lorsqu'il est exposé à tout type de stress [137]. Dans ce contexte, $S \in \{1, 2, 3\}$ représente les trois états $n = 3$ du modèle.

Nous avons estimé le vecteur de probabilité initial $\pi(1) = \begin{bmatrix} 0.32 \\ 0 \\ 0.68 \end{bmatrix}$ contenant les probabilités d'être dans chaque état à l'instant t_1.

Les moyennes de densité conditionnelle gaussienne sont estimées par -0.74, -0.01, 0.79 et l'écart type est estimé à 0.52, 0.75, 1.1 pour les états 1, 2 et 3 respectivement.

Cela signifie que quelles que soient les probabilités d'état du temps $t-1$, plus la charge du jour C est élevée, plus la probabilité d'être dans l'état 3 est grande. À l'opposé, une valeur réduite de C accroît la probabilité de se trouver dans l'état 1. L'état 2 est un état intermédiaire. L'état 1 est donc associé à une charge cumulée faible suggérant un état de charge avec réserve adaptative appropriée, tandis que l'état 3 est associé à une charge cumulée élevée suggérant un état de charge saturé avec réserve adaptative diminuée. L'état 2 apparaît comme une zone de charge de travail accrue à laquelle le corps peut s'adapter, similaire à la phase de résistance du modèle GAS [137]. Ainsi, nous avons défini respectivement les 3 états cachés du MILS relatifs à l'adaptabilité comme 1: *"light"*, 2: *"moderate"*, et 3: *"heavy"*.

La matrice de transition $A = \begin{bmatrix} 0.82 & 0.07 & 0.11 \\ 0.05 & 0.92 & 0.03 \\ 0.13 & 0.04 & 0.83 \end{bmatrix}$ est illustrée à la figure 3.7. Par exemple, la probabilité de passer de l'état *"light"* à l'état *"moderate"* du temps t au temps $t+1$ est de 7%, tandis que la probabilité de passer à l'état *"heavy"* est de 11%. À leur tour, ces probabilités dépendent de la matrice d'émission, c'est-à-dire de la charge d'entraînement appliquée.

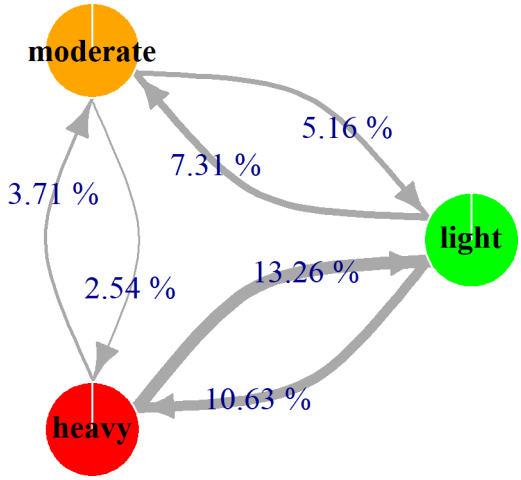

Figure 3.7: Matrice de transition de l'algorithme MILS. Les pourcentages entre les liens représentent la probabilité de passer d'un état r à un état j d'un instant t à un instant $t+1$ sans tenir compte des probabilités de transmission

3.1.6.4 Exemples individuels

La figure 3.8 illustre les résultats de l'algorithme MILS pour quatre individus distincts. Pour chaque individu, le graphique du dessous montre la RPESession sur le temps de suivi. Les graphiques du dessous illustrent les résultats issus de l'algorithme MILS dans une perspective longitudinale. Pour chaque jour t, on obtient une probabilité $P(S_t = 1)$ d'être dans l'état *"light"*, une probabilité $P(S_t = 2)$ d'être dans l'état *"moderate"* et une probabilité $P(S_t = 3)$ d'être dans état *"heavy"*, avec $\sum_{r=1}^{n} P(S_t = r) = 1$.

3.1.6.5 Relation avec la fatigue

Questionnaire de condition physique Nous avons constaté que l'état *"light"* était positivement corrélé à la qualité du sommeil, à l'humeur et à la forme physique (figure 3.9), c'est-à-dire que mieux les athlètes évaluaient la qualité de leur sommeil, leur humeur et leur forme physique, plus la probabilité d'être en l'état *"light"* était élevée. L'état *"heavy"* est négativement corrélé avec la qualité du sommeil, l'humeur, la forme physique et est positivement corrélé avec le nombre de symptômes menstruels. Une corrélation négative est

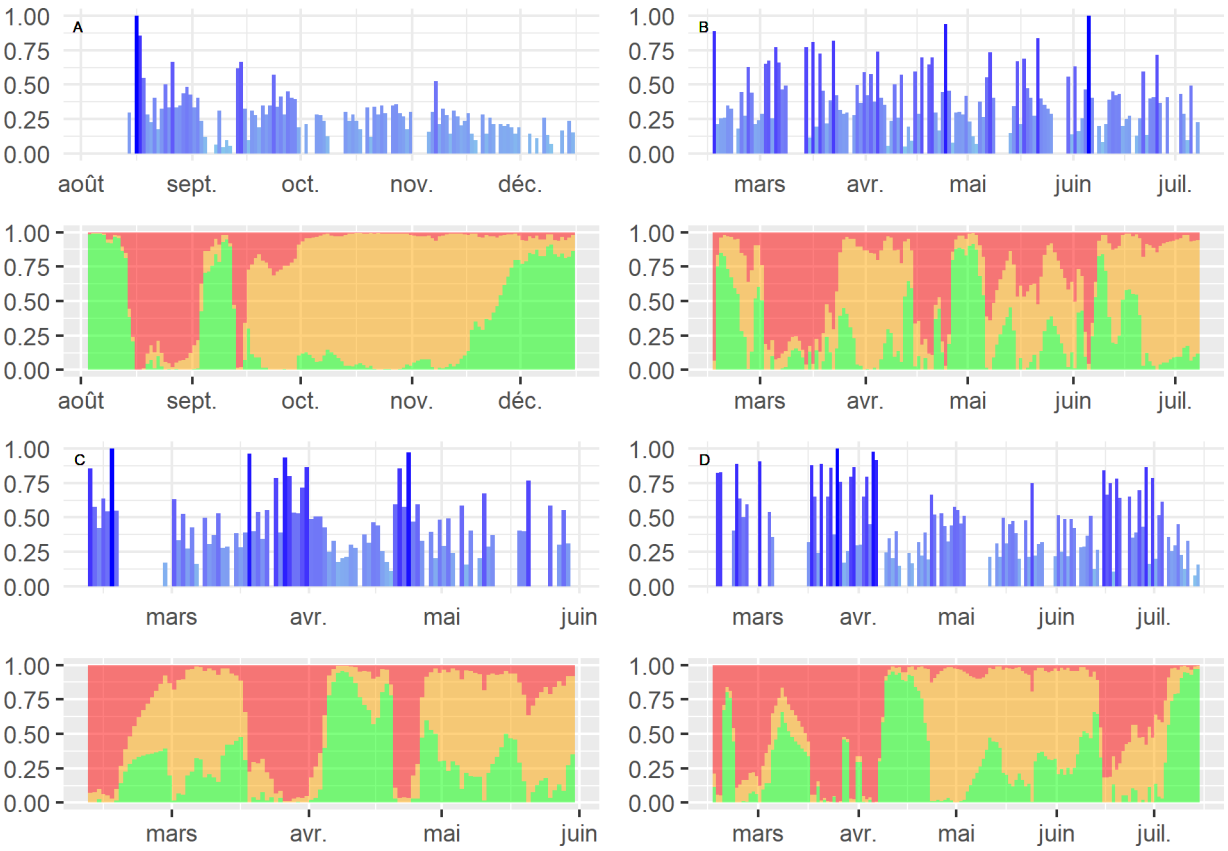

Figure 3.8: Exemple individuel de l'évolution de la charge de travail et du résultat de l'algorithme MILS. Pour chaque individu, le graphique ci-dessus représente la charge C pour la journée t. La figure ci-dessous montre les probabilités d'être dans chaque état chaque jour t. Chaque jour, la somme des probabilités est égale à 1

observée entre l'état *"moderate"* et l'humeur.

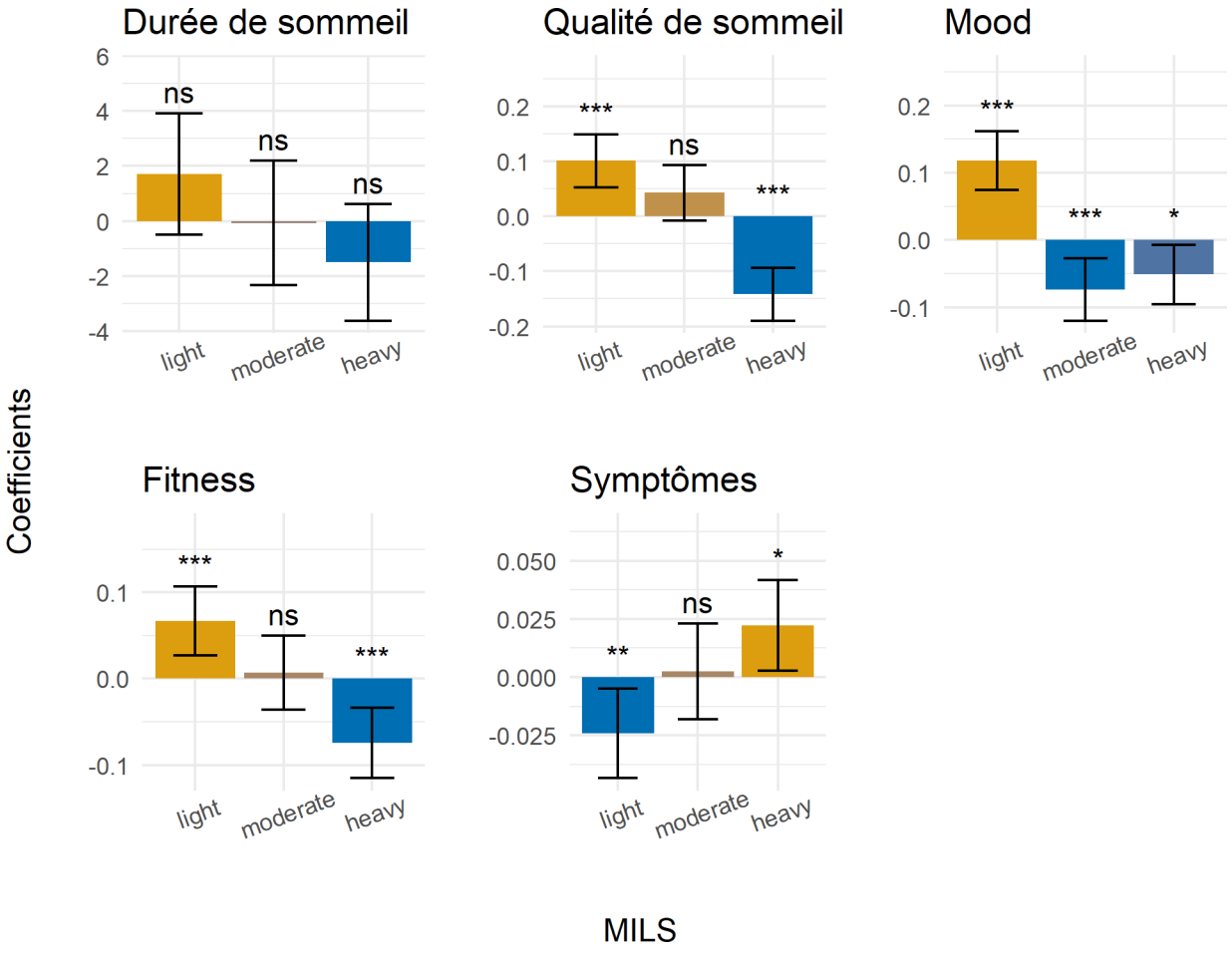

Figure 3.9: Estimation de paramètres du modèle mixte pour expliquer les variables quotidiennes du questionnaire par états MILS. Plus l'estimation (en or) est élevée, plus la variable est positivement liée à l'état MILS. Plus l'estimation est basse (en bleu), plus la variable est liée négativement à l'état du MILS étudié.

Variations hormonales L'état *"light"* est significativement et négativement associé aux niveaux de progestérone en le considérant isolé des phases du cycle. Autrement dit, plus le niveau de progestérone est élevé, moins la probabilité pour un athlète d'être dans l'état *"light"* (figure 3.10) est grande. Quant à l'état *"heavy"*, il présente une corrélation positive avec la progestérone. En revanche, nous n'identifions pas de corrélations significatives entre les états MILS et la testostérone ou l'estradiol.

Phases menstruelles Sur l'ensemble du cycle menstruel, il est observé une cyclicité inverse entre l'état *"light"* et l'état *"heavy"* (figure 3.11). L'intervalle de confiance de l'état *"light"* est supérieur à l'intervalle de confiance de l'état *"heavy"* à partir de 8% et n'est plus à partir de 53%. Inversement, l'intervalle de confiance de l'état *"heavy"* est supérieur à l'intervalle de

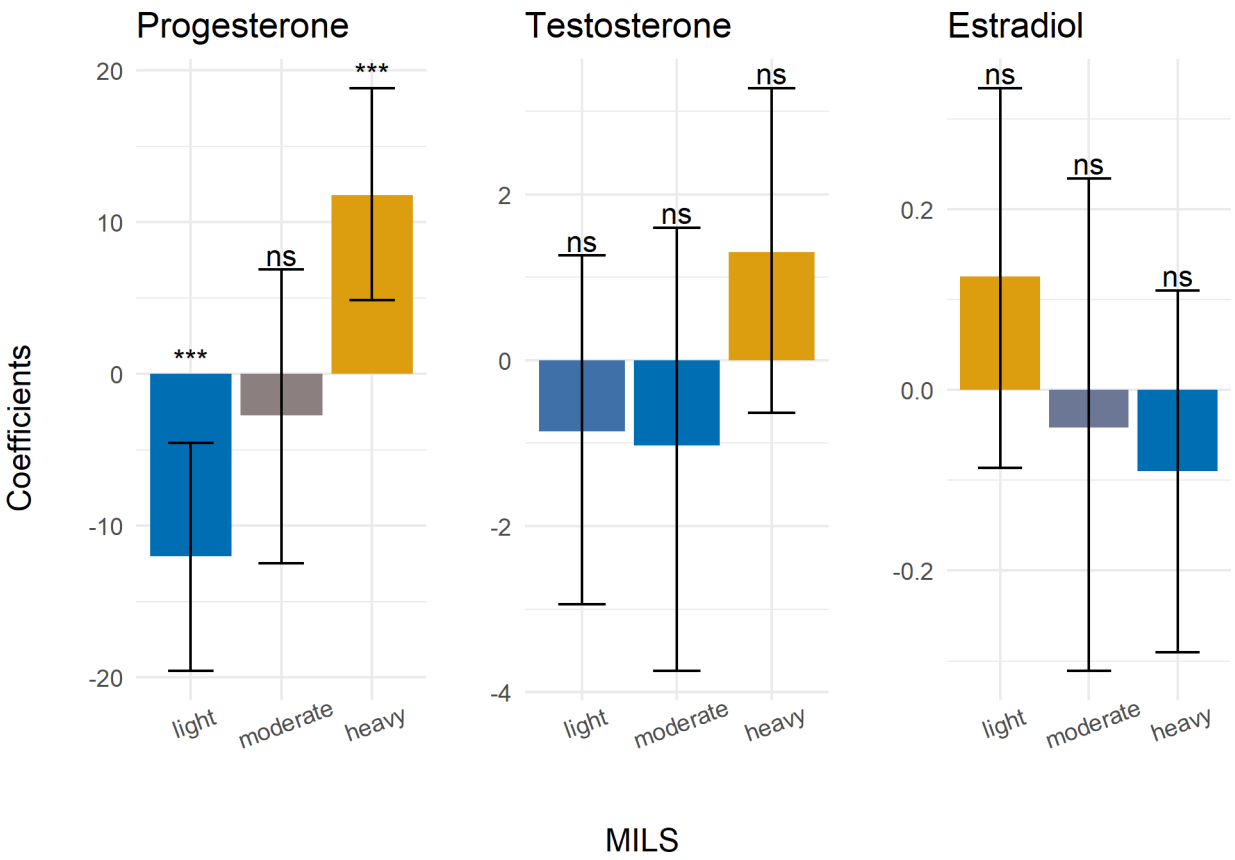

Figure 3.10: Estimation des paramètres du modèle mixte pour expliquer les niveaux d'hormones par les états du MILS. Plus l'estimation est élevée, plus la variable hormonale est positivement corrélée à l'état du MILS étudié. Plus l'estimation est basse, plus la variable hormonale est négativement liée à l'état du MILS étudié.

confiance de l'état *"light"* à partir de 63% et n'est plus à partir de 96%.

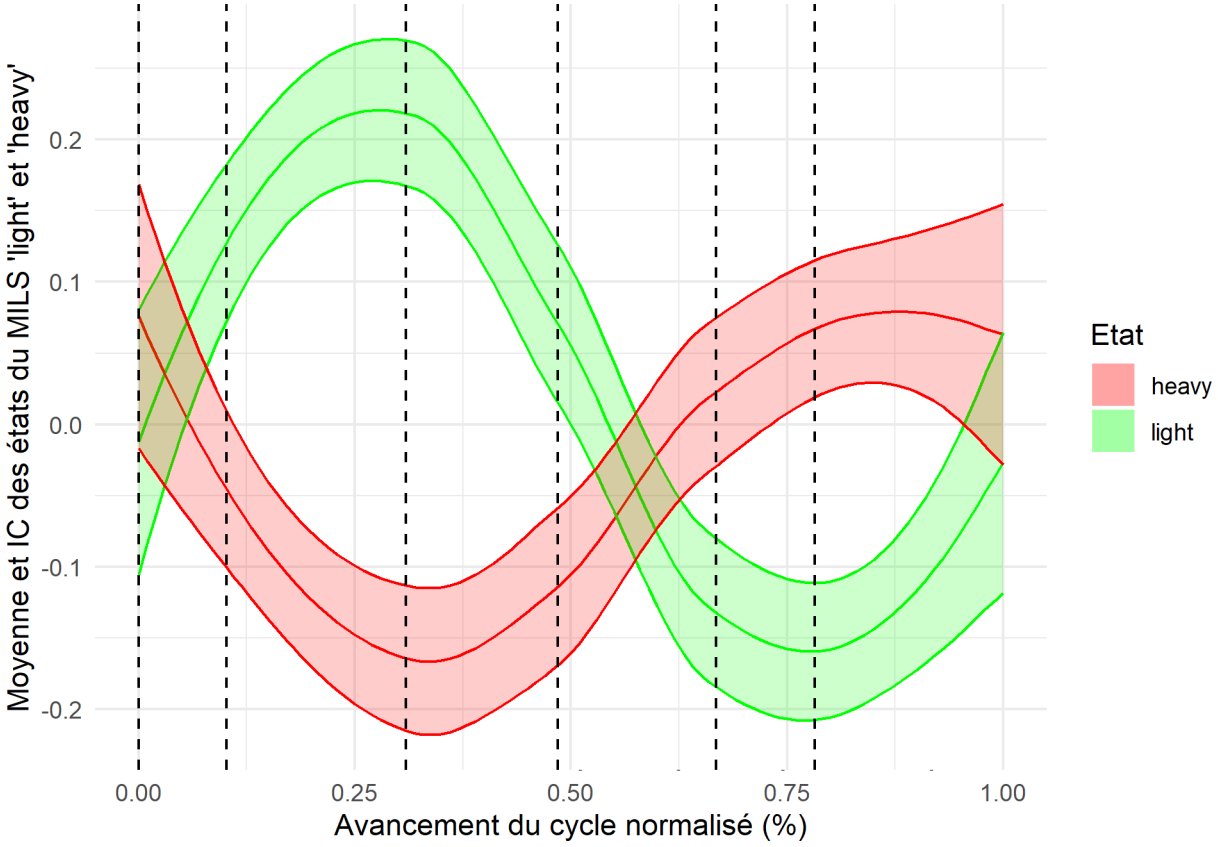

Figure 3.11: Evolution de l'état 'light' et 'heavy' au cours de la phase du cycle naturel

Durant le cycle hormonal, une alternance cyclique est observée entre les états *"light"* et *"heavy"*, comme le montre la figure 3.12. L'état *"light"* est supérieur à partir de 50% et n'est plus à partir de 92%. Inversement, l'état *"heavy"* est supérieur à partir de 4% et n'est plus à partir de 32%.

3.1.6.6 Le MILS comme proxy de la réponse à la charge de travail

Les fonctionnalités mathématiques du MILS, permettant de diviser la réponse de la charge de travail en plusieurs états cachés, offrent une meilleure approche pour étudier des variables complexes. La réponse à la charge de travail est sujette à cette hypothèse de complexité, notamment lorsqu'on souhaite la lier à des variables inhérentes à la performance [204]. On peut aussi facilement qualifier la fatigue comme un état latent, inhérente à la vie, que l'être humain évalue la plupart du temps de manière subjective. L'algorithme MILS permet de relativiser un état de faibles capacités adaptatives par rapport à des états avec plus de réserve, avec des transitions entre ces différents états en fonction de la dynamique de charge.

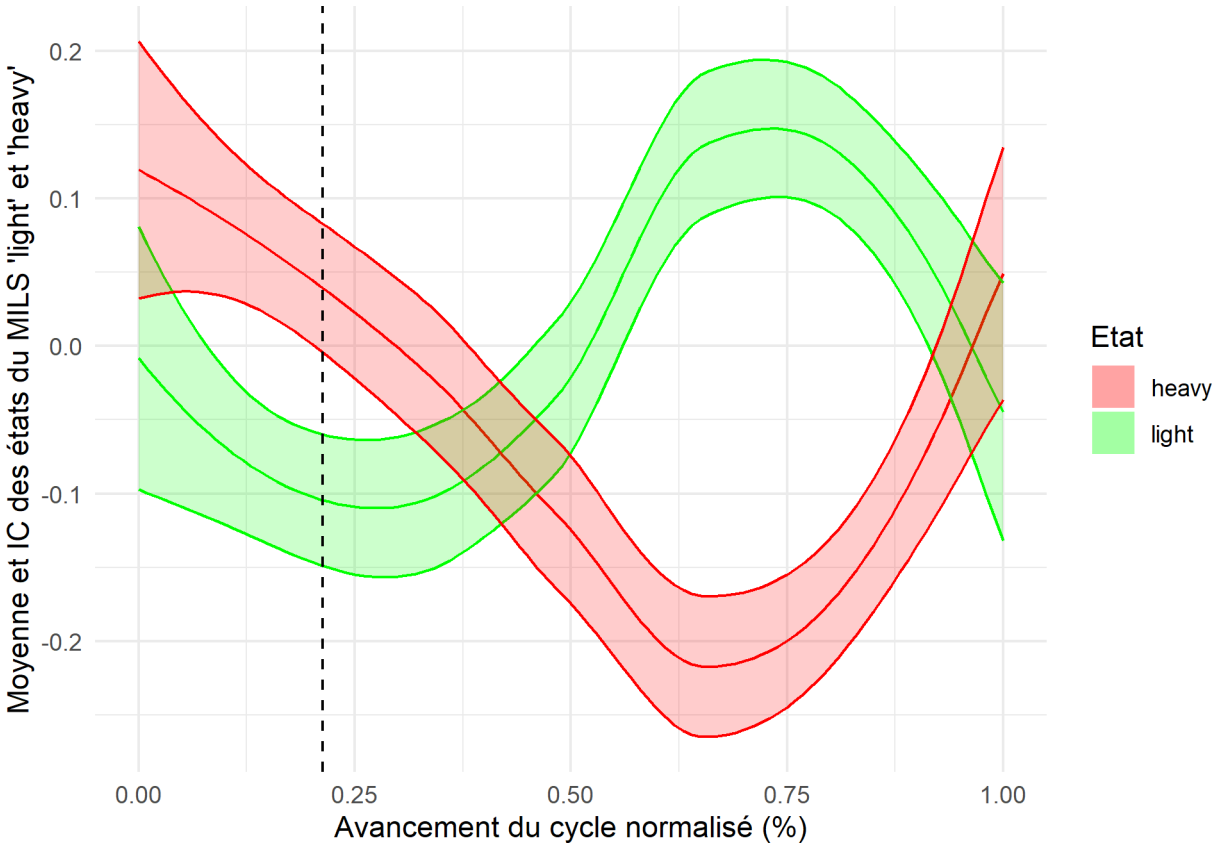

Figure 3.12: Evolution de l'état 'light' et 'heavy' au cours de la phase du cycle hormonal

On identifie donc l'état *"light"* qui pourrait correspondre à un état avec une marge d'adaptation dans lequel l'athlète peut augmenter sa charge de travail sans risque de surentraînement, un état *"moderate"* dans lequel la charge augmente mais les capacités d'adaptation peuvent persister, l'athlète absorbe la charge de travail et continue à créer des adaptations. L'état *"heavy"* se caractérise par une charge élevée, couplée à des capacités d'adaptation qui paraissent diminuées. L'athlète semble présenter une moindre tolérance à la charge de travail.

Cette division permet, par rapport à d'autres modèles de charge, tels que REDI [176] et EWMA [175], de prendre en compte la complexité de la réponse de charge. L'avantage du REDI était d'être robuste aux données manquantes en remplaçant pour le jour manquant, la valeur du REDI de la veille [176] (cf 3.1.4.1). Le comportement du MILS face aux données manquantes semble plus adapté, n'utilisant que la matrice de transition pour prédire les probabilités du jour suivant et fixant les probabilités d'émission de manière équiprobable. En résumé, nous estimons les probabilités de réponse de charge de travail les plus probables en nous basant uniquement sur les transitions entre les passages d'état. À l'instar du modèle de Foster, notre approche repose sur des variables liées à l'effort perçu et à la durée [168]. Cette variable avait déjà montré son utilité pour quantifier l'intensité d'une séance en la comparant au temps passé dans les différentes zones de fréquence cardiaque [169], ce qui est plus simple que de disposer des données de fréquence cardiaque du modèle TRIMP [162]. De plus, le calcul de la RPESession du modèle de Foster permet de quantifier le stimulus généré par un entraînement ou une compétition, mais les méthodes proposées pour relier les indicateurs de monotonie, de stress et de fitness à la fatigue ne sont pas assez robustes [169]. Tous les modèles proposés jusqu'à présent sont descriptifs et calculent des indicateurs tels que la moyenne ou l'écart type de la charge de travail. Ainsi, ce sont de bons modèles pour quantifier la charge cumulée, mais pas pour estimer la réponse à cette charge dynamique. Le MILS est le premier modèle d'inférence basé sur des paramètres non supervisés optimisés spécifiquement pour un échantillon via la vraisemblance. Les paramètres estimés et les résultats sont donc spécifiques à la population étudiée. En estimant une variable latente à l'aide d'une matrice d'émission et de transition, il est donc le premier modèle à quantifier la réponse à la charge de travail. Les chaînes de Markov ont déjà montré leur efficacité pour modéliser l'alternance entre un état actif et un état inactif [215].

Les caractéristiques du MILS ont donc permis d'étudier des phénomènes dynamiques complexes tels que les cycles menstruels. En effet, la cyclicité trouvée montre la pertinence de comprendre les transitions hormonales à travers une perspective physiologique d'une succession continue d'états différents, plutôt que d'isoler des moments précis. Dans le groupe MC, nous avons observé que la transition de l'état de réserve *"light"* à l'état *"heavy"* se produit presque en

même temps que la transition de la phase folliculaire à la phase lutéale, c'est-à-dire avant et après une ovulation estimée. De plus, les différences les plus marquées se produisent sur le milieu de la phase hormonale [201,216], (c'est-à-dire la phase mi-folliculaire par rapport à la phase mi-lutéale), où la plupart des études ont observé un impact du cycle menstruel sur les indicateurs de performance des athlètes [202,209]. Enfin, ces différences se reflètent de manière comparable de la phase folliculaire à la phase lutéale, avec une continuité observée de la phase prémenstruelle à la phase menstruelle.

3.2 *Etude ancillaire : Les chaînes de Markov cachées pour identifier des seuils d'effort*

3.2.1 Contexte

Les variables de charge interne permettent d'estimer un niveau d'effort physiologique [217]. Les variables les plus utilisées pour quantifier l'effort sont le lactate sanguin, la consommation d'oxygène (VO2) ainsi que la fréquence cardiaque. Bien que moins couramment utilisée, la saturation musculaire en oxygène offre des informations pertinentes, comme le suggère [218]. Bien que cet indicateur ne puisse être mesuré directement, il est possible de l'estimer grâce à l'outil Moxy. Le Moxy est un moniteur d'oxygène musculaire placé sur la peau qui estime la saturation locale en oxygène (SmO2) et l'hémoglobine totale (THb) à l'aide de la spectroscopie proche infrarouge [219]. En évaluant l'équilibre entre l'apport et la demande d'oxygène dans les muscles qui travaillent, l'appareil aide à déterminer l'état physiologique et l'efficacité de l'entraînement.

Le moniteur Moxy est souvent utilisé dans des sports d'endurance tels que le cyclisme [220], la course [221] ou encore l'aviron [222], où la compréhension et l'optimisation de l'utilisation de l'oxygène peuvent avoir un impact significatif sur les performances. Il permet aux athlètes et à leurs équipes de soutien de recueillir des données objectives pour guider les décisions d'entraînement et améliorer les performances sportives globales.

A partir de ces différentes variables de charge interne, plusieurs seuils sont couramment estimés et utilisés dans les sports d'endurance [223,224] :

- **Seuil anaérobie** (également connu sous le nom de seuil de lactate ou LT) : ce seuil représente le point auquel la production de lactate dépasse la capacité de l'organisme à le recycler, entraînant une augmentation exponentielle de la concentration de lactate dans le sang [225]. Cet indicateur est fréquemment employé pour signaler la transition

entre le métabolisme aérobie et anaérobie. Il survient généralement à environ 80 à 85 % de la fréquence cardiaque maximale d'un individu mais peut varier de manière importante selon le profil physiologique.

- **Seuil ventilatoire 1** (VT1 ou LT1) : cette notion fait référence au point auquel il y a une augmentation du taux de ventilation (respiration) pendant l'exercice. La première inflexion observée dans la cinétique du lactate et le premier seuil ventilatoire partagent une base physiologique commune. En effet, la production supérieure de lactate est concomitante à une production d'ions hydrogène (acidifiant la cellule), qui sont tamponnés par le bicarbonate conduisant à une augmentation relative d'oxygène. La détection des seuils ventilatoires est une méthode d'évaluation définie comme une réponse ventilatoire disproportionnée par rapport à la consommation d'O_2 de l'organisme.
- **Seuil fonctionnel** (FTP) : cet indicateur est couramment utilisé dans les sports d'endurance, notamment la course à pied et le cyclisme, pour déterminer les zones d'entraînement. La FTP symbolise la puissance maximale qu'un athlète est en mesure de soutenir sur une durée de 60 minutes. Cette mesure quantifie un effort de haute intensité soutenu sur la durée. L'entraînement au niveau ou près du niveau de FTP peut améliorer la capacité d'un athlète à maintenir un rythme ou une puissance élevée pendant de plus longues durées.

Ces seuils représentent des paliers physiologiques et répondent à des protocoles bien précis en laboratoire [226], mais ne sont estimés en pratique qu'à partir d'équations générales prédéfinis. Est-il possible d'identifier des seuils basés sur une approche statistique en utilisant la dynamique de réalisation d'un test en laboratoire ?

3.2.2 Protocole

Six athlètes de niveau international masculin spécialisés en ski de fond ont réalisé un test incrémental physiologique sur tapis (table 3.2).

Les variables de fréquence cardiaque et de saturation d'oxygène dans les ischio-jambiers, vaste interne, vaste externe et triceps ont été recueillies à chaque seconde du test pour l'ensemble des skieurs avec le moniteur d'oxygène musculaire Moxy.

3.2.3 Analyse en composantes principales

Une analyse en composantes principales a été réalisée sur les variables de fréquence cardiaque et de saturation d'oxygène dans les ischio-jambiers, vastes interne, vastes externe et triceps,

Table 3.2: Protocole de test physiologique incrémental

Pallier	Vitesse (km/h)	Pente (%)
1	8	6
2	9	6
3	10	6
4	11	6
5	12	6
6	13	6
7	13.5	7
8	14.2	7
9	14.9	7
10	15.6	7
11	16.3	7
12	17	7
13	17.3	8
14	17.8	8
15	18.3	8
16	18.8	8
17	19.3	8
18	19.8	8

normalisées pour chaque individu. Elle a permis d'identifier les liens entre les variables.

Le 1^{er} axe principal, qui explique 76.48% de l'information représente l'intensité de l'effort global. A gauche de l'axe se trouvent les moments de test avec une fréquence cardiaque plus élevée et un taux d'oxygène musculaire plus faible. A droite de l'axe se trouvent les moments avec une fréquence cardiaque plus faible et un taux d'oxygène plus élevé.

Le 2^{e} axe principal, expliquant 13.98% de l'information, met en évidence l'opposition entre la consommation d'oxygène dans les parties supérieures et inférieures du corps. En haut de l'axe se trouvent les moments de test avec un taux d'oxygène plus élevé dans les triceps par rapport aux ischios jambiers, et en bas de l'axe se trouvent les moments avec un taux d'oxygène plus élevé dans les ischios jambiers que dans les triceps.

3.2.4 Calcul des états d'intensité

Pour identifier des états différents inconnus liés aux multiples variables étudiées, nous modélisons par une chaîne de Markov cachée l'évolution des tests physiologiques avec les coordonnées sur l'axe 1 représentant l'intensité. Conformément au nombre d'états utilisé dans les sports d'endurance (cf 3.2.1), souvent égal à 3, nous avons choisi d'identifier 3 états cachés.

La figure 3.14 représente la matrice de transition de la chaîne de Markov cachée réalisée sur la composante représentant l'intensité. Il est à noter qu'une transition directe de l'état 1 à l'état 3 n'est pas possible. Les moyennes de densité conditionnelle gaussienne sont estimées

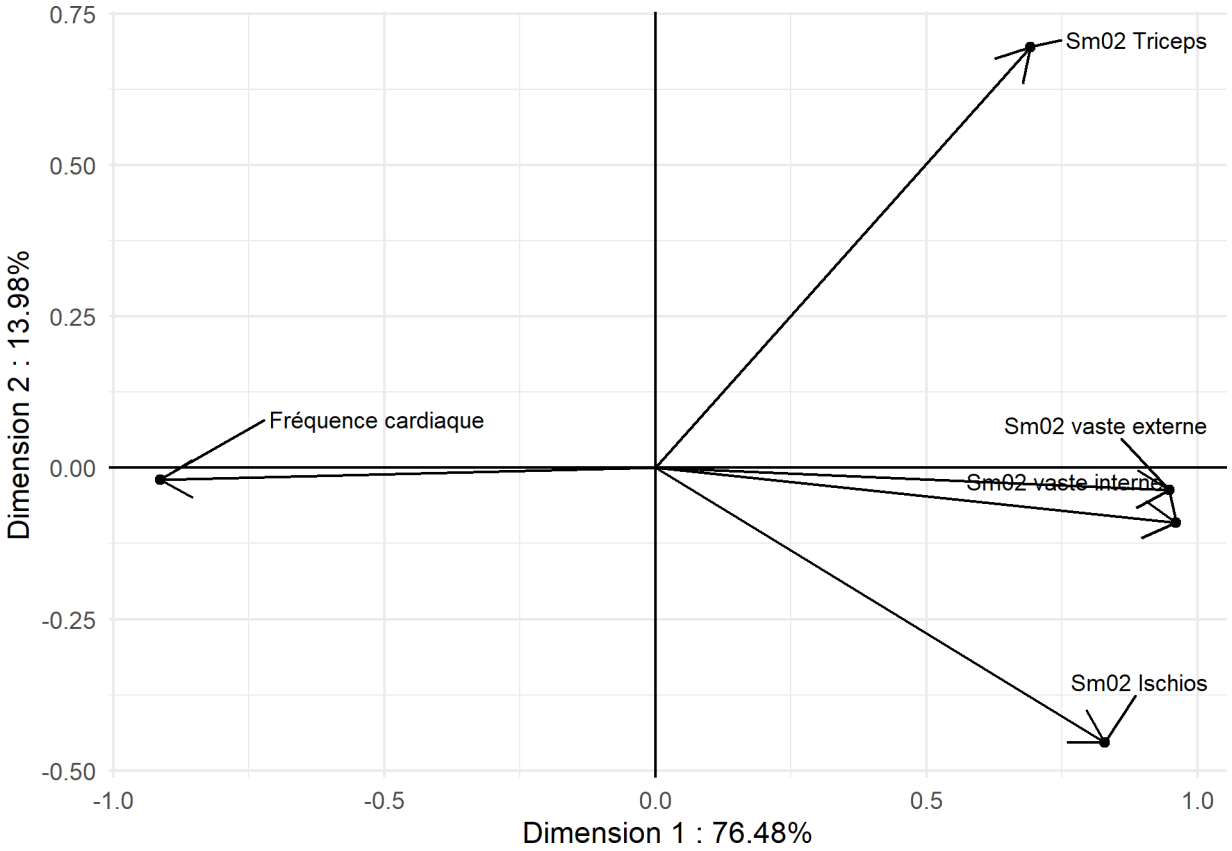

Figure 3.13: Cercle des corrélations de l'analyse en composantes principales sur les variables de fréquence cardiaque et de saturation d'oxygène musculaire. La variance totale expliquée est de 90.46%. L'axe 1 (horizontal) représente l'intensité du test L'axe 2 représente l'équilibre haut et bas du corps durant le test

par -0.74, -0.01, 0.79 et les écarts types sont estimés par 0.52, 0.75, 1.1 pour les états 1, 2 et 3 respectivement.

Il a donc été constaté qu'il y a plus de chance d'observer l'état 1 si l'intensité est faible, tandis qu'on a plus de chance d'observer l'état 3 si l'intensité est élevée.

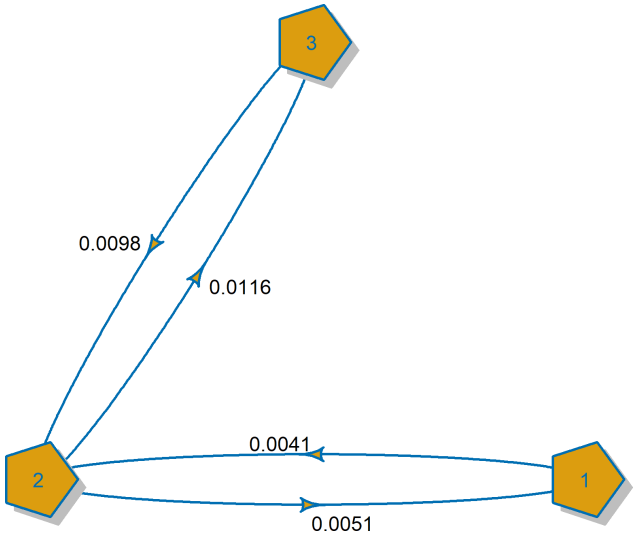

Figure 3.14: Matrice de transition de la chaîne de Markov cachées réalisée sur les coordonnées du premier axe de l'analyse en composantes principales

La figure 3.15 montre les résultats de la chaîne de Markov cachée au cours des 6 tests incrémentaux effectués en laboratoire. La courbe violette représente la fréquence cardiaque de l'individu ayant réalisé le test, la partie verte représente l'état latent identifié comme *"faible intensité"*, l'état orange comme l'état de *"moyenne intensité"* et l'état rouge comme l'état de *"forte intensité"*. Les trois tracés horizontaux correspondent aux trois seuils déterminés par les analyses de laboratoire (seuil 1, seuil 2 et seuil max).

On remarque que les états identifiés sont liés à l'augmentation de la fréquence cardiaque et donc de l'intensité globale au cours du test. De plus, les périodes de récupération, identifiées par une baisse temporaire de la fréquence cardiaque, correspondent souvent à un changement d'état vers l'état d'intensité inférieur. En utilisant la fréquence cardiaque comme seule variable observée, ces seuils pourraient être appliqués en conditions réelles lors d'entraînements ou de compétitions pour quantifier le temps passé dans chaque état identifié.

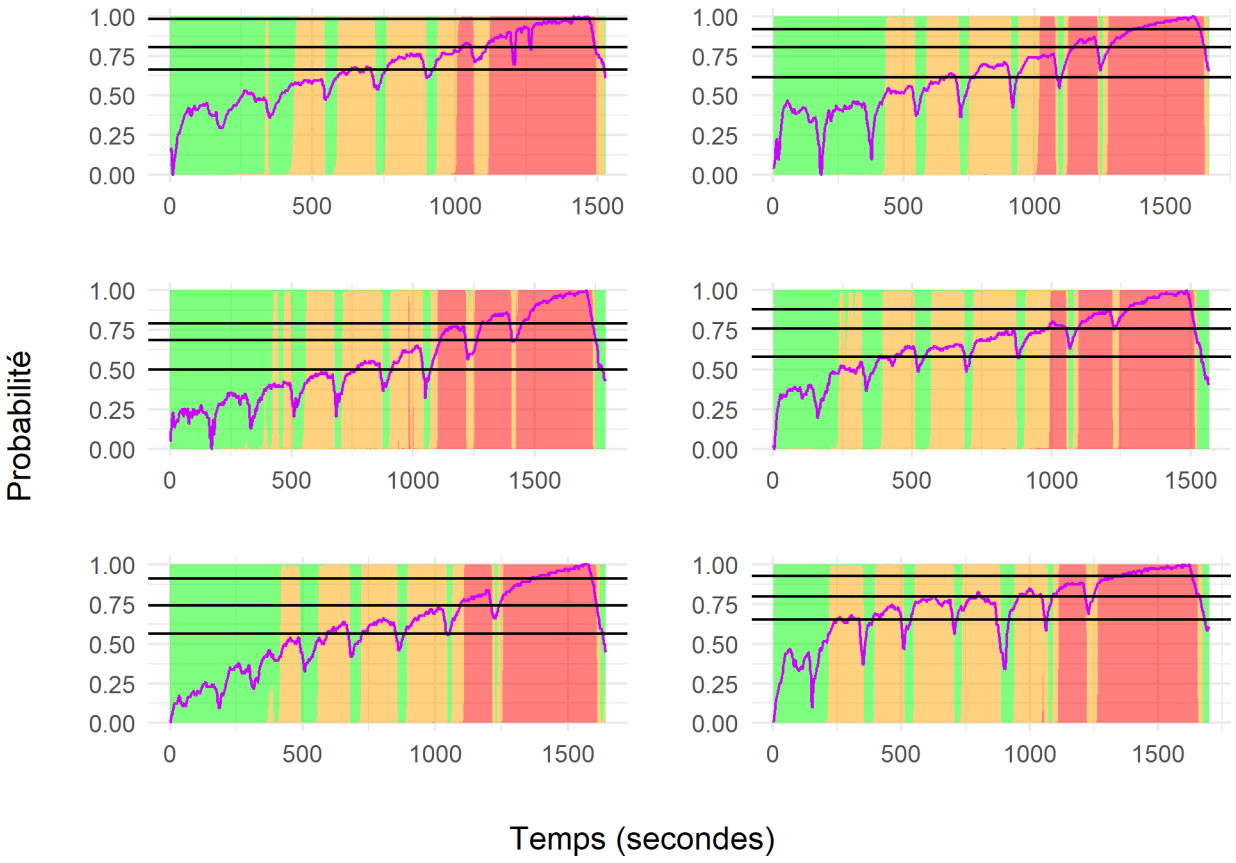

Figure 3.15: Probabilités estimées des états d'intensité pendant les 6 tests incrémentaux. Les états vert, orange et rouge correspondent respectivement aux états de faible, moyenne et forte intensité.

3.3 Résumé

Dans ce chapitre, nous modélisons la dynamique de charge par des chaînes de Markov cachées. Ainsi, nous avons développé le modèle MILS, le premier modèle capable de mesurer la réponse associée à charge de travail et la réponse cumulée de l'athlète à cette charge. Ce modèle est particulièrement utile pour suivre la charge d'entraînement chez les athlètes dans les sports où les mesures objectives ne sont pas disponibles, et pour étudier des variables complexes et latentes telles qu'un continuum de fluctuations hormonales. S'appuyant sur ce modèle, nous mettons en évidence un rythme biologique basé sur une réponse d'entraînement cyclique associée au cycle menstruel ou à l'utilisation d'une contraception hormonale. Nous avons également constaté que le bien-être des athlètes, indépendamment de la phase de cycle dans laquelle elles se trouvent, influence la réponse à la charge d'entraînement. Une meilleure qualité de sommeil, une bonne humeur et une meilleure forme physique augmentent la probabilité de se trouver dans l'état *"light"*. En revanche, la présence de symptômes menstruels et une durée de sommeil nocturne réduite augmentent les chances pour une athlète d'être dans l'état *"heavy"*. Enfin, nous montrons que les chaînes de Markov cachées peuvent permettre d'identifier des seuils d'intensité sur des efforts spécifiques aux sports d'endurance comme le biathlon à l'aide de la fréquence cardiaque et du taux d'oxygène musculaire.

3.4 Transition : la dynamique à l'échelle d'une vie, d'une saison, d'une performance

Nous renforçons l'importance de la dynamique sur la performance maximale en ski. D'une trajectoire à long terme (cf 2) à la cyclicité à moyen terme, la dynamique de performance s'inscrit également dans un temps beaucoup plus court, celle d'une compétition.

Chapitre 4

Comprendre la dynamique de course pour optimiser le résultat

La dernière partie de la thèse nous amène à réduire davantage l'échelle de la dynamique de performance, en nous concentrant sur la spécificité d'une compétition de ski alpin et de combiné nordique. Ici, l'objectif est d'approfondir notre compréhension des facteurs qui influencent la performance à un niveau microscopique, au cours d'une seule compétition. Cette échelle de granularité permettra de dévoiler des résultats qui guideront les athlètes dans l'adaptation de leurs stratégies de compétition. En passant de la saison à la compétition en ski, notre recherche creusera plus profondément dans les mécanismes qui déterminent la performance lors d'une épreuve spécifique, fournissant ainsi des informations pour l'entraînement et la prise de décision des athlètes de ski alpin et de combiné nordique. Cette transition stratégique dans notre approche de la dynamique de performance renforce la volonté de fournir des informations pratiques et immédiatement applicables pour améliorer la performance sportive de manière significative.

- *Comment anticiper le classement en ski alpin en se basant sur la dynamique de course ?* À l'échelle d'une épreuve, l'analyse de la dynamique de performance revêt une importance cruciale. Cette démarche adoptera une perspective holistique afin d'examiner de manière approfondie la dynamique de la course et sa corrélation avec le classement final.

- *L'évolution de la course est-elle liée au résultat final en combiné nordique ?* La course de combiné nordique possède un déroulé atypique avec un concours de saut à ski puis une course de ski de fond. En représentant le rang successif durant la course à travers

un processus stochastique, une estimation du classement final sera effectuée en fonction de son évolution pendant la compétition.

4.1 Etat de l'art : la performance en ski est multifactorielle

4.1.1 Une course de ski alpin, un parcours "non linéaire"

Afin d'optimiser leur temps de course, les skieurs alpins sont contraints d'ajuster continuellement leur stratégie et technique. Les skieurs effectuent des virages en fonction de leur position, de leur vitesse et de leur équilibre (influencés par le virage précédent), de leur capacité individuelle évoluant avec la fatigue (technique, physique, psychologique) et de facteurs environnementaux (caractéristiques de la neige et micro-reliefs, inclinaison, visibilité, parcours, réglages, matériel de ski) [227]. Cet élément environnemental souligne l'importance de la dimension stratégique dans le contexte des courses de ski alpin [228]. Effectivement, lors de chaque virage, il est impératif pour le skieur d'établir diverses stratégies [229,230]. Les stratégies adoptées durant les virages sont intrinsèquement liées aux spécificités du tracé [228]. Par conséquent, la performance des athlètes lors d'une course de ski est modulée par deux facteurs déterminants : la vitesse et le trajet sélectionné entre les portes [230]. Cette dimension stratégique a incité une fraction de la communauté scientifique à caractériser le profil du parcours, la géomorphologie sous-jacente et la corrélation existante avec la vitesse [231] dans le but de prévenir les blessures. Parmi les autres facteurs influençant le temps d'une course, les conditions environnementales jouent un rôle important. En effet, le froid peut alterner les fonctions cognitives des skieurs [232] et donc réduire la vitesse de course. Les conditions de neige peuvent aussi influencer le temps de course [233]. L'aspect multi-factoriel de la performance en ski alpin [234] rend donc la compréhension de celle-ci complexe, notamment lorsqu'on essaye d'isoler chacun de ces effets.

Le résultat de compétition découle donc directement de l'ensemble de ces facteurs. Cependant, la complexité de cette relation rend difficilement objective la part de chacune des variables explicatives dans l'objectif de prédire le résultat final. En résumant l'ensemble de ces informations dans la dynamique d'une course, il est possible de prédire la finalité d'une compétition en fonction du déroulement de celui-ci, et donc d'optimiser la stratégie de course. La stratégie de course est une approche planifiée et tactique pour maximiser les chances de succès en compétition. En triathlon par exemple, nous avons calculé l'ensemble des probabilités de classement final selon le classement à un moment précis de la course [16]. En étudiant l'évolution des vitesses au cours du temps, une étude a montré des différences stratégiques entre les hommes et les femmes en athlétisme sur 10 000 mètres [235]. Enfin, en catégorisant

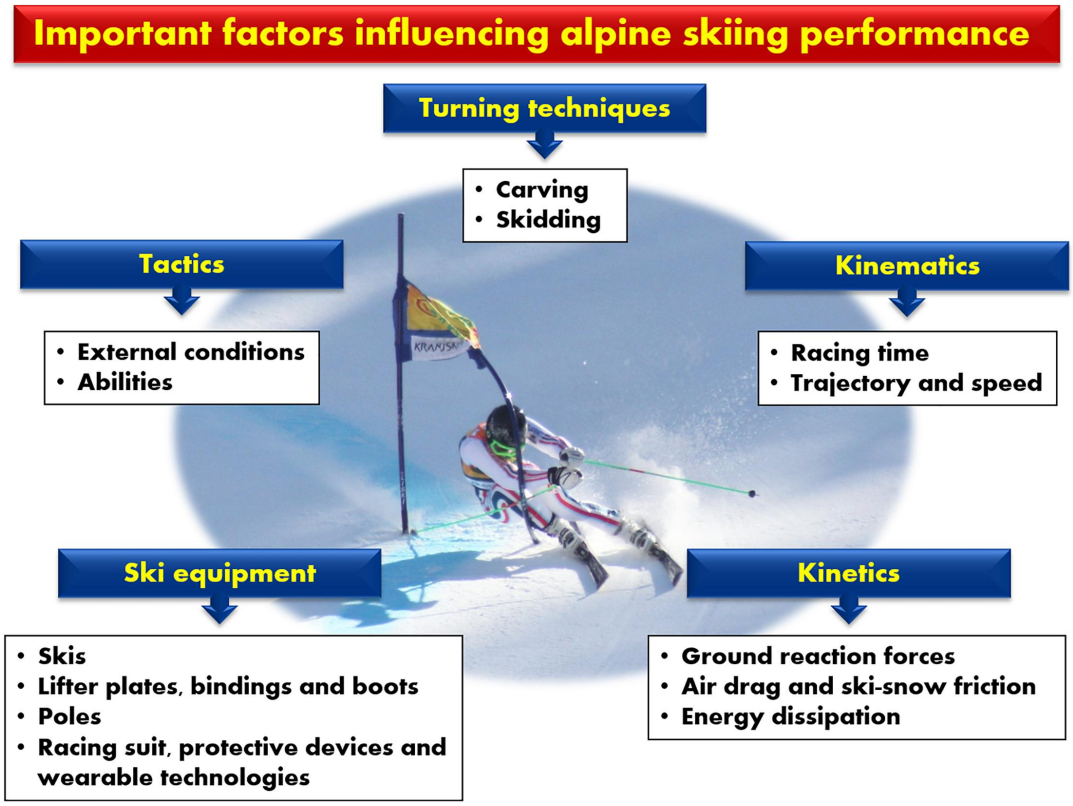

Figure 4.1: Déterminants de la performance des skieurs alpins olympiques (extrait de [234]).

les morphologies, nous avons montré le lien entre les paramètres anthropométriques et la dynamique de course en aviron [17]. Ainsi, le ski alpin est une discipline complexe où divers facteurs intrinsèques et extrinsèques interagissent pour influencer la performance.

4.1.2 Le combiné nordique, une course coupée en deux

Le combiné nordique est une discipline qui combine le ski de fond et le saut à ski. Dans une course de combiné nordique, les athlètes concourent dans les deux disciplines, leurs performances dans chaque épreuve contribuant à leur score global [236]. La course commence par une compétition de saut à ski, où chaque athlète réalise deux sauts à ski. La longueur et le style des sauts sont évalués par des juges, qui attribuent des points en fonction de la distance, de la forme et de l'atterrissage. Après la compétition de saut à ski, les athlètes participent à une course de ski de fond. La durée de la course et le nombre de tours peuvent varier selon la compétition. L'ordre de départ est basé sur les résultats de la compétition de saut à ski, l'athlète qui a marqué le plus de points partant en premier, suivi du deuxième meilleur marqueur, et ainsi de suite. Les temps d'arrivée des athlètes dans la course de ski de fond sont ensuite combinés avec leurs scores de saut à ski pour donner un score final.

L'athlète avec le score final le plus élevé est le vainqueur de la course de combiné nordique.

De par la nature même de cette discipline, la performance en combiné nordique requière une palette de compétence équilibré entre les deux épreuves, à savoir des capacités techniques bien développées, de la flexibilité, une impulsion verticale élevée et une faible masse corporelle pour le saut à ski [5,237–239]. Des capacités aérobies élevées, ainsi que des qualités techniques influençant l'efficacité du ski et des capacités de sprint final pour la performance en ski de fond sont également déterminantes dans la performance [240,241].

La littérature scientifique sur l'optimisation de la performance en combiné nordique s'est souvent intéressée aux indicateurs physiologiques, techniques ou technologiques [242], visant à optimiser les deux épreuves indépendamment l'une de l'autre sans prendre en compte la continuité. Nous ambitionnons d'étudier la course de combiné nordique comme une succession d'un saut à ski et d'une course de ski de fond.

4.2 Analyse de la dynamique d'une course de ski alpin

Avec une approche globale de la performance en ski alpin, nous intégrons tous les facteurs explicatifs dans l'analyse des temps réalisés sur les différentes portions de course. Nous ambitionnons dans ce chapitre d'estimer l'importance de l'aspect longitudinale en coupe du monde de ski alpin par un modèle linéaire à effets mixtes, et d'établir un profil de chaque piste et skieur étudié.

En coupe du monde, une compétition de slalom se déroule de la manière suivante. Tout d'abord, durant la première manche, les skieurs s'élancent un par un sur la piste en partant d'un portillon de départ. Leur ordre de départ est déterminé par leur classement actuel dans la compétition ou par leur performance dans les manches précédentes. Les skieurs doivent passer à travers des portes, marquées par des piquets, dans un ordre spécifique et en suivant une trajectoire précise. Le but est de descendre le plus rapidement possible tout en passant à travers toutes les portes. Le temps de chaque skieur est enregistré à la ligne d'arrivée, et les résultats sont classés en fonction du temps le plus rapide. Pour la deuxième manche, les 30 premiers skieurs du classement général sont qualifiés pour une deuxième manche. Les skieurs partent dans l'ordre inverse de leur classement, de manière à ce que les meilleurs skieurs partent en dernier. Au final, les temps des deux manches sont combinés pour donner le temps total du skieur. Le skieur avec le temps total le plus rapide est déclaré vainqueur de la course. Généralement, les courses de slalom sont découpées en quatre portions.

4.2.1 Méthodes

4.2.1.1 Population

La population est constituée de l'ensemble des courses individuelles masculines de coupe du monde depuis la saison 2018-2019 jusqu'à la saison 2022-2023 en slalom. Au total, 33 courses différentes ont été analysées pour 90 skieurs distincts. Les résultats de courses finaux ainsi que par portion de course sont disponibles sur le site de la Fédération Internationale de Ski (FIS) [1]

4.2.1.2 Normalisation des variables

Les conditions changent selon les années, la manche et la piste (que l'on nommera par la ville sur laquelle se situe la piste). Pour pouvoir comparer les temps sur chaque manche indépendamment de ces variables, nous normalisons les performances en centrant et réduisant les temps de chaque portion intermédiaire par rapport à la distribution totale des temps réalisés sur la même portion, la même manche, la même année et la même piste (équation (4.1)). Soit t_s^{ijk} le temps réalisé sur la piste j, à la manche k sur la portion de course s par le skieur i, on calcule le temps normalisé :

$$tn_s^{ijk} = \frac{t_s^{ijk} - \mu_{T_s^{jk}}}{\sigma_{T_s^{jk}}} \tag{4.1}$$

avec $\mu_{T_s^{jk}}$ et $\sigma_{T_s^{jk}}$ les moyennes et écarts types des temps réalisés sur la piste j, à la manche k et sur la portion de course s.

4.2.1.3 Modélisation

Un modèle linéaire à effets mixtes a été employé pour déduire le classement final de chaque manche en se basant sur les temps intermédiaires normalisés :

$$\hat{Y}_{ij} = \beta + tn_1 \cdot (\alpha_1 + \alpha_1^i + \alpha_1^j) + tn_2 \cdot (\alpha_2 + \alpha_2^i + \alpha_2^j) + tn_3 \cdot (\alpha_3 + \alpha_3^i + \alpha_3^j) + tn_4 \cdot (\alpha_4 + \alpha_4^i + \alpha_4^j) + \epsilon_{ij} \tag{4.2}$$

où $\hat{Y}_{ij}$ représente le rang prédit du skieur i à l'issue de la manche effectuée sur la piste j, tandis que tn_1, tn_2, tn_3 et tn_4 illustrent les temps normalisés sur les sections 1, 2, 3 et 4 de la piste. ϵ_{ij} représente les résidus du modèle.

[1] https://www.fis-ski.com/.

Table 4.1: Paramètres fixes du modèle à effets mixtes. α_1, α_2, α_3 et α_4 représentent les coefficients associés à la 1ère, 2e, 3e et 4e portion de course respectivement

	Coefficient	Ecart type	p-value
β	13.99	0.48	**<.0001**
α_1	2.49	0.16	**<.0001**
α_2	3.08	0.34	**<.0001**
α_3	3.06	0.33	**<.0001**
α_4	3.06	0.16	**<.0001**

Les paramètres fixes $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ caractérisent la prépondérance moyenne de chaque segment intermédiaire sur l'agrégat des courses. Par ailleurs, les coefficients aléatoires $\alpha_1^i, \alpha_2^i, \alpha_3^i, \alpha_4^i$ dépeignent l'influence de l'athlète i sur chaque segment, tandis que les paramètres $\alpha_1^j, \alpha_2^j, \alpha_3^j, \alpha_4^j$ illustrent l'impact de la piste j sur chaque segment.

4.2.1.4 Paramètres fixes

Les paramètres fixes nous permettent d'observer que, indépendamment des particularités individuelles et de celles relatives à la piste, les segments 2, 3 et 4 de la course sont prédominants pour le classement final de la manche par rapport au segment 1 (table 4.1). Les paramètres fixes du modèle permettent d'expliquer 78,97% du classement final de la manche.

4.2.1.5 Paramètres aléatoires

4.2.1.6 Effet piste

La figure 4.2 représente les coefficients $\alpha_1 + \alpha_1^j$, $\alpha_2 + \alpha_2^j$, $\alpha_3 + \alpha_3^j$, $\alpha_4 + \alpha_4^j$ pour la piste j.

Interprétation Les coefficients aléatoires $\alpha_1 + \alpha_1^j$, $\alpha_2 + \alpha_2^j$, $\alpha_3 + \alpha_3^j$, $\alpha_4 + \alpha_4^j$ liés à la piste représentent l'importance de chaque portion de course sur le classement final de la manche. Plus le coefficient est élevé, plus la portion de course est associée à une plus grande perte ou gain de place dans le classement final sur la piste j.

Vérification En comparant les rangs prédits par le modèle et les réelles places réalisées, il est possible de calculer un indicateur de fiabilité F du modèle pour chaque piste.

$$F = \frac{(\sum_{n=1}^{N}(Y_n - \hat{Y_n}))^2}{(\sum_{n=1}^{N}(Y_n - \bar{Y}))^2} \tag{4.3}$$

Figure 4.2: Somme des effets fixes et aléatoires du modèle pour chaque course

avec N le nombre d'observations étudiées, Y_n la place réellement obtenue et $\hat{Y}_n$ la place prédite par le modèle pour l'observation n. La figure 4.3 montre pour chaque piste la relation entre le rang réellement réalisé et le rang prédit par le modèle, ainsi que l'indicateur de fiabilité F.

4.2.1.7 Effet skieur

Dans l'optique de comparer les coureurs entre eux, on extrait uniquement les effets aléatoires α_1^i, α_2^i, α_3^i, α_4^i spécifiques au individu i (figure 4.3). Ces coefficients permettent d'estimer pour chaque skieur sa tendance à gagner ou perdre des places sur le classement final sur chacune des portions de course.

Interprétation Plus le coefficient α_s^i associé à la portion de course étudiée s est réduit pour le skieur i, plus son rang estimé est faible et il réalisera donc une meilleure performance. En somme, plus le coefficient est faible, plus le skieur est performant sur la portion de course étudiée par rapport aux autres skieurs.

4.2.2 Intérêt de la méthode

Avec une approche dynamique d'une course de Slalom en ski alpin, nous estimons pour chaque individu et chaque manche, l'importance des différentes portions de course sur la performance

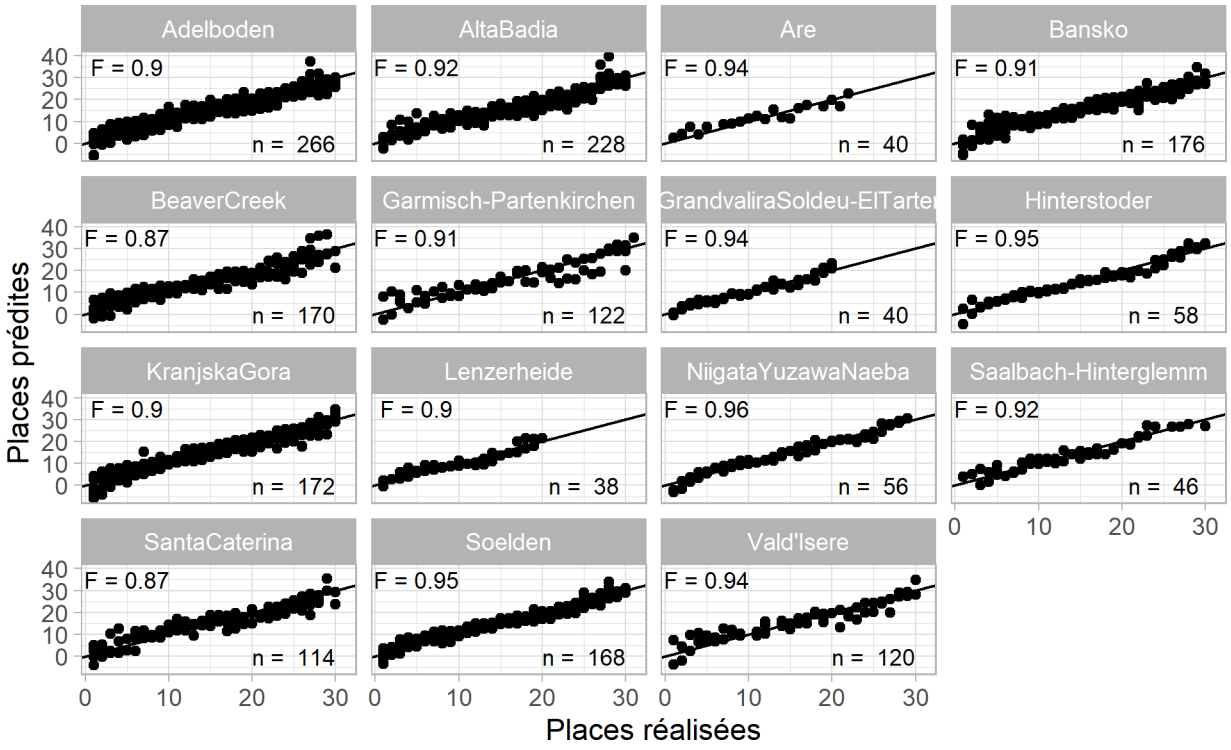

Figure 4.3: Classement prédit par le modèle selon le réel classement pour chacune des courses. La ligne en diagonale représente une prédiction parfaite

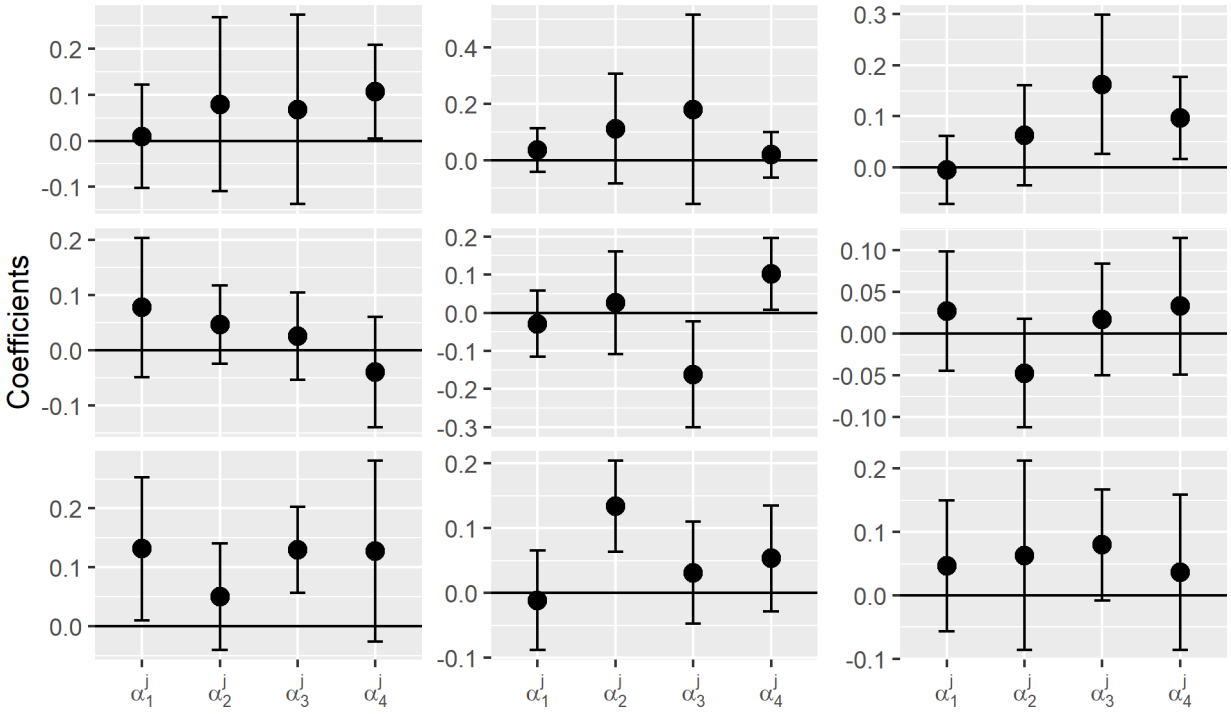

Figure 4.4: Paramètres aléatoires du modèle pour 9 skieurs

finale de la manche. En optant pour cette approche, nous apportons une nouvelle vision pour caractériser la performance en ski alpin. En effet, les études actuelles ont tenté de quantifier la performance en ski alpin par une approche mécanique, par exemple en la définissant comme la perte de temps par dénivelé dt/dz, qui dépend de la vitesse du skieur $v(z)$, et de la distance parcourue par dénivelé d_s/d_z [230]. Ces paramètres biomécaniques ont d'ailleurs montré leur importance dans la performance en ski alpin [227]. Néanmoins, isoler l'importance des facteurs biomécaniques sur la performance est complexe et nécessite des mesures précises et standardisées, s'affranchissant des autres paramètres de course. Parmi eux, les variables environnementales jouent un rôle majeur dans la performance [243]. Par exemple, l'inclinaison de la pente influence la biomécanique des skieurs de slalom de la coupe du monde [244]. En optant pour une vision longitudinale de la performance en ski alpin en résumant l'ensemble de ces informations par le temps réalisé dans chacune des portions de course, et en s'intéressant donc à l'évolution de cette performance au cours de la manche, nous avons permis d'estimer l'importance de l'aspect longitudinale dans la performance en ski alpin. De plus, les effets aléatoires du modèle ont permis d'estimer cette importance pour chaque manche et chaque skieur, rendant cette analyse statistique transférable au terrain. Cet aspect dynamique est également présent dans d'autres disciplines que le ski alpin, comme le combiné nordique.

4.3 Analyse de la dynamique d'une course de combiné nordique

4.3.1 Méthodes

4.3.1.1 Population

Les données de la course de combiné nordique sont disponibles sur le site de la Fédération Internationale de Ski [2]. L'ensemble des courses individuelles de coupe du monde masculine depuis la saison 2020-2021 jusqu'à la saison 2022-2023 ont été analysées. L'épreuve individuelle est l'épreuve classique du combiné nordique, où chaque athlète effectue deux sauts à ski suivis d'une course de ski de fond de 10 km. Pour chaque course, nous disposons du classement à la fin du saut à ski et à différents moments de la course, chacune d'entre elle disposant de distances intermédiaires différentes.

[2] https://www.fis-ski.com/

4.3.1.2 Modèle multi-état Markovien

A nouveau, la performance sur une course de combiné nordique se déroule sur un espace-temps continu T allant de t_0 à t_{10}, où t_0 correspond à la fin de l'épreuve de saut à ski, et le temps final t_{10} correspond au 10e kilomètre de la course de ski de fond, fin de l'épreuve du combiné nordique. Afin d'évaluer la pertinence du classement à chaque phase de la course vis-à-vis de son évolution ultérieure, un modèle multi-état markovien, non homogène en temps et non paramétrique, analogue à celui élaboré pour appréhender l'influence de la performance immédiate sur les performances futures (cf 2.6), est mis en œuvre, permettant d'étudier l'évolution d'un processus stochastique au cours du temps. Considérons $C(t)$ comme le rang détenu à l'instant t, avec des valeurs possibles dans l'ensemble $C = \{1, 2, 3, [4; 6[, [6; 10[, [10; 30[, [30; \infty[\}$. Nous utilisons l'estimateur de Nelson-Aalen [123,124] pour estimer les intensités de transition cumulées. Les probabilités de transition $P(C_g = i|C_s = j)$ pour parvenir au rang i à l'instant g en fonction du rang j à l'instant s, sont déterminées au moyen d'une intégrale de produit [71].

4.3.2 Résultats

La figure 4.5 illustre la probabilité d'évolution du classement à partir du rang au moment t_0, c'est-à-dire le rang à la conclusion de l'épreuve de saut. L'épreuve du saut joue un rôle crucial dans le classement final, comme en témoigne la probabilité $P(C_5 = 1|C_0 = 1)$ d'occuper la première place à mi-parcours du ski de fond, étant donné la première place obtenue lors de l'épreuve de saut qui est égale à 71%, tandis que la probabilité $P(C_{10} = 1|C_0 = 1)$ de terminer premier à la fin de course est de 53%. En revanche, la probabilité $P(C_5 \in \{1, 2, 3\}|C_0 = [30; \infty[)$ d'accéder aux trois premières places à mi-course, étant donné un classement initial au-delà de la 30e position, est estimée à 0,18% et 0,32% pour la fin de course.

4.3.3 Perspectives

Avec un modèle multi-état markovien, nous montrons l'importance de la succession des deux épreuves dans le résultat final d'une course de combiné nordique. Il est démontré que l'épreuve de saut revêt une importance cruciale pour le classement en ski de fond, accordant au gagnant de l'épreuve de saut une probabilité excédant 50% de conclure la compétition en première position. En vertu du principe de parcimonie, la décision a été prise de catégoriser de façon non uniforme le processus stochastique observé relatif au classement. En adoptant cette méthodologie, des données relatives aux transitions des skieurs ayant des classements inférieurs sont omises, tandis qu'un plus grand nombre d'information est recueillie concernant les transitions des skieurs en tête de classement par rapport à des états homogènes. Sur le plan sportif, cette perspective peut guider entraîneurs et compétiteurs dans la modulation de

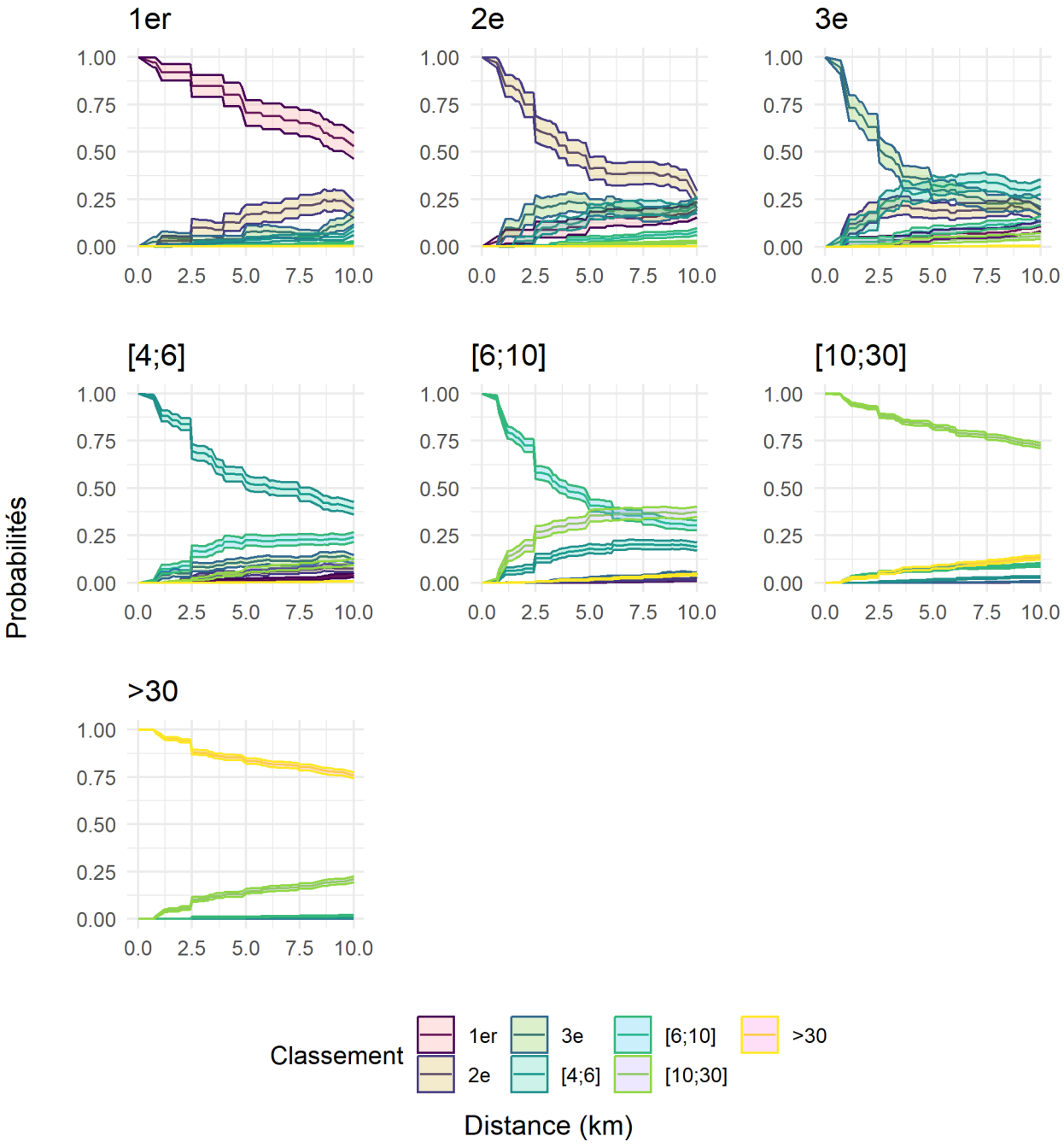

Figure 4.5: Probabilités de classement à partir du temps t_0

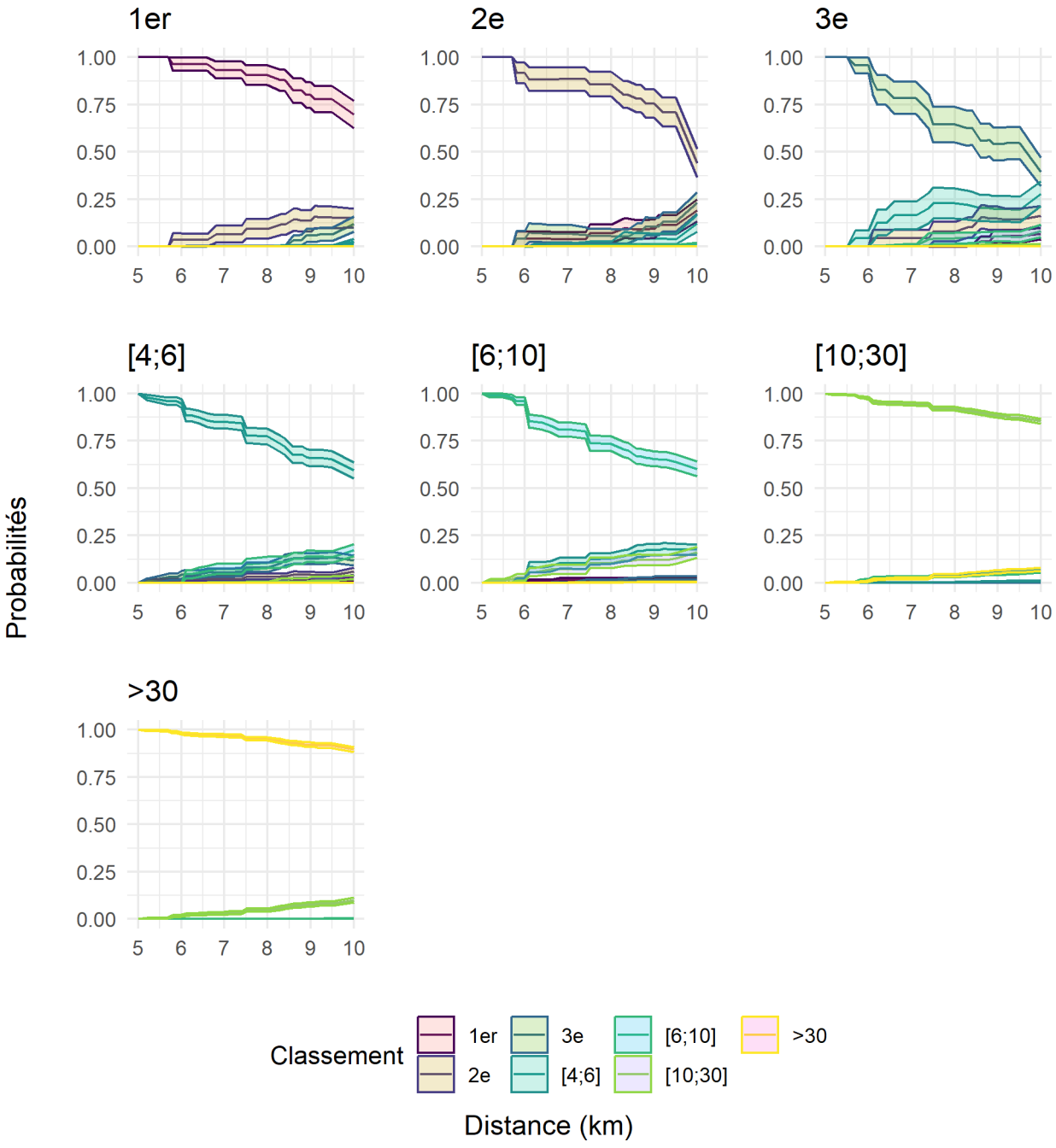

Figure 4.6: Probabilités de classement à partir du temps t_5

l'effort aux étapes cruciales de la compétition, dans le but d'optimiser le rang final.

4.3.4 Résumé

Sur une échelle temporelle nettement plus réduite que celle utilisée pour estimer le potentiel ou gérer la charge de travail, l'approche dynamique s'avère une fois de plus instructive, fournissant des données cruciales pour une compétition de ski alpin ou de combiné nordique. En expliquant le résultat de fin de course de coupe du monde de ski alpin à l'aide du temps sur chaque portion de course avec un modèle linéaire à effets mixtes, nous quantifions l'importance de chaque portion de course sur le résultat final pour l'ensemble des pistes et des skieurs, grâce aux effets aléatoires du modèle. Avec un modèle multi-état markovien, nous quantifions les probabilités de classement final d'une course de combiné nordique selon le classement à un instant t de la course. L'ensemble des méthodologies développées montrent une nouvelle fois l'importance de prendre en compte la dynamique de la performance, cette fois-ci à l'échelle d'une compétition.

Chapitre 5

Discussion générale

5.1 Principales contributions

Dans un contexte où le talent mesuré à un instant précis l'emporte sur le talent en évolution, cette recherche a mis en lumière l'importance de la dimension longitudinale de la performance pour estimer et optimiser le potentiel des athlètes en ski. Grâce à une analyse multi-échelle de la dynamique de performance, s'étendant du macro au micro niveau, les travaux ont permis de 1) identifier l'effet de l'âge relatif dans les différentes disciplines du ski français et proposer une solution pour résoudre ce problème par un rééquilibrage des performances ; 2) estimer l'importance de la performance brute des jeunes skieurs sur la performance à l'âge adulte ; 3) proposer plusieurs modèles d'estimation de potentiel basés sur la relation entre l'âge et la performance ; 4) développer le premier modèle de réponse à la charge de travail basé sur les chaînes de Markov cachées ; 5) analyser la dynamique de performance au cours d'une compétition.

Nous avons identifié que les individus nés en début d'année sont sur-représentés dans les compétitions élites jeunes en ski alpin, biathlon et ski de fond tandis que les individus nés en fin d'année sont sous-représentés. Ce biais de sélection est lié à la relation entre l'âge et la performance, avec une phase de croissance des capacités de la naissance jusqu'au pic de performance. Nous avons utilisé cette relation entre l'âge et la performance pour proposer une solution pour prendre en compte l'âge relatif dans l'évaluation de la performance. Cette solution, une fois utilisée sur l'ensemble de la population, permettait d'annuler l'effet de l'âge relatif dans chaque catégorie d'âge.

Nous avons développé un outil nommé *"Performance Lane"*(PL) permettant de catégoriser et

comparer la dynamique des progressions individuelles de performance. Un modèle multi-état a ensuite permis de mesurer l'importance de la performance à un instant t sur les probabilités futures de performance. Au sein des tranches d'âge les plus jeunes, débutant à 10 ans, la performance influence faiblement le niveau à 25 ans, mais son impact croît progressivement. Nous montrons que d'autres variables sont à considérer pour l'estimation de potentiel dans les catégories d'âges les plus jeunes, notamment la vitesse de progression des performances.

Afin de quantifier la relation en question, nous avons conçu un modèle non linéaire à effets mixtes pour estimer le potentiel basé sur le lien entre l'âge et la performance. Ce modèle se distingue par sa capacité à précisément appréhender la relation âge-performance au niveau individuel tout en considérant simultanément la tendance générale de l'ensemble de la population. En exploitant un modèle de mélange gaussien appliqué aux paramètres du modèle non linéaire précédent, nous avons identifié diverses trajectoires de progression, dont certaines caractéristiques d'individus atteignant leur maturité de manière précoce ou tardive.

Suite à la mise en évidence de l'importance du volet longitudinal de la performance dans l'estimation du potentiel, nous introduisons le modèle MILS (Markov Index Load State) pour gérer la charge de travail, s'appuyant sur les chaînes de Markov cachées. Tandis que les modèles conventionnels traduisent la réponse à la charge via une échelle numérique unidimensionnelle, souvent réduite à un simple index descriptif de la charge [169,171,175,176], notre modèle MILS capte de façon plus nuancée les dynamiques de transition entre différents états réactionnels en réponse à la charge, en se basant sur une approche probabiliste. Ce modèle est par la suite exploité pour examiner les interactions entre des phénomènes complexes comme l'interaction entre les étapes du cycle menstruel, qui sont liées aux variations hormonales, et la charge de travail.

Pour finir, en affinant notre focus à la dimension d'une simple course, nous avons conçu un modèle dédié à la gestion des compétitions en Coupe du Monde de ski alpin. S'appuyant sur un modèle linéaire mixte, l'introduction d'effets aléatoires a permis d'éclairer les dynamiques propres à chaque course et d'identifier les caractéristiques uniques de chaque piste et skieur étudié. Nous avons aussi exploité un modèle multi-état Markovien, révélant des informations essentielles sur la progression d'une course de combiné nordique. Cette dernière, par sa structure intrinsèquement complexe qui résulte de l'enchaînement de deux disciplines, le saut à ski et le ski de fond, présente une dynamique dont la compréhension est primordiale.

5.2 Estimer le potentiel, prédire la performance

Une prédiction se définit comme une fonction mathématique anticipant un événement futur sur la base d'événements antérieurs [245], tandis qu'une estimation consiste en la déduction de valeurs numériques inconnues d'une population à partir de données partielles, telles qu'un échantillon issu de la population. En d'autres termes, on prédit une valeur $\hat{Y}$ la plus proche de la valeur Y qui ne s'est pas encore produite mais dont on connait les variables qui pourraient l'influencer, tandis qu'une estimation s'intéresse à une valeur réelle tirée d'une série d'observations $x_1, x_2, ..., x_n$ dont on suppose qu'elles correspondent à des réalisations de variables aléatoires $X_1, X_2, ..., X_n$, l'objectif est d'identifier une distribution théorique du vecteur X_k pour $1 \leq k \leq n$ qui représente fidèlement les caractéristiques des observations x_k avec $1 \leq k \leq n$. À titre illustratif, la prédiction est couramment employée en économie [246] ou en santé publique [247], alors que l'estimation revêt une importance spécifique dans le contexte des analyses épidémiologiques [248], visant souvent à extrapoler les constatations d'une cohorte à la population globale à partir de laquelle l'échantillon est extrait. À travers ces définitions, on comprend que la nuance entre la prédiction et l'estimation est liée à l'espace temporel sur lequel la variable d'intérêt va se situer. Nous avons montré à travers cette thèse que l'aspect temporelle est une notion majeure dans l'appréciation de la performance sportive, qui est donc assujettie à cette nuance. Dans le domaine sportif, l'acte prédictif a fréquemment retenu l'attention, avec un accent particulier sur l'identification des variables explicatives majeures [9]. Dans le contexte du saut à ski, on peut prédire la longueur du saut escomptée peu après l'envol [249]. On peut aussi essayer de prédire les performances en ski de fond et ski à roulette à partir de test en laboratoires [250]. Mais si l'on définit le potentiel comme une variable aléatoire, cherche-t-on à le prédire ou de l'estimer ? La définition même du mot potentiel "qui existe en puissance, virtuellement" suggère que sa valeur, bien qu'inconnue, est réelle et donc plutôt sujette à l'estimation qu'à la prédiction.

5.3 Estimer un talent avec la performance statique ou dynamique ?

Pour maximiser le potentiel sportif, la perception du talent et de la compétence est cruciale [251]. La balance semble osciller entre l'inné et l'acquis, comme le suggère [252] ? Notre travail s'articule autour de ces deux axes : en évaluant d'abord le potentiel intrinsèque, puis en affinant l'influence des facteurs externes.

Notre approche offre une perspective englobante de la carrière sportive en adoptant une vue longitudinale, contrastant avec la tendance actuelle de sélection des jeunes athlètes basée

principalement sur les avantages liés à la croissance physique et à la maturation, notamment par des avantages de performance conférés par une plus grande taille [253]. Pour autant, il a déjà été montré qu'en athlétisme par exemple, seulement 10 à 25% des athlètes adultes de très haut niveau l'étaient à 16 ans [254]. Une méta-analyse [13] conclut une faible corrélation entre les performances juniors et seniors, mais cette étude repose principalement sur des études rétrospectives. Cela soulève d'emblée des préoccupations quant au potentiel biais du survivant. En d'autres termes, en examinant uniquement les individus ou les performances qui ont 'survécu' jusqu'à la fin de l'étude, nous risquons de manquer des informations précieuses sur ceux qui n'ont pas atteint cet état final pour diverses raisons. Le modèle élaboré au cours de cette recherche, centrée sur les transitions de niveau de performance en tant qu'individu plutôt que sur les athlètes, révèle que le niveau atteint dans les catégories jeunes n'est que modérément influent sur les performances à l'âge adulte. Quelles sont donc les autres variables déterminantes ? L'hypothèse des différences de croissances individuelles corrélées à des trajectoires de performance différentes a déjà été posée [102] mais jamais identifiée ni quantifiée. Nos analyses ont révélé que, dans une certaine mesure, la dynamique de performance surpasse la performance statique en termes d'impact sur le potentiel futur.

La détection du talent s'articule largement autour de la sélection des skieurs juniors les plus prometteurs. Toutefois, sélectionne-t-on véritablement les jeunes athlètes les plus performants relativement à leur âge ? On peut émettre cette hypothèse en sélectionnant les meilleurs de chaque catégorie, mais c'est sans compter sur l'effet de l'âge relatif, qui peut être défini comme une sur représentation des individus nés en début d'année dans les différents systèmes de sélection [253]. Ce biais de sélection avait déjà été identifié dans de nombreux sports [256]. En ce qui concerne les disciplines hivernales, l'effet de l'âge relatif est présent dans toutes les catégories d'âge des compétitions de ski alpin, tant au niveau national autrichien qu'international [55,257] et suisse [258]. Pour la première fois, nous montrons qu'il existe un effet de l'âge relatif dans le ski français. Plusieurs solutions avaient été proposées pour à minima réduire ce biais de l'âge relatif [53], comme réduire les catégories d'âges, actuellement basées sur l'année de naissance, inclure les paramètres biométriques dans les critères de sélection, éduquer les staffs et entraîneurs, afficher le mois de naissance sur le maillot pour les sports collectifs, ou encore utiliser l'âge biologique plutôt que l'âge chronologique [92]. Bien que plusieurs mesures aient été avancées pour atténuer le biais de l'âge relatif, elles n'ont probablement pas été largement adoptées en raison de leur complexité et de la lourdeur de leur mise en œuvre. Une approche statistique intégrant la dynamique de la performance a été suggérée dans le contexte de la natation [50] ainsi qu'en athlétisme [48]. En modélisant la relation entre l'âge et la performance via une régression linéaire segmentée, nous introduisons une technique qui tient compte de l'âge relatif dans la performance, facilitant ainsi la comparaison

des performances de tous les skieurs d'une même catégorie d'âge sans égard à leur mois de naissance.

5.4 Estimer la relation âge performance, une question de parcimonie ?

> "Tous les modèles sont faux, mais certains sont utiles"
>
> *George Box*

Par cette première approche longitudinale, nous apportons de nouveaux points de vue quant à l'importance de la relation âge-performance pour l'estimation des jeunes talents. En adoptant une perspective englobant l'intégralité du parcours de vie, de multiples études ont cherché à caractériser la relation entre âge et performance. Des modèles de régression linéaire simples ont été utilisés pour estimer la diminution de la capacité aérobie maximale imputable au vieillissement [259–261]. Néanmoins, cette simplicité intrinsèque à une équation à deux paramètres s'avère limitative pour représenter fidèlement le processus graduel du vieillissement. Effectivement, plusieurs recherches ont illustré le caractère non linéaire de la corrélation entre l'âge et la performance [264]. Une équation alternative, intégrant la non-linéarité de cette relation et reposant sur la somme de deux fonctions exponentielles [58], a été avancée, expliquant plus de 90% de la variabilité de la performance [59]. Après cela, une nouvelle méthodologie, intégrant la dimension biologique de la relation [60], a révélé une adéquation supérieure aux données. Cette formule introduit une complexité accrue au commencement du processus de croissance, ainsi qu'une dimension additionnelle au sein de l'équation grâce à un paramètre complémentaire. Celui-ci peut engendrer un sur-ajustement des paramètres si l'on cherche à modéliser la relation âge-performance sur un nombre de données réduites, notamment lorsqu'on s'intéresse à cette relation d'un point de vue de l'espèce. D'ailleurs, cette utilisation majeure de ces lois visait à modéliser la relation, en se focalisant sur la performance optimale par âge au sein de l'ensemble de la population [59,265]. Elles n'ont donc jamais pu être utilisées dans un autre cadre que celui-ci. Vouloir appliquer l'une de ces équations à l'échelle individuelle, dans l'objectif d'estimer au mieux le potentiel est donc "incertain", car le nombre de performances individuelles est insuffisant. Le risque d'un ajustement excessif, conduisant à une interprétation inexacte, est significatif. En appliquant un modèle mixte bayésien, nous apportons une compréhension supplémentaire dans la progression de chaque skieur à l'échelle de sa carrière en tenant compte du principe

de parcimonie. Le modèle non linéaire à effets mixtes est approprié voire indispensable à la problématique de l'individualisation de la relation âge-performance. En effet, les effets fixes permettent de prendre en compte l'information de la relation âge-performance d'un point de vue de l'espèce, et les effets aléatoires permettent d'individualiser les paramètres, admettant une distribution à priori de ces derniers autour des paramètres globaux. L'algorithme SAEM [266], conçu pour estimer les paramètres d'un modèle mixte non linéaire, aurait constitué une solution pertinente à la problématique en question. Cependant, l'algorithme SAEM ne permet pas d'estimer une distribution de combinaison de paramètres, mais seulement une valeur par paramètres fixes et aléatoires. De ce fait, il est impossible de calculer une incertitude autour des estimations individuelles de relation âge-performance.

Une autre méthode d'analyse, pourtant très utilisée pour étudier les données longitudinales, n'est pas compatible avec notre problématique : l'analyse de séries chronologiques. Une *série chronologique* est une série de points de données indexés dans l'ordre du temps. Le plus souvent, une série chronologique est une séquence prise à des moments successifs équidistants dans le temps. Il s'agit donc d'une séquence de données à temps discret. Sans une définition mathématique rigoureuse, la thématique des séries chronologiques a été initialement introduite par l'étude réalisée par J. Graunt sur les actes de décès qui avaient été archivés à Londres au début des années 1500. En 1662, il publie un livre intitulé *"Natural and political observations mentioned in a following index"* [267] où il a présenté des tables actuarielles [268]. Très utilisée en économétrie, les séries chronologiques ont permis de répondre à des problématiques en santé publique [269,270]. A priori, l'examen des progressions en ski à travers le prisme des séries chronologiques semble offrir des solutions aux défis liés à l'estimation du potentiel. Cependant, la série chronologique est une suite de données ordonnées dans le temps à intervalle t régulier. L'intervalle t peut varier, il peut représenter une année, un mois, un jour ou même une seconde. Ne disposant pas de données à intervalles de jour ou de mois réguliers, la meilleure performance annuelle semblerait le choix le plus adapté dans le contexte sportif. D'une part, cela engendrerait un nouveau biais de l'âge relatif dans nos analyses, car de par la nature de la relation âge-performance [58] une performance réalisée au début ou à la fin de l'âge entier n'est pas réalisée au même niveau de maturité. De plus, la durée d'une carrière de skieur alpin français sur les données étudiées dans cette thèse est de 6,56 années en moyenne, avec un écart type de 6,4. Par conséquent, le volume de données à traiter en séquence dans le cadre des séries temporelles est nettement inférieur aux standards des analyses de séries chronologiques habituelles. De surcroît, une estimation rigoureuse exige au moins 50 observations au sein des modèles [271].

5.5 La performance, un baromètre du processus de vieillissement

La performance commence par une phase de croissance au début de la vie, atteint un optimum, puis entame une phase de décroissance due au vieillissement, tout comme de nombreux indicateurs de santé humaine [58,59,60]. D'ailleurs, le sport de haut niveau est un facteur de protection quant à la longévité [272]. Nous avons notamment montré que l'une des variables expliquant la majorité de la variance du taux de mortalité lié au COVID-19, et donc la vulnérabilité individuelle, est l'âge [18] et que la relation entre le taux de mortalité lié au COVID-19 et l'âge suit également une courbe de Moore [19]. Enfin, bien que cela n'ait pas été initialement reconnu, nous avons démontré (cf 2.14) que l'équation modélisant à la fois le taux de survie d'une population [93] et la performance était identique. La performance individuelle se révèle donc comme un proxy de la santé dont l'indicateur principal est la durée où l'espérance de vie. Ses variations peuvent être étudiées comme un processus stochastique de la naissance au décès et dont les différents états s'enchaînent au cours de la vie. Plusieurs études ont déjà tenté d'étudier la performance comme une variable de survie. Initialement, en se limitant à deux états distincts "actif" et "inactif" liés respectivement à la continuation et à l'abandon de la pratique sportive, J. Pion *et al.* [76] ont étudié les facteurs d'abandon parmi les gymnastes féminines juniors à l'aide d'une analyse de survie avec des modèles de survie de Kaplan-Meier et Cox. La performance a également été analysée comme une maladie avec plusieurs états [77]. En effet, un modèle homogène de Markov à multi-états, basé sur la possession du ballon, a été employé pour caractériser la dynamique d'une rencontre de basket-ball. En catégorisant la performance de manière longitudinale relativement à la population grâce aux **"Performance Lanes"** (cf 2.6.2.2), nous apportons une nouvelle perspective permettant de caractériser l'évolution de la performance individuelle comme s'il s'agissait d'un état évolutif similaire à celui d'une maladie. Cette maladie présentant plusieurs états (nombre variable selon le quantile choisi), nous estimons les probabilités de transition entre ces états ainsi que les probabilités d'accession à ces différents PL dans le futur, en fonction du PL à un âge donné, à l'aide d'un modèle multi-états Markovien. En utilisant la même méthode sur les dérivées des équations individuelles représentant la relation âge-performance, les **"Drift Lane"** permettent de catégoriser les progressions individuelles. En associant ces deux variables, analogues à deux pathologies distinctes, l'une reflétant uniquement l'état présent et l'autre englobant des données passées, nous projetons les probabilités futures de performance en fonction du niveau observé à un âge spécifique, en tenant compte de la progression enregistrée à cet âge. Nos analyses indiquent aussi que, à un certain degré, l'évolution sur le long terme influence davantage le niveau de performance à venir que la performance ponctuellement obtenue à

un moment t. Avec cette méthode, le modèle multi-états permet d'estimer les probabilités futures avec de l'information du passé tout en gardant la propriété de Markov.

L'ensemble de cette partie montre donc l'importance de l'aspect longitudinal de la performance dans l'estimation de potentiel au long terme. Sur une échelle plus restreinte, une fois le potentiel évalué, quels mécanismes peuvent être mobilisés pour maximiser ce dernier à court terme ?

5.6 L'optimisation du potentiel soumis à la cyclicité

Toute personne aspirant à maximiser sa performance sportive est inévitablement confrontée au processus de stress et d'adaptation. Ce modèle cyclique, évoqué par le schéma du modèle GAS [137], représente une succession de phases en réponse à un stimulus donné. Ce stimulus engendre de la fatigue qui va provoquer une adaptation et une progression de la performance. Estimer la fatigue est donc un enjeu majeur dans la quête de l'optimisation de la performance sportive. Le modèle de Foster a permis d'estimer un proxy du stimulus interne aigu engendré par un entrainement ou une compétition [169,177]. Nous étayons cette hypothèse en corrélant la charge de travail évaluée avec le taux de créatine phosphokinase (cf 3.1.4.2), indicateur objectif de la sollicitation interne. Estimer la réponse à la charge du jour est une problématique complexe, mais estimer le niveau de fatigue engendré par celui-ci l'est encore plus [204]. De par la nature même de la fatigue, prendre en compte l'aspect longitudinal est indispensable pour estimer celle-ci. Plusieurs méthodes ont été proposées [169,175,176] mais aucune n'a permis de mettre en évidence un lien avec un indicateur de fatigabilité. De plus, nous introduisons une approche innovante, le **Markov Index Workload State** (MILS), s'appuyant sur la charge de travail définie par Foster [169,177]. Cette méthode englobe la complexité de la fatigue ainsi que d'autres facteurs cycliques, tels que les cycles hormonaux, en classifiant de manière individuelle les états adaptatifs des athlètes. Une étude initiale a exploré la performance en fonction du temps à l'aide d'une chaîne de Markov cachée [273], révélant que l'état physique et psychologique d'un athlète joue un rôle crucial dans la réalisation des performances sportives. L'exploration des informations sur l'état d'un athlète peut potentiellement améliorer la précision de la prédiction des performances sportives et optimiser son entrainement.

5.7 Du descriptif vers l'inférence

Jusqu'à présent, l'ensemble des modèles de charge de travail existants ont permis une quantification plus précise de celle-ci. En effet, les calculs de ces modèles [169,174,176,177]

sont basés sur des indicateurs descriptifs (moyenne, écarts types) et se contentent de réaliser des ratios et proportions pour comparer les valeurs d'une période à une autre. Cette part exclusivement descriptive engendre des calculs qui ne diffèrent pas selon le contexte étudié. Le MILS est le premier modèle d'inférence d'analyse de la charge. Il est basé sur une matrice de transition et d'émission optimisés par la méthode du maximum de vraisemblance en fonction de l'échantillon considéré. Ce modèle offre la capacité d'estimer une variable latente relative à la charge de travail, tout en intégrant le contexte. La partie inférentielle fait donc du MILS le premier modèle d'estimation de la réponse à la charge de travail.

5.8 La dynamique d'une course pour résumer sa complexité

La prédiction d'une performance à court terme est l'un des contenus importants de la recherche sur la stratégie de développement futur du sport [274]. Le principal défi associé à la prévision d'une performance en compétition, à l'instar de tout modèle mathématique, réside dans l'identification des variables explicatives pertinentes [274,275]. Parmi ces variables explicatives, il est possible de par exemple chercher des variables de tests physiques proche de la performance étudiée. À titre illustratif, Yang Zongyou et Li Zhenzhong ont conduit une analyse des performances des athlètes à Chongqing sur la période 2011-2014. Il existe une forte corrélation entre la course de 100 mètres, la course navette de 5m et le lancer de médecine-ball [274]. En ski alpin et combiné nordique, nombreuses sont les variables physiologiques et biomécaniques corrélées à la performance [5,227–230,237–241]. On pourrait également utiliser les variables environnementales comme facteurs prédictifs [231–233]. Néanmoins, l'aspect multifactoriel entraîne un risque significatif de sur-paramétrisation [234]. Les conséquences de ce phénomène complexe se manifestent clairement à travers l'évolution de la performance durant la compétition. En somme, nous proposons d'utiliser l'évolution de la performance au cours de la compétition comme facteur prédictif du résultat final. Le second enjeu se rapporte principalement à la dimension technique, c'est-à-dire à la sélection du modèle statistique le plus adéquat pour anticiper la performance à partir des variables définies [274,275]. Dans cette optique, les techniques de machine learning [274] et de deep learning [275] semblent appropriées pour aborder cette question. Bien que ces modèles soient opérationnels, ils ne garantissent pas systématiquement une précision optimale, notamment en comparaison avec des méthodes statistiques basées sur des régressions, qu'elles soient linéaires ou non [276]. Nous proposons deux modèles spécifiques aux courses de ski alpin et à la course de ski de fond du combiné nordique respectivement. L'un repose sur un modèle linéaire à effets mixtes dont les effets aléatoires vont permettre de quantifier l'importance de chacune des portions de

course sur le résultat final. L'autre est fondée sur un modèle multi-état donc les fondements sont utilisés dans la partie 4.3 et dont les résultats permettent d'estimer les probabilités d'atteindre un certain rang de la course selon le rang à un instant t. Bien que la propriété des chaînes de Markov cachées ait été précédemment exploitée pour la prédiction de performance [273], l'hétérogénéité des intensités de transitions entre les états symbolisant un classement lors d'une course de combiné nordique ne se prêtait pas à cette approche.

5.9 Les mathématiques : un levier pour l'optimisation de la performance

Nous avons discuté de comment les mathématiques ont servi historiquement comme un outil de compréhension et d'optimisation de la performance sportive (cf 1.3). En optant pour une vision dynamique de la performance, nous montrons l'apport de certains modèles statistiques, permettant d'analyser une variable de manière longitudinale, dans l'optimisation de la performance sportive. En caractérisant la performance comme une variable de santé publique, nous montrons également que les modèles utilisés et conçus dans des domaines différents peuvent être appliqués au domaine sportif. Cependant, nous présentons les statistiques comme un outil d'aide à l'optimisation de la performance sans jamais rompre le lien entre les mathématiques et le contexte sportif. Cette recherche doctorale démontre la richesse des conceptualisations possibles d'une unique problématique et l'influence déterminante de ces conceptualisations sur sa résolution. Pour maintenir ce lien entre la théorie et la pratique, les résultats issus de cette thèse ont été concrètement transférées sur le terrain, mettant à disposition des entraîneurs et du staff des application *RShiny* [277] sous forme d'outil d'aide à la décision. Les travaux de cette thèse ont également enrichi le "Projet Performance Fédéral", qui est la politique sportive et le dispositif mis en place par la Fédération Française de Ski pour permettre aux sportifs d'atteindre le plus haut niveau dans leur discipline ainsi que pour assurer leur formation et leur préparation à la vie professionnelle, tout en préservant leur intégrité physique.

5.10 Forces et limites

Les investigations menées au cours de cette recherche doctorale présentent certaines limitations. Une contrainte majeure concerne le caractère intrinsèquement global des données exploitées ; si celles-ci facilitent une appréhension d'ensemble des phénomènes analysés, elles manquent de précision à des échelles plus fines. En effet, les données recueillies se concentrent principalement sur des variables relatives à l'âge des skieurs et à leurs performances sportives, sans prendre

en compte une multitude d'autres facteurs pouvant influencer le potentiel sportif. L'absence de données détaillées sur des variables contextuelles telles que l'environnement d'entraînement [278], les habitudes alimentaires [279] ou encore les facteurs psychosociaux [280] sont des limites à signaler. Par conséquent, bien que les résultats obtenus à partir de ces données soient significatifs et pertinents dans une perspective globale, ils peuvent être moins applicables à des situations spécifiques ou à des sous-groupes particuliers d'athlètes. Malgré ces limitations, les déductions issues de ces recherches posent un socle robuste pour de futures études. Ces dernières pourraient mobiliser des données plus fines et diversifiées, en vue d'approfondir la compréhension des mécanismes influençant l'amélioration des performances sportives et de proposer de nouvelles voies pour l'évaluation du potentiel, la maximisation de l'entraînement et l'élaboration de stratégies compétitives.

Toutefois, cette résolution relativement grossière des données est compensée par leur abondance. Cela confère au travail doctoral la capacité d'examiner un vaste ensemble de données, une opportunité offerte par la caractéristique intrinsèque des performances en ski, des informations largement diffusées, publiques et archivées. Cette disponibilité abondante de données a joué un rôle essentiel dans l'approfondissement des connaissances dans le domaine. En utilisant une approche pluridisciplinaire allant des sciences du sport aux mathématiques, en passant par l'épidémiologie et les biostatistiques, les travaux ont pu exploiter pleinement cette abondance de données. Cette approche plurielle est d'ailleurs le pilier fondamental qui confère à la thèse sa force et sa pertinence. En combinant les connaissances approfondies des sciences du sport avec les outils mathématiques avancés, les données de performances en ski ont été analysées de manière pluri dimensionnelle. Simultanément, le recours à des techniques épidémiologiques et biostatistiques a enrichi l'envergure des résultats, les contextualisant dans une dimension dynamique et étudiant les évolutions individuelles à différentes échelles temporelles au sein d'importantes cohortes d'athlètes. L'approche interdisciplinaire adoptée dans cette thèse permet ainsi d'obtenir une compréhension holistique et globale des problématiques étudiées. En intégrant ces différentes dimensions scientifiques, les travaux ouvrent de nouvelles perspectives de recherche dans le domaine du sport, particulièrement dans l'estimation des jeunes potentiels, l'analyse de la charge de travail et l'optimisation de la stratégie de course, tout en démontrant l'importance cruciale de la collaboration entre diverses disciplines pour progresser dans la compréhension et la résolution des enjeux complexes du ski et de la performance sportive. Sur le plan mathématique, ces recherches ont inauguré un nouveau champ d'exploration, combinant et utilisant des modèles spécifiques traditionnellement appliqués dans des contextes distincts de ceux couramment étudiés.

5.11 Conclusion et perspectives

Les travaux de cette thèse mettent en évidence l'intérêt de l'approche longitudinale pour évaluer et optimiser les performances individuelles, influant ainsi sur le niveau global futur des skieurs français. Nous avons adopté une perspective multi-échelle innovante pour décrypter la dynamique de performance sous divers angles. Les échelles retenues englobent la vie entière, la trajectoire sportive et le déroulé d'une compétition. Cette démarche multi-échelle nous a permis d'adresser les défis à long terme en considérant la performance comme un baromètre du vieillissement pour juger du potentiel sportif, à moyen terme en évaluant une variable latente représentant la réponse à la charge d'entraînement sur une saison, et à court terme par l'analyse d'une compétition pour en prévoir l'issue.

En étendant cette vision à l'échelle de l'évolution humaine, nous pourrions étudier la dynamique de performance au cours de l'histoire, nommée expansion phénotypique [281]. Il est aussi envisageable de focaliser cette dynamique à l'échelle d'un simple virage en ski alpin [282] ou sur la trajectoire d'un saut lors d'une épreuve de saut à ski [283].

En synthèse, cette recherche doctorale, axée sur l'évaluation et la maximisation du potentiel sportif en ski et soulignant l'importance de l'analyse dynamique de la performance, fournit des perspectives éclairantes sur les mécanismes influençant la performance en ski. Nous identifions la performance comme une variable longitudinale, dont la dynamique est essentielle à la compréhension et à l'optimisation du potentiel sportif.

> "Les mathématiques ont des inventions très subtiles et qui peuvent beaucoup servir, tant à contenter les curieux qu'à faciliter tous les arts et à diminuer le travail des hommes"
>
> *René Descartes*

Références

Les références sont ordonnées par ordre d'apparition dans le manuscrit.

Générales

[1] Bigrel F, Fauquet C, Ministère de la Jeunesse des S et de la V A, française I de la J et des S de P and Nena T 2009 *La performance humaine : À la recherche du sens ... : Séminaire sport de haut niveau du 08 au 12 juin 2009* (Paris: Ministère de la jeunesse, des sports et de la vie associative)

[2] Anon *Afrique et Mathématiques. Ethnomathématique en Afrique noire, depuis le temps de la colonie jusqu'à la plus ancienne découverte mathématique : le b[aton d'Ishango.* (Asp / Vubpress / Upa)

[3] Galton F 1886 Regression towards mediocrity in hereditary stature.

[4] Albert J 2010 Sabermetrics: The past, the present, and the future

[5] Schwameder H 2008 Biomechanics research in ski jumping, 1991-2006 *Sports Biomechanics* **7** 114–36

[6] Baker J, Wattie N and Schorer J 2019 A proposed conceptualization of talent in sport: The first step in a long and winding road *Psychology of Sport and Exercise* **43** 27–33

[7] Williams A M and Reilly T 2000 Talent identification and development in soccer *Journal of Sports Sciences* **18** 657–67

[8] Ericsson K A, Krampe R T and Tesch-Römer C 1993 The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance *Psychological Review* **100** 363–406

[9] McCall A, Fanchini M and Coutts A J 2017 Prediction: The Modern-Day Sport-Science and Sports-Medicine "Quest for the Holy Grail" *International Journal of Sports Physiology and Performance* **12** 704–6

[10] Vaeyens R, Lenoir M, Williams A M and Philippaerts R M 2008 Talent identification and development programmes in sport : current models and future directions *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **38** 703–14

[11] Boccia G, Moisè P, Franceschi A, Trova F, Panero D, La Torre A, Rainoldi A, Schena F and Cardinale M 2017 Career Performance Trajectories in Track and Field Jumping Events from Youth to Senior Success: The Importance of Learning and Development *PloS One* **12** e0170744

[12] Kearney P E and Hayes P R 2018 Excelling at youth level in competitive track and field athletics is not a prerequisite for later success *Journal of Sports Sciences* **36** 2502–9

[13] Barth M, Güllich A, Macnamara B N and Hambrick D Z 2023 Quantifying the Extent to Which Junior Performance Predicts Senior Performance in Olympic Sports: A Systematic Review and Meta-analysis *Sports Medicine*

[14] Rees T, Hardy L, Güllich A, Abernethy B, Côté J, Woodman T, Montgomery H, Laing S and Warr C 2016 The Great British Medalists Project: A Review of Current Knowledge on the Development of the World's Best Sporting Talent *Sports Medicine* **46** 1041–58

[15] Antero J, Saulière G, Marck A and Toussaint J-F 2018 A medal in the olympics runs in the family: A cohort study of performance heritability in the games history *Frontiers in Physiology* **9**

[16] Malina R M 2014 Top 10 research questions related to growth and maturation of relevance to physical activity, performance, and fitness *Research Quarterly for Exercise and Sport* **85** 157–73

[17] Harris J A, Jackson C M, Paterson D G and Scammon R E 1930 *The measurement of man* (Oxford, England: Univ. Minnesota Press)

[18] Beunen G and Malina R M 1988 Growth and physical performance relative to the timing of the adolescent spurt *Exercise and Sport Sciences Reviews* **16** 503–40

[19] Malina R M, Eisenmann J C, Cumming S P, Ribeiro B and Aroso J 2004 Maturity-associated variation in the growth and functional capacities of youth football (soccer) players 13-15 years *European Journal of Applied Physiology* **91** 555–62

[20] Lloyd R S, Oliver J L, Faigenbaum A D, Myer G D and De Ste Croix M B A 2014 Chronological Age vs. Biological Maturation: Implications for Exercise Programming in Youth *The Journal of Strength & Conditioning Research* **28** 14541464

[21] Kemper H C and Verschuur R 1981 Maximal aerobic power in 13- and 14-year-old teenagers in relation to biologic age *International Journal of Sports Medicine* **2** 97–100

[22] Bailey D A 1997 The Saskatchewan Pediatric Bone Mineral Accrual Study: bone mineral acquisition during the growing years *International Journal of Sports Medicine* **18 Suppl 3** S191–194

[23] Malina R M 1994 Physical growth and biological maturation of young athletes *Exercise and Sport Sciences Reviews* **22** 280284

[24] Gabbett T J, Johns J and Riemann M 2008 Performance changes following training in junior rugby league players *Journal of Strength and Conditioning Research* **22** 910–7

[25] Lloyd R S and Oliver J L 2012 The youth physical development model: A new approach to long-term athletic development *Strength & Conditioning Journal* **34** 61

[26] Gasser T, Sheehy A, Molinari L and Largo R H 2001 Growth of early and late maturers *Annals of Human Biology* **28** 328–36

[27] Pickering C and Kiely J 2017 Can the ability to adapt to exercise be considered a talent—and if so, can we test for it? *Sports Medicine - Open* **3** 43

[28] Helsen W F, Winckel J van and Williams A M 2005 The relative age effect in youth soccer across europe *Journal of Sports Sciences* **23** 629–36

[29] Freyman R 1965 Further evidence on the effect of date of birth on subsequent school performance *Educational Research* **8** 58–64

[30] Armstrong H G 1966 A Comparison of the Performance of Summer and Autumn-Born Children at Eleven and Sixteen *British Journal of Educational Psychology* **36** 72–6

[31] Aune T K, Ingvaldsen R P, Vestheim O P, Bjerkeset O and Dalen T 2018 Relative age effects and gender differences in the national test of numeracy: A population study of norwegian children *Frontiers in Psychology* **9**

[32] Cobley S, Baker J, Wattie N and McKenna J 2009 Annual age-grouping and athlete development: a meta-analytical review of relative age effects in sport *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **39** 235–56

[33] Romann M, Rössler R, Javet M and Faude O 2018 Relative age effects in Swiss talent development - a nationwide analysis of all sports *Journal of Sports Sciences* **36** 2025–31

[34] Cobley S, Baker J, Wattie N and McKenna J 2009 Annual age-grouping and athlete development: a meta-analytical review of relative age effects in sport *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **39** 235–56

[35] Till K, Cobley S, Wattie N, O'hara J, Cooke C and Chapman C 2010 The prevalence, influential factors and mechanisms of relative age effects in UK Rugby League » *Scand. J. Med. Sci. Sports* **20** 320329,

[36] Tribolet R, Bennett K J M, Watsford M L and Fransen J 2018 A multidimensional approach to talent identification and selection in high-level youth Australian Football players *Journal of Sports Sciences* **36** 2537–43

[37] McCarthy N, Collins D and Court D 2016 Start hard, finish better: further evidence for the reversal of the RAE advantage » *J. Sports Sci* **34** 14611465,

[38] McCarthy N and Collins D 2014 Initial identification and selection bias versus the eventual confirmation of talent: Evidence for the benefits of a rocky road? *Journal of Sports Sciences* **32** 1604–10

[39] Tribolet R, Bennett K J M, Watsford M L and Fransen J 2018 A multidimensional approach to talent identification and selection in high-level youth Australian Football players » *J. Sports Sci* **36** 25372543,

[40] Brustio P R, Kearney P E, Lupo C, Ungureanu A N, Mulasso A, Rainoldi A and Boccia G 2019 Relative age influences performance of world-class track and field athletes even in the adulthood *Frontiers in Psychology* **10** 1395

[41] Boccia G, Cardinale M and Brustio P R 2021 Elite Junior Throwers Unlikely to Remain at the Top Level in the Senior Category *International Journal of Sports Physiology and Performance* 1–7

[42] Rubia A de la, Lorenzo A, Bjørndal C T, Kelly A L, García-Aliaga A and Lorenzo-Calvo J 2021 The Relative Age Effect on Competition Performance of Spanish International Handball Players: A Longitudinal Study *Frontiers in Psychology* **12** 673434

[43] McCarthy N, Collins D and Court D 2016 Start hard, finish better: Further evidence for the reversal of the RAE advantage *Journal of Sports Sciences* **34** 1461–5

[44] Gibbs B G, Jarvis J A and Dufur M J 2012 The rise of the underdog? The relative age effect reversal among Canadian-born NHL hockey players: A reply to Nolan and Howell *International Review for the Sociology of Sport* **47** 644–9

[45] Barnsley R H and Thompson A H 1985 *Birthdate and success in minor hockey: The key to the NHL*

[46] Nolan J E and Howell G 2010 Hockey success and birth date: The relative age effect revisited: *International Review for the Sociology of Sport*

[47] Rubia Riaza A de la, Lorenzo Calvo J, Mon-López D and Lorenzo A 2020 Impact of the Relative Age Effect on Competition Performance in Basketball: A Qualitative Systematic Review *International Journal of Environmental Research and Public Health* **17** 8596

[48] Romann M and Cobley S 2015 Relative Age Effects in Athletic Sprinting and Corrective Adjustments as a Solution for Their Removal *PLOS ONE* **10** e0122988

[49] Abbott S, Hogan C, Castiglioni M T, Yamauchi G, Mitchell L J G, Salter J, Romann M and Cobley S 2021 Maturity-related developmental inequalities in age-group swimming: The testing of 'Mat-CAPs' for their removal *Journal of Science and Medicine in Sport* **24** 397–404

[50] Cobley S, Abbott S, Eisenhuth J, Salter J, McGregor D and Romann M 2019 Removing relative age effects from youth swimming: The development and testing of corrective adjustment procedures *Journal of Science and Medicine in Sport* **22** 735–40

[51] Abbott S, Moulds K, Salter J, Romann M, Edwards L and Cobley S 2020 Testing the application of corrective adjustment procedures for removal of relative age effects in female youth swimming *Journal of Sports Sciences* **38** 1077–84

[52] Helsen W F, Thomis M, Starkes J L, Vrijens S, Ooms G, MacMaster C and Towlson C 2021 Leveling the playing field: A new proposed method to address relative age- and maturity-related bias in soccer *Frontiers in Sports and Active Living* **3** 24

[53] Webdale K, Baker J, Schorer J and Wattie N 2020 Solving sport's 'relative age' problem: A systematic review of proposed solutions *International Review of Sport and Exercise Psychology* **13** 187–204

[54] Baker J, Janning C, Wong H, Cobley S and Schorer J 2014 Variations in relative age effects in individual sports: Skiing, figure skating and gymnastics *European Journal of Sport Science* **14** S183–90

[55] Steidl-Müller L, Hildebrandt C, Raschner C and Müller E 2019 Challenges of talent development in alpine ski racing: a narrative review *Journal of Sports Sciences* **37** 601–12

[56] Müller L 2012 Zum relativen Alterseffekt im internationalen alpinen Skirennlauf

[57] Hurley W, Lior D and Tracze S 2001 A proposal to reduce the age discrimination in canadian minor hockey *Canadian Public Policy / Analyse de Politiques* **27** 65–75

[58] Moore D H 1975 A study of age group track and field records to relate age and running speed *Nature* **253** 264–5

[59] Berthelot G 2012 Exponential growth combined with exponential decline explains lifetime performance evolution in individual and human species » *Age Dordr. Neth* **34** 10011009,

[60] Berthelot G, Bar-Hen A, Marck A, Foulonneau V, Douady S, Noirez P, Zablocki-Thomas P B, Silva Antero J da, Carter P A, Di Meglio J-M and Toussaint J-F 2019 An integrative modeling approach to the age-performance relationship in mammals at the cellular scale *Scientific Reports* **9** 418

[61] Marck A, Berthelot G, Foulonneau V, Marc A, Antero-Jacquemin J, Noirez P, Bronikowski A M, Morgan T J, Garland T, Carter P A, Hersen P, Di Meglio J-M and Toussaint J-F 2017 Age-Related Changes in Locomotor Performance Reveal a Similar Pattern for Caenorhabditis elegans, Mus domesticus, Canis familiaris, Equus caballus, and Homo sapiens *The Journals of Gerontology. Series A, Biological Sciences and Medical Sciences* **72** 455–63

[62] Ross S M 1996 *Stochastic Processes* (Wiley)

[63] Markov A A 2006 Extension of the law of large numbers to quantities, depending on each other (1906). Reprint. *Journal Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique [electronic only]* **2** Article 10, 12 p., electronic only–Article 10, 12 p., electronic only

[64] Guttorp P and Thorarinsdottir T L 2012 What Happened to Discrete Chaos, the Quenouille Process, and the Sharp Markov Property? Some History of Stochastic Point Processes *International Statistical Review* **80** 253–68

[65] Jarrow R and Protter P 2004 A short history of stochastic integration and mathematical finance: The early years, 1880–1970 vol 45 (Institute of Mathematical Statistics) pp 75–92

[66] Anon Markov and the birth of chain dependence theory on JSTOR

[67] Claudio D, Moyce S, Albano T, Ibe E, Miller N and O'Leary M 2023 A Markov Chain Model for Mental Health Interventions *International Journal of Environmental Research and Public Health* **20** 3525

[68] Izquierdo L R, Izquierdo S S, GalÃ¡n J M and Santos J I 2009 Techniques to Understand Computer Simulations: Markov Chain Analysis *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* **12** 1–6

[69] Commenges D 1999 Multi-state Models in Epidemiology *Lifetime Data Analysis* **5** 315–27

[70] Hougaard P 1999 Multi-state Models: A Review *Lifetime Data Analysis* **5** 239–64

[71] Andersen P K, Borgan O, Gill R D and Keiding N 1993 *Statistical Models Based on Counting Processes* (New York: Springer-Verlag)

[72] Commenges D 1999 Multi-state Models in Epidemiology *Lifetime Data Analysis* **5** 315–27

[73] Andersen P K and Keiding N 2002 Multi-state models for event history analysis *Statistical Methods in Medical Research* **11** 91–115

[74] Marshall G and Jones R H 1995 Multi-state models and diabetic retinopathy *Statistics in Medicine* **14** 1975–83

[75] Gentleman R C, Lawless J F, Lindsey J C and Yan P 1994 Multi-state Markov models for analysing incomplete disease history data with illustrations for HIV disease *Statistics in Medicine* **13** 805–21

[76] Pion J, Lenoir M, Vandorpe B and Segers V 2015 Talent in Female Gymnastics: a Survival Analysis Based upon Performance Characteristics *International Journal of Sports Medicine* **36** 935–40

[77] Štrumbelj E and Vračar P 2012 Simulating a basketball match with a homogeneous markov model and forecasting the outcome *International Journal of Forecasting* **28** 532–42

[78] Kvam P H and Sokol J 2006 A logistic regression / markov chain model for NCAA basketball

[79] Pfeiffer M, Zhang H and Hohmann A 2010 A Markov Chain Model of Elite Table Tennis Competition *International Journal of Sports Science and Coaching* **5** 205–22

[80] Marino T K, Ferreira A R, Morgans R, Schildberg W T, Aoki M S, Corrêa U C and Moreira A 2022 The emergence of critical incidents in Rugby Union matches using Markov chain analysis *Science and Medicine in Football* 1–8

[81] Haberman S J 1973 The analysis of residuals in cross-classified tables *Biometrics* **29** 205–20

[82] Bottollier V, Coulmy N, Le Quellec L and Prioux J 2020 Energy Demands in Well-Trained Alpine Ski Racers During Different Duration of Slalom and Giant Slalom Runs *The Journal of Strength and Conditioning Research* **34** 21562164

[83] Huertas F, Ballester R, Gines H J, Hamidi A K, Moratal C and Lupiáñez J 2019 Relative Age Effect in the Sport Environment. Role of Physical Fitness and Cognitive Function in Youth Soccer Players *International Journal of Environmental Research and Public Health* **16** E2837

[84] Carling C, Gall F le, Reilly T and Williams A M 2009 Do anthropometric and fitness characteristics vary according to birth date distribution in elite youth academy soccer players? *Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports* **19** 3–9

[85] Raschner C, Müller L and Hildebrandt C 2012 The role of a relative age effect in the first winter Youth Olympic Games in 2012 *British Journal of Sports Medicine* **46** 1038–43

[86] Johnson A, Farooq A and Whiteley R 2017 Skeletal maturation status is more strongly associated with academy selection than birth quarter *Science and Medicine in Football* **1** 157–63

[87] Smith K L, Weir P L, Till K, Romann M and Cobley S 2018 Relative Age Effects Across and Within Female Sport Contexts: A Systematic Review and Meta-Analysis *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **48** 1451–78

[88] Votteler A and Höner O 2017 Cross-sectional and longitudinal analyses of the relative age effect in German youth football *German Journal of Exercise and Sport Research* **47** 194–204

[89] Boccia G, Cardinale M and Brustio P R 2021 Elite Junior Throwers Unlikely to Remain at the Top Level in the Senior Category *International Journal of Sports Physiology and Performance* 1–7

[90] Rubia Riaza A de la, Lorenzo Calvo J, Mon-López D and Lorenzo A 2020 Impact of the Relative Age Effect on Competition Performance in Basketball: A Qualitative Systematic Review *International Journal of Environmental Research and Public Health* **17** 8596

[91] Bjerke Ø, Pedersen A V, Aune T K and Lorås H 2017 An inverse relative age effect in male alpine skiers at the absolute top level *Frontiers in Psychology* **8** 1210

[92] Mirwald R L, G. Baxter-Jones A D, Bailey D A and Beunen G P 2002 An assessment of maturity from anthropometric measurements *Medicine and Science in Sports and Exercise* **34** 689694

[93] Siler W 1979 A Competing-Risk Model for Animal Mortality *Ecology* **60** 750–7

[94] James Stewart Early TranscEndEnTals EighTh EdiTion

[95] Gay D M 1990 Usage Summary for Selected Optimization Routines

[96] Lewis-Beck C and Lewis-Beck M 2015 *Applied regression: An introduction* vol 22 (Sage publications)

[97] Katzmarzyk P T, Malina R M and Beunen G P 1997 The contribution of biological maturation to the strength and motor fitness of children *Annals of Human Biology* **24** 493–505

[98] Torres-Unda J, Zarrazquin I, Gravina L, Zubero J, Seco J, Gil S M, Gil J and Irazusta J 2016 Basketball Performance Is Related to Maturity and Relative Age in Elite Adolescent Players *Journal of Strength and Conditioning Research* **30** 1325–32

[99] Moraes A M de, Quinaud R T, Ferreira G O C, Lima A B, Carvalho H M and Guerra-Júnior G 2022 Age-, sex-, and maturity-associated variation in the phase angle after adjusting for size in adolescents *Frontiers in Nutrition* **9**

[100] Giudicelli B B, Luz L G de O, Santos D H B, Sarmento H, Massart A G M, Júnior A T da C, Field A and Figueiredo A J B 2021 Age and Maturity Effects on Morphological and Physical Performance Measures of Adolescent Judo Athletes *Journal of Human Kinetics* **80** 139–51

[101] Peña-González I, Javaloyes A, Cervelló E and Moya-Ramón M 2022 The maturity status but not the relative age influences elite young football players' physical performance *Science and Medicine in Football* **6** 309–16

[102] Thiele D, Prieske O, Gäbler M and Granacher U 2021 Zusammenhang von biologischer Reife, Körperkonstitution und körperlicher Fitness und der Leistung auf dem Ruderergometer bei Elite-Nachwuchsruderinnen *Sportverletzung · Sportschaden*

[103] Hoffman M D and Gelman A 2011 The no-u-turn sampler: Adaptively setting path lengths in hamiltonian monte carlo *arXiv:1111.4246 [cs, stat]*

[104] Nishio M and Arakawa A 2019 Performance of hamiltonian monte carlo and no-u-turn sampler for estimating genetic parameters and breeding values *Genetics, Selection, Evolution : GSE* **51** 73

[105] Natanegara F, Neuenschwander B, Seaman J W, Kinnersley N, Heilmann C R, Ohlssen D and Rochester G 2014 The current state of Bayesian methods in medical product development: survey results and recommendations from the DIA Bayesian Scientific Working Group *Pharmaceutical Statistics* **13** 3–12

[106] Monnahan C C, Thorson J T and Branch T A 2017 Faster estimation of Bayesian models in ecology using Hamiltonian Monte Carlo *Methods in Ecology and Evolution* **8** 339–48

[107] Carpenter B, Gelman A, Hoffman M D, Lee D, Goodrich B, Betancourt M, Brubaker M, Guo J, Li P and Riddell A 2017 Stan: A Probabilistic Programming Language *Journal of Statistical Software* **76** 1–32

[108] Celeux G and Govaert G 1995 Gaussian parsimonious clustering models *Pattern Recognition* **28** 781–93

[109] Fraley C and Raftery A E 2002 Model-based clustering, discriminant analysis, and density estimation *Journal of the American Statistical Association* **97** 611–31

[110] Scrucca L, Fop M, Murphy T B and Raftery A E 2016 mclust 5: Clustering, Classification and Density Estimation Using Gaussian Finite Mixture Models *The R Journal* **8** 289–317

[111] Vehtari A, Gelman A and Gabry J 2017 Practical bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC *Statistics and Computing* **27** 1413–32

[112] Vehtari A, Gelman A and Gabry J Pareto Smoothed Importance Sampling

[113] Hollings S C, Hopkins W G and Hume P A 2014 Age at Peak Performance of Successful Track & Field Athletes *Int. J. Sports Sci. Coach* **9** 651661,

[114] Cross M R, Delhaye C, Morin J-B, Bowen M, Coulmy N, Hintzy F and Samozino P 2021 Force output in giant-slalom skiing: A practical model of force application effectiveness *PloS One* **16** e0244698

[115] Perić D, Ilić N and Ahmetovićvić Z 2019 Kinematic and dynamic stroke variables of elite and sub-elite rowers *International Journal of Performance Analysis in Sport* **19** 65–75

[116] Fraley C and Raftery A E 1999 MCLUST: Software for Model-Based Cluster Analysis *Journal of Classification* **16** 297–306

[117] Schwarz G 1978 Estimating the dimension of a model *The Annals of Statistics* **6** 461–4

[118] Leroy A, Marc A, Dupas O, Rey J L and Gey S 2018 Functional Data Analysis in Sport Science: Example of Swimmers' Progression Curves Clustering *Applied Sciences* **8** 1766

[119] Bacharach D W and Duvillard S P von 1995 Intermediate and long-term anaerobic performance of elite Alpine skiers *Medicine and Science in Sports and Exercise* **27** 305–9

[120] Müller L, Hildebrandt C, Müller E, Fink C and Raschner C 2017 Long-term athletic development in youth alpine ski racing: The effect of physical fitness, ski racing technique, anthropometrics and biological maturity status on injuries *Frontiers in Physiology* **8**

[121] Turnbull J R, Kilding A E and Keogh J W L 2009 Physiology of alpine skiing *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports* **19** 146–55

[122] Iacobelli S and Carstensen B 2013 Multiple time scales in multi-state models *Statistics in Medicine* **32** 5315–27

[123] Aalen O 1978 Nonparametric inference for a family of counting processes *The Annals of Statistics* **6** 701–26

[124] Nelson W 1972 Theory and applications of hazard plotting for censored failure data *Technometrics* **14** 945–66

[125] Wreede L C de, Fiocco M and Putter H 2010 The mstate package for estimation and prediction in non- and semi-parametric multi-state and competing risks models *Computer Methods and Programs in Biomedicine* **99** 261–74

[126] Kalbfleisch J The statistical analysis of failure time data, 2nd edition | wiley

[127] Lawless J F 2011 *Statistical Models and Methods for Lifetime Data* (John Wiley & Sons)

[128] Jackson C H 2016 flexsurv: A Platform for Parametric Survival Modeling in R *Journal of Statistical Software* **70** i08

[129] Akaike H 1974 A new look at the statistical model identification *IEEE Transactions on Automatic Control* **19** 716–23

[130] Wreede L C, Fiocco M and Putter H 2010 The mstate package for estimation and prediction in non- and semi-parametric multi-state and competing risks models » *Comput. Methods Programs Biomed* **99** 261274,

[131] Sugimoto D, Stracciolini A, Dawkins C I, Meehan W P I and Micheli L J 2017 Implications for Training in Youth: Is Specialization Benefiting Kids? *Strength & Conditioning Journal* **39** 7781

[132] Moesch K, Elbe A-M, Hauge M-L T and Wikman J M 2011 Late specialization: the key to success in centimeters, grams, or seconds (cgs) sports *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports* **21** e282–290

[133] Berthelot G, Johnson S, Noirez P, Antero J, Marck A, Desgorces F-D, Pifferi F, Carter P A, Spedding M, Manoux A S and Toussaint J-F 2019 The age-performance relationship in the general population and strategies to delay age related decline in performance *Archives of Public Health* **77** 51

[134] Monasterio X, Cumming S, Larruskain J, Johnson D M, Gil S M, Bidaurrazaga-Letona I, Lekue J A, Diaz-Beitia G, Santisteban J M and Williams S 2023 The combined effects of growth and maturity status on injury risk in an elite football academy *Biology of Sport* **41** 235–44

[135] Haff G G 2004 Roundtable Discussion: Periodization of Training— Part *Strength and Conditioning Journal*

[136] Selye H 1956 *The stress of life* (New York: McGraw-Hill Book Company)

[137] Selye H 1951 The general-adaptation-syndrome *Annual Review of Medicine* **2** 327–42

[138] Voirol C 2010 *Développement, mise en œuvre et caractérisation d'un processus de surveillance continue par internet de facteurs psychosociaux en vue de son utilisation éventuelle dans la prévention des crises organisationnelles [development, implementation and character* PhD thesis

[139] Selye H 1951 The general-adaptation-syndrome *Annual Review of Medicine* **2** 327–42

[140] Thiel C, Vogt L, Bürklein M, Rosenhagen A, Hübscher M and Banzer W 2011 Functional overreaching during preparation training of elite tennis professionals *Journal of Human Kinetics* **28** 79–89

[141] Roete A J, Elferink-Gemser M T, Otter R T A, Stoter I K and Lamberts R P 2021 A Systematic Review on Markers of Functional Overreaching in Endurance Athletes *International Journal of Sports Physiology and Performance* **16** 10651073

[142] Udby C L, Impellizzeri F M, Lind M and Nielsen R Ø 2020 How has workload been defined and how many workload-related exposures to injury are included in published sports injury articles? A scoping review *Journal of Orthopaedic & Sports Physical Therapy* **50** 538–48

[143] Organization I C A Manual for the Oversight of Fatigue Management Approaches (Doc 9966)

[144] Anon 2005 *Fatigue as a Window to the Brain*

[145] Shen J, Barbera J and Shapiro C M 2006 Distinguishing sleepiness and fatigue: focus on definition and measurement *Sleep Medicine Reviews* **10** 63–76

[146] Allen D G, Lamb G D and Westerblad H 2008 Skeletal muscle fatigue: cellular mechanisms *Physiological Reviews* **88** 287–332

[147] Noakes T D and St Clair Gibson A 2004 Logical limitations to the "catastrophe" models of fatigue during exercise in humans *British Journal of Sports Medicine* **38** 648–9

[148] Knicker A J, Renshaw I, Oldham A R H and Cairns S P 2011 Interactive processes link the multiple symptoms of fatigue in sport competition *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **41** 307–28

[149] Enoka R M and Duchateau J 2016 Translating Fatigue to Human Performance *Medicine and Science in Sports and Exercise* **48** 2228–38

[150] Borg G A 1982 Psychophysical bases of perceived exertion *Medicine and Science in Sports and Exercise* **14** 377–81

[151] Finkenzeller T, Burberg T, Kranzinger S, Harbour E, Snyder C, Würth S and Amesberger G 2022 Effects of physical stress in alpine skiing on psychological, physiological, and biomechanical parameters: An individual approach *Frontiers in Sports and Active Living* **4** 971137

[152] Krautgasser S, Scheiber P, Duvillard S P von and Müller E 2012 Heart rate, mood states, and rating of perceived exertion among elderly subjects during 3.5 hours of recreational alpine skiing *Annales Kinesiologiae* **3**

[153] Seifert J, Kröll J and Müller E 2009 The relationship of heart rate and lactate to cumulative muscle fatigue during recreational alpine skiing *Journal of Strength and Conditioning Research* **23** 698–704

[154] Koller A, Fuchs B, Leichtfried V and Schobersberger W 2015 Decrease in eccentric quadriceps and hamstring strength in recreational alpine skiers after prolonged skiing *BMJ open sport & exercise medicine* **1**

[155] Kröll J, Müller E, Seifert J G and Wakeling J M 2011 Changes in quadriceps muscle activity during sustained recreational alpine skiing *Journal of Sports Science & Medicine* **10** 81–92

[156] Strojnik V, Komi P V and Nicol C 2000 *Fatigue during one-week tourist alpine skiing*

[157] Alhammoud M, Girard O, Hansen C, Racinais S, Meyer F, Hautier C A and Morel B 2022 Repeated practice runs during on-snow training do not generate any measurable neuromuscular alterations in elite alpine skiers *Frontiers in Sports and Active Living* **4** 829195

[158] Kuipers H and Keizer H A 1988 Overtraining in Elite Athletes *Sports Medicine* **6** 79–92

[159] Anon 2013 Prevention, Diagnosis, and Treatment of the Overtraining Syndrome: Joint Consensus Statement of the European College of Sport Science and the American College of Sports Medicine *Medicine & Science in Sports & Exercise* **45** 186

[160] Soligard T, Schwellnus M, Alonso J-M, Bahr R, Clarsen B, Dijkstra H P, Gabbett T, Gleeson M, Hägglund M, Hutchinson M R, Rensburg C J van, Khan K M, Meeusen R, Orchard J W, Pluim B M, Raftery M, Budgett R and Engebretsen L 2016 How much is too much? (Part 1) International Olympic Committee consensus statement on load in sport and risk of injury *British Journal of Sports Medicine* **50** 1030–41

[161] Sedeaud A, Sène J M, Krantz N, Saulière G, Moussa I and Toussaint J F 2018 L'importance de la quantification de la charge d'entraînement : exemple d'un modèle *Science & Sports* **33** 22–32

[162] Calvert T W, Banister E W, Savage M V and Bach T 1976 A systems model of the effects of training on physical performance *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* **SMC-6** 94–102

[163] Morton R H, Fitz-Clarke J R and Banister E W 1990 Modeling human performance in running *Journal of Applied Physiology (Bethesda, Md.: 1985)* **69** 1171–7

[164] MacDougall J D, Wenger H A and Sciences C A of S 1991 *Physiological Testing of the High-performance Athlete* (Human Kinetics Books)

[165] Hemingway B S, Greig L, Jovanovic M, Ogorek B and Swinton P Traditional and contemporary approaches to mathematical fitness-fatigue models in exercise science: A practical guide with resources. Part i.

[166] Swinton P, Hemingway B S, Rasche C, Pfeiffer M and Ogorek B Traditional and contemporary approaches to mathematical fitness-fatigue models in exercise science: A practical guide with resources. Part II.

[167] Foster C, Hector L L, Welsh R, Schrager M, Green M A and Snyder A C 1995 Effects of specific versus cross-training on running performance *European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology* **70** 367–72

[168] Foster C, Daines E, Hector L, Snyder A C and Welsh R 1996 Athletic performance in relation to training load *Wisconsin Medical Journal* **95** 370–4

[169] Foster C 1998 Monitoring training in athletes with reference to overtraining syndrome *Medicine and Science in Sports and Exercise* **30** 11641168

[170] Gabbett T J, Hulin B T, Blanch P and Whiteley R 2016 High training workloads alone do not cause sports injuries: how you get there is the real issue *British Journal of Sports Medicine* **50** 444–5

[171] Hulin B T, Gabbett T J, Lawson D W, Caputi P and Sampson J A 2016 The acute:chronic workload ratio predicts injury: high chronic workload may decrease injury risk in elite rugby league players *British Journal of Sports Medicine* **50** 231–6

[172] Andrade R, Wik E H, Rebelo-Marques A, Blanch P, Whiteley R, Espregueira-Mendes J and Gabbett T J 2020 Is the Acute: Chronic Workload Ratio (ACWR) Associated with Risk of Time-Loss Injury in Professional Team Sports? A Systematic Review of Methodology, Variables and Injury Risk in Practical Situations *Sports Medicine* **50** 1613–35

[173] Issurin V B 2010 New Horizons for the Methodology and Physiology of Training Periodization *Sports Medicine* **40** 189–206

[174] Blanch P and Gabbett T J 2016 Has the athlete trained enough to return to play safely? The acute:chronic workload ratio permits clinicians to quantify a player's risk of subsequent injury *British Journal of Sports Medicine* **50** 471–5

[175] Hunter J S 1986 The exponentially weighted moving average *Journal of Quality Technology* **18** 203–10

[176] Moussa I, Leroy A, Sauliere G, Schipman J, Toussaint J-F and Sedeaud A 2019 Robust Exponential Decreasing Index (REDI): adaptive and robust method for computing cumulated workload *BMJ Open Sport & Exercise Medicine* **5** e000573

[177] Foster C, Florhaug J A, Franklin J, Gottschall L, Hrovatin L A, Parker S, Doleshal P and Dodge C 2001 A new approach to monitoring exercise training *Journal of Strength and Conditioning Research* **15** 109–15

[178] Mougios V 2007 Reference intervals for serum creatine kinase in athletes *British Journal of Sports Medicine* **41** 674–8

[179] Baird M F, Graham S M, Baker J S and Bickerstaff G F 2012 Creatine-kinase- and exercise-related muscle damage implications for muscle performance and recovery *Journal of Nutrition and Metabolism* **2012** 960363

[180] Hager *Pathologies du rugbyman. Congrès médical de la Fédération Française de Rugby, Lyon, 2004 - F F R*

[181] Anderson L, Triplett-Mcbride T, Foster C, Doberstein S and Brice G 2003 Impact of Training Patterns on Incidence of Illness and Injury During a Women's Collegiate Basketball Season *The Journal of Strength and Conditioning Research* **17** 734

[182] Eddy S R 2004 What is a hidden Markov model? *Nature Biotechnology* **22** 1315–6

[183] Rabiner L and Juang B 1986 An introduction to hidden markov models *IEEE ASSP Magazine* **3** 4–16

[184] Baum L E and Petrie T 1966 Statistical inference for probabilistic functions of finite state markov chains *The Annals of Mathematical Statistics* **37** 1554–63

[185] Lystig T C and Hughes J P 2002 Exact computation of the observed information matrix for hidden markov models *Journal of Computational and Graphical Statistics* **11** 678–89

[186] Visser I and Speekenbrink M 2010 depmixS4: An R package for hidden markov models *Journal of Statistical Software* **36** 4

[187] Visser I and Speekenbrink M 2010 depmixS4: An R Package for Hidden Markov Models *Journal of Statistical Software* **36** 1–21

[188] Dempster A P, Laird N M and Rubin D B 1977 Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* **39** 1–38

[189] Celeux G and Govaert G 1992 A classification EM algorithm for clustering and two stochastic versions *Computational Statistics & Data Analysis* **14** 315–32

[190] Millward R B 1983 Review of models for behavior: Stochastic processes in psychology *The American Journal of Psychology* **96** 305–7

[191] Schmittmann V D, Visser I and Raijmakers M E J 2006 Multiple learning modes in the development of performance on a rule-based category-learning task *Neuropsychologia* **44** 2079–91

[192] Kim C-J 1994 Dynamic linear models with Markov-switching *Journal of Econometrics* **60** 1–22

[193] Ghysels E 1994 On the periodic structure of the business cycle *Journal of Business and Economic Statistics* **12** 289–98

[194] Rabiner L R 1989 A tutorial on hidden markov models and selected applications in speech recognition *Proceedings of the IEEE* **77** 257–86

[195] Krogh A 1998 An introduction to hidden Markov models for biological sequences vol 32 (Elsevier) pp 45–63

[196] Lüken M, Kucharský Š and Visser I 2022 Characterising Eye Movement Events with an Unsupervised Hidden Markov Model *Journal of Eye Movement Research* **15**

[197] Du J, Wang C, Wang L, Mao S, Zhu B, Li Z and Fan X 2023 Automatic block-wise genotype-phenotype association detection based on hidden Markov model *BMC bioinformatics* **24** 138

[198] Rao K, Speier W, Meng Y, Wang J, Ramesh N, Xie F, Su Y, Nowell B, Curtis J and Arnold C 2023 Machine Learning Approaches to Classify Self-Reported Rheumatoid Arthritis Health Scores Using Activity Tracker Data *JMIR formative research*

[199] Wang Z, Bi C, You S and Yao J 2021 Hidden Markov Model-Based Video Recognition for Sports *Advances in Mathematical Physics* **2021** e5183088

[200] Benito P J, Alfaro-Magallanes V M, Rael B, Castro E A, Romero-Parra N, Rojo-Tirado M A and Peinado A B 2023 Effect of Menstrual Cycle Phase on the Recovery Process of High-Intensity Interval Exercise—A Cross-Sectional Observational Study *International Journal of Environmental Research and Public Health* **20** 3266

[201] Janse DE Jonge X, Thompson B and Han A 2019 Methodological Recommendations for Menstrual Cycle Research in Sports and Exercise *Medicine and Science in Sports and Exercise* **51** 2610–7

[202] Meignié A, Duclos M, Carling C, Orhant E, Provost P, Toussaint J-F and Antero J 2021 The effects of menstrual cycle phase on elite athlete performance: A critical and systematic review *Frontiers in Physiology* **12**

[203] McNulty K L, Elliott-Sale K J, Dolan E, Swinton P A, Ansdell P, Goodall S, Thomas K and Hicks K M 2020 The Effects of Menstrual Cycle Phase on Exercise Performance in Eumenorrheic Women: A Systematic Review and Meta-Analysis *Sports Medicine* **50** 1813–27

[204] Bittencourt N F N, Meeuwisse W H, Mendonça L D, Nettel-Aguirre A, Ocarino J M and Fonseca S T 2016 Complex systems approach for sports injuries: moving from risk factor identification to injury pattern recognition-narrative review and new concept *British Journal of Sports Medicine* **50** 1309–14

[205] Haddad M, Chaouachi A, Wong D P, Castagna C, Hambli M, Hue O and Chamari K 2013 Influence of fatigue, stress, muscle soreness and sleep on perceived exertion during submaximal effort *Physiology & Behavior* **119** 185–9

[206] Claudino J G, J Gabbet T, de Sá Souza H, Simim M, Fowler P, Alcantara Borba D de, Melo M, Bottino A, Loturco I, D'Almeida V, Carlos Amadio A, Cerca Serrão J and P Nassis G 2019 Which parameters to use for sleep quality monitoring in team sport athletes? A systematic review and meta-analysis *BMJ open sport & exercise medicine* **5** e000475

[207] Arney B E, Glover R, Fusco A, Cortis C, Koning J J de, Erp T van, Jaime S, Mikat R P, Porcari J P and Foster C 2019 Comparison of RPE (Rating of Perceived Exertion) Scales for Session RPE *International Journal of Sports Physiology and Performance* **14** 994–6

[208] Soumpasis I, Grace B and Johnson S 2020 Real-life insights on menstrual cycles and ovulation using big data *Human Reproduction Open* **2020** hoaa011

[209] Carmichael M A, Thomson R L, Moran L J and Wycherley T P 2021 The Impact of Menstrual Cycle Phase on Athletes' Performance: A Narrative Review *International Journal of Environmental Research and Public Health* **18** 1667

[210] Barba-Moreno L, Cupeiro R, Romero-Parra N, Janse de Jonge X A K and Peinado A B 2022 Cardiorespiratory responses to endurance exercise over the menstrual cycle and with oral contraceptive use *The Journal of Strength & Conditioning Research* **36** 392

[211] Satterthwaite F E 1946 An approximate distribution of estimates of variance components *Biometrics Bulletin* **2** 110–4

[212] Jacoby W G 2000 Loess:: a nonparametric, graphical tool for depicting relationships between variables *Electoral Studies* **19** 577–613

[213] Celeux G and Durand J-B 2008 Selecting hidden Markov model state number with cross-validated likelihood *Computational Statistics* **23** 541–64

[214] Pohle J, Langrock R, Beest F M van and Schmidt N M 2017 Selecting the number of states in hidden markov models: Pragmatic solutions illustrated using animal movement *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* **22** 270–93

[215] Ren B and Barnett I 2023 Combining mixed effects hidden Markov models with latent alternating recurrent event processes to model diurnal active-rest cycles *Biometrics*

[216] Schmalenberger K M, Tauseef H A, Barone J C, Owens S A, Lieberman L, Jarczok M N, Girdler S S, Kiesner J, Ditzen B and Eisenlohr-Moul T A 2021 How to study the menstrual cycle: Practical tools and recommendations *Psychoneuroendocrinology* **123** 104895

[217] Platonov V N 1988 *L'entraînement sportif: théorie et méthodologie* (Revue E.P.S.)

[218] Goodrich J A, Ryan B J and Byrnes W C 2018 The influence of oxygen saturation on the relationship between hemoglobin mass and VO 2 max *Sports Medicine International Open* **2** E98–104

[219] Crum E M, O'Connor W J, Van Loo L, Valckx M and Stannard S R 2017 Validity and reliability of the Moxy oxygen monitor during incremental cycling exercise *European Journal of Sport Science* **17** 1037–43

[220] Gandia-Soriano A, Salas-Montoro J-A, Javaloyes A, Lorente-Casaus C, Zabala M, Priego-Quesada J I and Mateo March M 2022 Validity and Reliability of Two Near-infrared Spectroscopy Devices to Measure Resting Hemoglobin in Elite Cyclists *International Journal of Sports Medicine* **43** 875–80

[221] Jaén-Carrillo D, Roche-Seruendo L E, Cartón-Llorente A and García-Pinillos F 2022 Agreement between muscle oxygen saturation from two commercially available systems in endurance running: Moxy Monitor versus Humon Hex *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology* **236** 231–7

[222] Klusiewicz A, Rębiś K, Ozimek M and Czaplicki A 2021 The use of muscle near-infrared spectroscopy (NIRS) to assess the aerobic training loads of world-class rowers *Biology of Sport* **38** 713–9

[223] Cerezuela-Espejo V, Courel-Ibáñez J, Morán-Navarro R, Martínez-Cava A and Pallarés J G 2018 The relationship between lactate and ventilatory thresholds in runners: Validity and reliability of exercise test performance parameters *Frontiers in Physiology* **9**

[224] Ghosh A K 2004 Anaerobic threshold: Its concept and role in endurance sport *The Malaysian Journal of Medical Sciences : MJMS* **11** 24–36

[225] Poole D C, Rossiter H B, Brooks G A and Gladden L B 2021 The anaerobic threshold: 50+ years of controversy *The Journal of Physiology* **599** 737–67

[226] Wasserman K, Beaver W L and Whipp B J 1990 Gas exchange theory and the lactic acidosis (anaerobic) threshold *Circulation* **81** II14–30

[227] Supej M, Kipp R and Holmberg H-C 2011 Mechanical parameters as predictors of performance in alpine World Cup slalom racing *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports* **21** e72–81

[228] Delhaye C, Cross M R, Bowen M, Samozino P and Hintzy F 2020 Influence of Line Strategy Between Two Turns on Performance in Giant Slalom *Frontiers in Sports and Active Living* **2** 589257

[229] Supej M 2008 Differential specific mechanical energy as a quality parameter in racing alpine skiing *Journal of Applied Biomechanics* **24** 121–9

[230] Federolf P A 2012 Quantifying instantaneous performance in alpine ski racing *Journal of Sports Sciences* **30** 1063–8

[231] Gilgien M, Crivelli P, Spörri J, Kröll J and Müller E 2015 Characterization of course and terrain and their effect on skier speed in World Cup alpine ski racing *PloS One* **10** e0118119

[232] Racinais S, Gaoua N, Mtibaa K, Whiteley R, Hautier C and Alhammoud M 2017 Effect of Cold on Proprioception and Cognitive Function in Elite Alpine Skiers *International Journal of Sports Physiology and Performance* **12** 69–74

[233] Karlöf L, Supej M and Holmberg H-C 2013 Snow – the performance surface for alpine skiing (Routledge)

[234] Supej M and Holmberg H-C 2019 Recent kinematic and kinetic advances in olympic alpine skiing: Pyeongchang and beyond *Frontiers in Physiology* **10**

[235] Borba D A, Rodrigues P S, Oliveira G F F de and Ferreira Júnior J B 2021 The sex differences in the 10,000 m race strategy *Motriz: Revista de Educação Física* **27** e10200193

[236] Rasdal V, Fudel R, Kocbach J, Moen F, Ettema G and Sandbakk Ø 2017 Association between laboratory capacities and world-cup performance in Nordic combined *PLOS ONE* **12** e0180388

[237] Müller W 2009 Determinants of ski-jump performance and implications for health, safety and fairness *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **39** 85–106

[238] Sandbakk Ø, Rasdal V, Bråten S, Moen F and Ettema G 2016 How Do World-Class Nordic Combined Athletes Differ From Specialized Cross-Country Skiers and Ski Jumpers in Sport-Specific Capacity and Training Characteristics? *International Journal of Sports Physiology and Performance* **11** 899–906

[239] Solli G S, Tønnessen E and Sandbakk Ø 2017 The training characteristics of the world's most successful female cross-country skier *Frontiers in Physiology* **8**

[240] Sandbakk Ø, Holmberg H-C, Leirdal S and Ettema G 2010 Metabolic rate and gross efficiency at high work rates in world class and national level sprint skiers *European Journal of Applied Physiology* **109** 473–81

[241] Rasdal V, Moen F and Sandbakk Ø 2018 The long-term development of training, technical, and physiological characteristics of an olympic champion in nordic combined *Frontiers in Physiology* **9**

[242] Belyova An, Popova Ai and Ardashev Ae Aptitude technique des principales skieuses russes et étrangères du combiné nordique

[243] Spörri J, Kröll J, Schwameder H, Schiefermüller C and Müller E 2012 Course setting and selected biomechanical variables related to injury risk in alpine ski racing: an explorative case study *British Journal of Sports Medicine* **46** 1072–7

[244] Supej M, Hébert-Losier K and Holmberg H-C 2015 Impact of the Steepness of the Slope on the Biomechanics of World Cup Slalom Skiers *International Journal of Sports Physiology and Performance* **10** 361–8

[245] Mathiasen P E 1979 Prediction functions *Scandinavian Journal of Statistics* **6** 1–21

[246] Giannone D, Lenza M and Primiceri G E 2021 Economic Predictions With Big Data: The Illusion of Sparsity *Econometrica* **89** 2409–37

[247] Chatfield C 2000 *Time-Series Forecasting* (CRC Press)

[248] Hajian-Tilaki K 2011 Sample size estimation in epidemiologic studies *Caspian Journal of Internal Medicine* **2** 289–98

[249] Link J, Schwinn L, Pulsmeyer F, Kautz T and Eskofier B M 2022 xLength: Predicting Expected Ski Jump Length Shortly after Take-Off Using Deep Learning *Sensors (Basel, Switzerland)* **22** 8474

[250] Talsnes R K, Solli G S, Kocbach J, Torvik P-Ø and Sandbakk Ø 2021 Laboratory- and field-based performance-predictions in cross-country skiing and roller-skiing *PloS One* **16** e0256662

[251] Wattie N and Baker J 2017 Why conceptualizations of talent matter: Implications for skill acquisition and talent identification and development (Routledge)

[252] Davids K and Baker J 2007 Genes, environment and sport performance: why the nature-nurture dualism is no longer relevant *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **37** 961–80

[253] Wattie N, Schorer J and Baker J 2015 The relative age effect in sport: a developmental systems model *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* **45** 83–94

[254] Boccia G, Moisè P, Franceschi A, Trova F, Panero D, La Torre A, Rainoldi A, Schena F and Cardinale M 2017 Career Performance Trajectories in Track and Field Jumping Events from Youth to Senior Success: The Importance of Learning and Development *PloS One* **12** e0170744

[255] Tønnessen E, Svendsen I S, Olsen I C, Guttormsen A and Haugen T 2015 Performance development in adolescent track and field athletes according to age, sex and sport discipline *PloS One* **10** e0129014

[256] Musch J and Grondin S 2001 Unequal Competition as an Impediment to Personal Development: A Review of the Relative Age Effect in Sport *Developmental Review* **21** 147–67

[257] Müller L, Müller E, Kornexl E and Raschner C 2015 The Relationship between Physical Motor Skills, Gender and Relative Age Effects in Young Austrian Alpine Ski Racers *International Journal of Sports Science & Coaching* **10** 69–85

[258] Romann M and Fuchslocher J 2014 Survival and Success of the Relatively Oldest in Swiss Youth Skiing Competition *International Journal of Sports Science & Coaching* **9** 347–56

[259] Fitzgerald M D, Tanaka H, Tran Z V and Seals D R 1997 Age-related declines in maximal aerobic capacity in regularly exercising vs. sedentary women: a meta-analysis *Journal of Applied Physiology (Bethesda, Md.: 1985)* **83** 160–5

[260] Tanaka H, Desouza C A, Jones P P, Stevenson E T, Davy K P and Seals D R 1997 Greater rate of decline in maximal aerobic capacity with age in physically active vs. sedentary healthy women *Journal of Applied Physiology (Bethesda, Md.: 1985)* **83** 1947–53

[261] Wiswell R A, Jaque S V, Marcell T J, Hawkins S A, Tarpenning K M, Constantino N and Hyslop D M 2000 Maximal aerobic power, lactate threshold, and running performance in master athletes *Medicine & Science in Sports & Exercise* **32** 1165

[262] Aguilaniu B, Maitre J, Glénet S, Gegout-Petit A and Guénard H 2008 European reference equations for CO and NO lung transfer *European Respiratory Journal* **31** 1091–7

[263] Faulkner J A, Larkin L M, Claflin D R and Brooks S V 2007 Age-related changes in the structure and function of skeletal muscles *Clinical and Experimental Pharmacology & Physiology* **34** 1091–6

[264] Baker A B and Tang Y Q 2010 Aging performance for masters records in athletics, swimming, rowing, cycling, triathlon, and weightlifting *Experimental Aging Research* **36** 453–77

[265] Schipman J, Gallo P, Marc A, Antero J, Toussaint J-F, Sedeaud A and Marck A 2019 Age-related changes in para and wheelchair racing athlete's performances *Frontiers in Physiology* **10**

[266] Comets E, Lavenu A and Lavielle M 2017 Parameter Estimation in Nonlinear Mixed Effect Models Using saemix, an R Implementation of the SAEM Algorithm *Journal of Statistical Software* **80** 1–41

[267] Graunt J 1662 Natural and political observations made upon the bills of mortality

[268] Nielsen A 2019 *Practical Time Series Analysis: Prediction with Statistics and Machine Learning* ("O'Reilly Media, Inc.")

[269] Matsuo K, Ciesielski K M, Mandelbaum R S, Lee M Y W, Neda J D, Roman L D and Wright J D 2023 Lymph node evaluation for endometrial hyperplasia: a nationwide analysis of minimally invasive hysterectomy in the ambulatory setting *Surgical Endoscopy*

[270] Richardson T G, Urquijo H, Holmes M V and Davey Smith G 2023 Leveraging family history data to disentangle time-varying effects on disease risk using lifecourse mendelian randomization *European Journal of Epidemiology*

[271] McGrath J E and Rotchford N L 1983 Time and behavior in organizations *Research in Organizational Behavior* **5** 57–101

[272] Antero J, Tanaka H, De Larochelambert Q, Pohar-Perme M and Toussaint J-F 2021 Female and male US Olympic athletes live 5 years longer than their general population counterparts: a study of 8124 former US Olympians *British Journal of Sports Medicine* **55** 206–12

[273] Cao P, Zhu G, Zhang Q, Wang F, Liu Y and Mo R 2021 Blockchain-enabled HMM model for sports performance prediction *IEEE Access* **9** 40255–62

[274] Wang P, Liu J and Liao B 2022 Prediction of Sports Performance and Analysis of Influencing Factors Based on Machine Learning and Big Data Statistics *Journal of Sensors* **2022** e3276576

[275] ZhaoriGetu H 2022 Prediction of Sports Performance Combined with Deep Learning Model and Analysis of Influencing Factors *Scientific Programming* **2022** e4082906

[276] Lotfi S and Rebbouj M 2021 Machine Learning for sport results prediction using algorithms *International Journal of Information Technology and Applied Sciences (IJITAS)* **3** 148–55

[277] Chang W, Cheng J, Allaire J, Sievert C, Schloerke B, Xie Y, Allen J, McPherson J, Dipert A and Borges B 2023 *Shiny: Web application framework for r*

[278] Barnett A, Cerin E, Reaburn P and Hooper S 2010 The effects of training on performance and performance-related states in individual elite athletes: A dynamic approach *Journal of sports sciences* **28** 1117–26

[279] Meyer N L, Manore M M and Helle C 2011 Nutrition for winter sports *Journal of Sports Sciences* **29** S127–36

[280] Fawver B, Cowan R L, DeCouto B S, Lohse K R, Podlog L and Williams A M 2020 Psychological characteristics, sport engagement, and performance in alpine skiers *Psychology of Sport and Exercise* **47** 101616

[281] Marck A, Antero J, Berthelot G, Johnson S, Sedeaud A, Leroy A, Marc A, Spedding M, Di Meglio J-M and Toussaint J-F 2019 Age-related upper limits in physical performances *The Journals of Gerontology: Series A* **74** 591–9

[282] Reid R C, Haugen P, Gilgien M, Kipp R W and Smith G A 2020 Alpine Ski Motion Characteristics in Slalom *Frontiers in Sports and Active Living* **2** 25

[283] Elfmark O, Ettema G, Jølstad P and Gilgien M 2022 Kinematic Determination of the Aerial Phase in Ski Jumping *Sensors (Basel, Switzerland)* **22** 540

Personnelles

[1] Antero J, Tanaka H, **De Larochelambert Q**, Pohar-Perme M and Toussaint J-F 2021 *Female and male US Olympic athletes live 5 years longer than their general population counterparts: a study of 8124 former US Olympians*, British Journal of Sports Medicine

[2] Duncombe S L, Tanaka H, **De Larochelambert Q**, Schipman J, Toussaint J-F and Antero J 2021 *High hopes: lower risk of death due to mental disorders and self-harm in a century-long US Olympian cohort compared with the general population*, British Journal of Sports Medicine

[3] **De Larochelambert Q**, Difernand A, Antero J, Sedeaud A, Toussaint J-F, PY Louis and Coulmy N, 2022, *Relative age effect in French alpine skiing: Problemand solution*, Journal of Sports Sciences401137–48.

[4] Difernand A, **De Larochelambert Q**, Pla R, Barlier K, Marc A, Ferri S, Dupas O,Antero J, Toussaint J-F and Sedeaud A 2023 *Corrective adjustment methods forrelative age effects on French young swimmers' performances*, PloS One

[5] Difernand A, **De Larochelambert Q**, Homo S, Rousseau F, Antero J, Toussaint J-F and Sedeaud A, 2023, *Relative age effects in track-and-field: Identification and performance rebalancing*, Frontiers in Physiology

[6] Diry A, Ratel S, Bardin J, Armstrong N, **De Larochelambert Q**, Thomas C and Maciejewski H, 2020, *Importance of dimensional changes on glycolytic metabolism during growth European*, Journal of Applied Physiology

[7] Forstmann N, Meignié A, **De Larochelambert Q**, Duncombe S, Schaal K, Maître C ,Toussaint J-F and Antero J,2022, *Does maternity during sports career jeopardize future athletic success in elite marathon runners?*, European Journal of Sport Science

[8] Forstmann N, Meignié A, **De Larochelambert Q**, Duncombe S, Schaal K, Maître C ,Toussaint J-F and Antero J,2022, *Does maternity during sports career jeopardizefuture athletic success in elite marathon runners?*, European Journal of Sport Science

[9] Le Toquin B, Schipman J, **De Larochelambert Q**, Saulière G, Duncombe S and Toussaint J-F 2022 *Is the visual impairment origin a performance factor? Analysis of international-level para swimmers and para athletes*, Journal of Sports Sciences

[10] **De Larochelambert, Q**, Barlier K, Hamri I, Difernand A, Sedeaud A, Toussaint JF, Antero J, Louis PY and Coulmy N 2023 *Potential estimation model in French alpine skiing - Individual evolution curve and progression typology*, Frontiers in Physiology

[11] **De Larochelambert Q**, Hamri I, Difernand A, Barlier K, Antero J, Sedeaud A, Toussaint JF, Coulmy Nicolas, Louis PY, en review, *Young performance determines the adulthood performance ? A parametric and non-parametric Markovian multi-state development model in French alpine skiing*, Journal of Applied Statistics

[12] Aloulou A, Duforez F, Léger D, **De Larochelambert Q** and Nedelec M, 2021, *The Relationships Between Training Load, Type of Sport, and Sleep Among High-Level Adolescent Athletes*, International Journal of Sports Physiology and Performance

[13] Sedeaud A, **De Larochelambert Q**, Moussa I, Brasse D, Berrou J-M, DuncombeS, Antero J, Orhant E, Carling C and Toussaint J-F 2020 *Does an optimal rela-tionship between injury risk and workload represented by the "sweet spot" reallyexist? An example from elite french soccer players and pentathletes*, Frontiers in Physiology

[14] **Quentin De Larochelambert**, Hamri I, Chassard T, Meignie A, Dupuit M, Storme F, Diry A, Toussaint JF, Louis PY, Coulmy N and Antero J, en review, *Exploring the effect of hormonal phases on elite athletes' training responses when workload is not objectively quantifiable: the MILS approach and findings from female Olympians*, American Journal of Sports Medicine

[15] Antero J, Golovkine S, Niffoi L, Meignié A, Chassard T, **Delarochelambert Q**, Duclos M, Maitre C, Maciejewski H, Diry A and Toussaint J-F, 2023 *Menstrual cycle and*

hormonal contraceptive phases' effect on elite rowers' training, performance and wellness Frontiers in Physiology

[16] Ledanois T, Hamri I, **De Larochelambert Q**, Libicz S, Toussaint J F and Sedeaud A, 2023, *Cutoff value for predicting success in triathlon mixed team relay*, Frontiers in Sports and Active Living

[17] **De Larochelambert Q**, Del Vecchio S, Leroy A, Duncombe S, Toussaint J-F and Sedeaud A, 2020, *Body and boat: Significance of morphology on elite rowing performance*, Frontiers in Sports and Active Living

[18] **De Larochelambert Q**, Marc A, Antero J, Le Bourg E and Toussaint J-F, 2020, *Covid-19 Mortality: A Matter of Vulnerability Among Nations Facing Limited Margins of Adaptation*, Frontiers in Public Health

[19] Spedding M, Marvaud R, Marck A, **Delarochelambert Q** and Toussaint J F, 2022, *Aging, VO2 max, entropy, and COVID-19*, Indian Journal of Pharmacology

Annexes A : Code

Méthodes des moindres carrés ordinaire pour l'ajustement âge-performance

```
function (age, performance, FUN, nbpara, niter = 10, borne = -Inf,
  initial = runif(nbpara), plot = FALSE, grid.age = seq(min(age),
    max(age), 0.1))
{
  SQ_methode <- function(p) {
    sum((performance - FUN(age, p))^2)
  }
  res <- lapply(c(1:niter), function(x) {
    sol <- nlminb(start = initial + rnorm(nbpara, 0, 1),
      SQ_methode)
    res <- nlminb(start = sol$par, SQ_methode, lower = borne)
    return(list(para = res$par, obj = res$objective))
  })
  best <- which.min(unlist(lapply(res, function(x) {
    x$obj
  })))
  best_param <- res[[best]]$para
  best_obj <- res[[best]]$obj
  fit <- FUN(grid.age, best_param)
  perf_pic <- round(fit[which.min(fit)], 2)
  age_pic <- grid.age[which.min(fit)]
  perf <- data.frame(age = age, perf = performance)
  pred <- data.frame(age = grid.age, pred = fit)
```

```
  R2 <- 1 - (sum((performance - fit)^2)/sum((performance -
    mean(performance))^2))
  R2a <- 1 - ((sum((performance - fit)^2)/(length(performance) -
    nbpara - 1))/(sum((performance - mean(performance))^2)/
                    (length(performance) -
    1)))
  if (plot == TRUE) {
    p <- ggplot() + geom_point(data = perf, aes(x = age,
      y = performance), size = 2, shape = 21, fill = "grey50") +
      geom_line(data = pred, aes(x = age, y = pred), linewidth = 2,
        col = "red") + labs(x = "Age", y = "Performance",
      title = "Least squares method") + theme_linedraw() +
      theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 18,
        face = "bold"), axis.text = element_text(size = 11),
        axis.title.x = element_text(size = 14), axis.title.y =
          element_text(size = 14))
    print(p)
  }
  result_final <- list(parametre = best_param, objectif = best_obj,
    R2 = R2, R2a = R2a, age_pic = age_pic, perf_pic = perf_pic)
  return(result_final)
}
```

Equation de Moore en language R

```
moore=function(t,p){
  p[1]*(exp(-p[2]*t)) + p[3]*(exp(p[4]*t))
}
```

Equation IMAP en language R

```
imap=function(t,p){
  p[1]*exp((p[2]/p[3])*(exp(-p[3]*t)))*(exp(p[4]*(t-p[5])))}
```

Modèle de Moore à effet mixte en language STAN

```
functions {
  int[] sequence(int start, int end) {
    int seq[end - start + 1];
    for (n in 1:num_elements(seq)) {
      seq[n] = n + start - 1;
    }
    return seq;
  }
  // calculer des sommes partielles de la log-vraisemblance
  real partial_log_lik_lpmf(int[] seq, int start, int end, data vector Y, data matrix X_
    real ptarget = 0;
    int N = end - start + 1;
    // initialiser le terme du prédicteur linéaire
    vector[N] nlp_a = X_a[start:end] * b_a;
    // initialiser le terme du prédicteur linéaire
    vector[N] nlp_b = X_b[start:end] * b_b;
    // initialiser le terme du prédicteur linéaire
    vector[N] nlp_c = X_c[start:end] * b_c;
    // initialiser le terme du prédicteur linéaire
    vector[N] nlp_d = X_d[start:end] * b_d;
    // initialiser le terme du prédicteur linéaire
    vector[N] mu;
    for (n in 1:N) {
      // ajouter plus de termes au prédicteur linéaire
      int nn = n + start - 1;
      nlp_a[n] += r_1_a_1[J_1[nn]] * Z_1_a_1[nn];
    }
    for (n in 1:N) {
      // ajouter plus de termes au prédicteur linéaire
      int nn = n + start - 1;
      nlp_b[n] += r_2_b_1[J_2[nn]] * Z_2_b_1[nn];
    }
    for (n in 1:N) {
      // ajouter plus de termes au prédicteur linéaire
```

```
      int nn = n + start - 1;
      nlp_c[n] += r_3_c_1[J_3[nn]] * Z_3_c_1[nn];
    }
    for (n in 1:N) {
      // ajouter plus de termes au prédicteur linéaire
      int nn = n + start - 1;
      nlp_d[n] += r_4_d_1[J_4[nn]] * Z_4_d_1[nn];
    }
    for (n in 1:N) {
      int nn = n + start - 1;
      // calculer des valeurs prédictives non linéaires
      mu[n] = nlp_a[n] * exp( - nlp_b[n] * C_1[nn]) +
      nlp_c[n] * exp(nlp_d[n] * C_1[nn]);
    }
    ptarget += normal_lupdf(Y[start:end] | mu, sigma);
    return ptarget;
  }
}
data {
  int<lower=1> N;  // nombre total d'observations
  vector[N] Y;  // variable d'interêt
  int<lower=1> K_a;  // nombre d'effets au niveau de la population
  matrix[N, K_a] X_a;  // matrice de conception au niveau de la population
  int<lower=1> K_b;  // nombre d'effets au niveau de la population
  matrix[N, K_b] X_b;  // matrice de conception au niveau de la population
  int<lower=1> K_c;  // nombre d'effets au niveau de la population
  matrix[N, K_c] X_c;  // matrice de conception au niveau de la population
  int<lower=1> K_d;  // nombre d'effets au niveau de la population
  matrix[N, K_d] X_d;  // matrice de conception au niveau de la population
  // vecteurs covariables pour les fonctions non linéaires
  vector[N] C_1;
  int grainsize;  // granulométrie pour le filetage
  // données pour les effets au niveau du groupe de ID 1
  int<lower=1> N_1;  // nombre de niveaux de regroupement
  int<lower=1> M_1;  // nombre de coefficients par niveau
  int<lower=1> J_1[N];  // indicateur de regroupement par observation
```

```
  // valeurs de prédicteur au niveau du groupe
  vector[N] Z_1_a_1;
  // données pour les effets au niveau du groupe de ID 2
  int<lower=1> N_2;  // nombre de niveaux de regroupement
  int<lower=1> M_2;  // nombre de coefficients par niveau
  int<lower=1> J_2[N];  // indicateur de regroupement par observation
  // valeurs de prédicteur au niveau du groupe
  vector[N] Z_2_b_1;
  // données pour les effets au niveau du groupe de ID 3
  int<lower=1> N_3;  // nombre de niveaux de regroupement
  int<lower=1> M_3;  // nombre de coefficients par niveau
  int<lower=1> J_3[N];  // indicateur de regroupement par observation
  // valeurs de prédicteur au niveau du groupe
  vector[N] Z_3_c_1;
  // données pour les effets au niveau du groupe de ID 4
  int<lower=1> N_4;  // nombre de niveaux de regroupement
  int<lower=1> M_4;  // nombre de coefficients par niveau
  int<lower=1> J_4[N];  // indicateur de regroupement par observation
  // valeurs de prédicteur au niveau du groupe
  vector[N] Z_4_d_1;
  int prior_only;  // Faut-il ignorer la probabilité ?
}
transformed data {
  int seq[N] = sequence(1, N);
}
parameters {
  vector<lower=0>[K_a] b_a;  // effets au niveau de la population
  vector<lower=0>[K_b] b_b;  // effets au niveau de la population
  vector<lower=0>[K_c] b_c;  // effets au niveau de la population
  vector<lower=0>[K_d] b_d;  // effets au niveau de la population
  real<lower=0> sigma;  // paramètre de dispersion
  vector<lower=0>[M_1] sd_1;  // écarts-types au niveau du groupe
  vector[N_1] z_1[M_1];  // effets normalisés au niveau du groupe
  vector<lower=0>[M_2] sd_2;  // écarts-types au niveau du groupe
  vector[N_2] z_2[M_2];  // effets normalisés au niveau du groupe
  vector<lower=0>[M_3] sd_3;  // écarts-types au niveau du groupe
```

```
  vector[N_3] z_3[M_3];  // effets normalisés au niveau du groupe
  vector<lower=0>[M_4] sd_4;  // écarts-types au niveau du groupe
  vector[N_4] z_4[M_4];  // effets normalisés au niveau du groupe
}
transformed parameters {
  vector[N_1] r_1_a_1;  // effets réels au niveau du groupe
  vector[N_2] r_2_b_1;  // effets réels au niveau du groupe
  vector[N_3] r_3_c_1;  // effets réels au niveau du groupe
  vector[N_4] r_4_d_1;  // effets réels au niveau du groupe
  r_1_a_1 = (sd_1[1] * (z_1[1]));
  r_2_b_1 = (sd_2[1] * (z_2[1]));
  r_3_c_1 = (sd_3[1] * (z_3[1]));
  r_4_d_1 = (sd_4[1] * (z_4[1]));
}
model {
  // likelihood not including constants
  if (!prior_only) {
    target += reduce_sum(partial_log_lik_lpmf, seq, grainsize, Y, X_a, b_a, X_b, b_b, X_
  }
  // priors not including constants
  target += normal_lupdf(b_a | 0.19, 1);
  target += normal_lupdf(b_b | 4.19, 1);
  target += normal_lupdf(b_c | 1.15, 1);
  target += normal_lupdf(b_d | 0.16, 1);
  target += student_t_lupdf(sigma | 3, 0, 2.5);
  target += student_t_lupdf(sd_1 | 3, 0, 2.5);
  target += std_normal_lupdf(z_1[1]);
  target += student_t_lupdf(sd_2 | 3, 0, 2.5);
  target += std_normal_lupdf(z_2[1]);
  target += student_t_lupdf(sd_3 | 3, 0, 2.5);
  target += std_normal_lupdf(z_3[1]);
  target += student_t_lupdf(sd_4 | 3, 0, 2.5);
  target += std_normal_lupdf(z_4[1]);
}
generated quantities {
}
```

Annexes B : Publications scientifiques principales

5.12 Articles publiés

Routledge
Taylor & Francis Group

Journal of Sports Sciences

ISSN: (Print) (Online) Journal homepage: https://www.tandfonline.com/loi/rjsp20

Relative age effect in French alpine skiing: Problem and solution

Quentin De Larochelambert, Audrey Difernand, Juliana Antero, Adrien Sedeaud, Jean-François Toussaint, Louis Pierre Yves & Nicolas Coulmy

To cite this article: Quentin De Larochelambert, Audrey Difernand, Juliana Antero, Adrien Sedeaud, Jean-François Toussaint, Louis Pierre Yves & Nicolas Coulmy (2022) Relative age effect in French alpine skiing: Problem and solution, Journal of Sports Sciences, 40:10, 1137-1148, DOI: 10.1080/02640414.2022.2052428

To link to this article: https://doi.org/10.1080/02640414.2022.2052428

Published online: 24 Mar 2022.

Submit your article to this journal

Article views: 307

View related articles

View Crossmark data

Full Terms & Conditions of access and use can be found at
https://www.tandfonline.com/action/journalInformation?journalCode=rjsp20

JOURNAL OF SPORTS SCIENCES
2022, VOL. 40, NO. 10, 1137–1148
https://doi.org/10.1080/02640414.2022.2052428

Routledge
Taylor & Francis Group

SPORTS PERFORMANCE

Check for updates

Relative age effect in French alpine skiing: Problem and solution

Quentin De Larochelambert[a,b,c], Audrey Difernand[c,d], Juliana Antero[c], Adrien Sedeaud[c], Jean-François Toussaint[c,d,e], Louis Pierre Yves[a,f] and Nicolas Coulmy[b]

[a]Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584 CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, Dijon, France; [b]Département Scientifique et Sportif, Fédération Française de Ski, Annecy, France; [c]Institut de Recherche bioMédicale et d'Epidémiologie du Sport, EA7329, INSEP, Université de Paris, Paris, France; [d]Université de Paris, France; [e]Centre d'Investigation en Médecine du Sport, Hôtel-Dieu, Assistance Publique, Hôpitaux de Paris, Paris, France; [f]Institut Agro Dijon, PAM UMR 02.102, Université Bourgogne Franche-Comté, Dijon, France

ABSTRACT

This study aims to identify the potential bias of the relative age effect (RAE) in French alpine skiers and to propose a mathematical correction adjustment for such a bias. All performances and birthdates of skiers on the national and international circuit were collected from the 2004 up to 2019. A goodness-of-fit chi-square test and the residuals were used to study the distribution of birth trimesters in youth competitors. A linear relationship between the distribution of performances and the months obtains a calibration coefficient allowing to rebalance the performance by considering the effect of RAE. Individuals born at the beginning of the year are over-represented in the elite young selections in all disciplines for both genders. A coefficient based on the relationship between month of birth and performance adjusts individual performance and cancels out the effect of RAE. The results show that RAE is present in French alpine skiing. We present a method allowing to consider the effect of the RAE in the performances realized in each gender and discipline. This method allows coaches to have a more objective opinion on performance and to reduce selection bias.

ARTICLE HISTORY
Accepted 24 February 2022

KEYWORDS
Ski; relative age effect; performance; maturity; talent identification

Introduction

The relative age effect is defined as a bias that advantage individuals born close to the age-group cut-off in the cohort entry (e.g. school tests, sports competitions; Helsen et al., 2005). The relative age effect has been a subject studied in many fields including education since Freyman (Freyman, 1965) and Armstrong (Armstrong, 1966) in the 1960s. The tendency of better success of the individuals born at the beginning of the year in the school environment has been confirmed in other studies. For example, Aune et al. showed a relative age effect in the Norwegian numeracy test for 5th, 8th, and 9th graders, an effect more remarkable among boys than girls (Aune et al., 2018). Cobley et al. (S. Cobley et al., 2009) studied the relative age effect in 657 pupils (aged 11–14) at a secondary school in North England. He found that older children (born in the first two trimesters) were more represented in gifted and talented programmes.

In sports, a 2018 study on the talent selection in 70 different sports, concerning 18,859 young Swiss athletes showed a moderate effect of relative age in athletics and synchronized swimming, as well as a slight effect but significant in tennis, volleyball, football and alpine skiing among girls (Romann et al., 2018). The RAE has been shown for both genders in young American football players (Rhys et al., 2018), rugby and cricket (McCarthy et al., 2016) and potentiated with the level of performance (Leyhr et al., 2021). Finally, Raschner et al. showed a relative age effect for both girls and boys at the 2012 Winter Youth Olympic Games across all disciplines investigated (Raschner et al., 2012). Individuals who won medals were relatively older than their non-medallist counterparts. This bias results from an earlier maturity with higher performances for those born in the first months of a same year, the classification by age group favouring the performance of relatively older athletes (W. F. Helsen et al., 2000).

Maturity is defined as the stage in which an organism is found which has reached its full development. Regarding performance, we will talk about the development of physical, physiological or cognitive faculties. This link between development and performance has been studied and theorized (G. Berthelot et al., 2012; Geoffroy Berthelot et al., 2019; Moore, 1975) by a bi-phasic function of progression and decline. Depending on the determinants of sports performance, this maturity can be achieved at different ages. For example, maturity in chess, with a cognitive dominance, is reached at the age of 31, while in 100-m athletics, with a physical dominance, is reached at the age of 25. The determinants of performance vary depending on the sport and therefore also the phases of development and therefore the effects of RAE (Till et al., 2014).

This relative age effect generates long-term effects. Brustio et al. looked at the RAE to adulthood in world athletics (Brustio et al., 2019). They first of all confirmed the presence of bias in all disciplines in the youth categories (under 18 and under 20). They also identified a relative age effect that persisted into adulthood in some

CONTACT Quentin De Larochelambert qdelarochelambert@ffs.fr Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584 CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, Fédération Française de Ski, Institut de Recherche bioMédicale et d'Epidémiologie du Sport, EA7329, INSEP, Université de Paris, Département Scientifique et Sportif, 21000 Dijon, Annecy, Paris, France.

© 2022 Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group

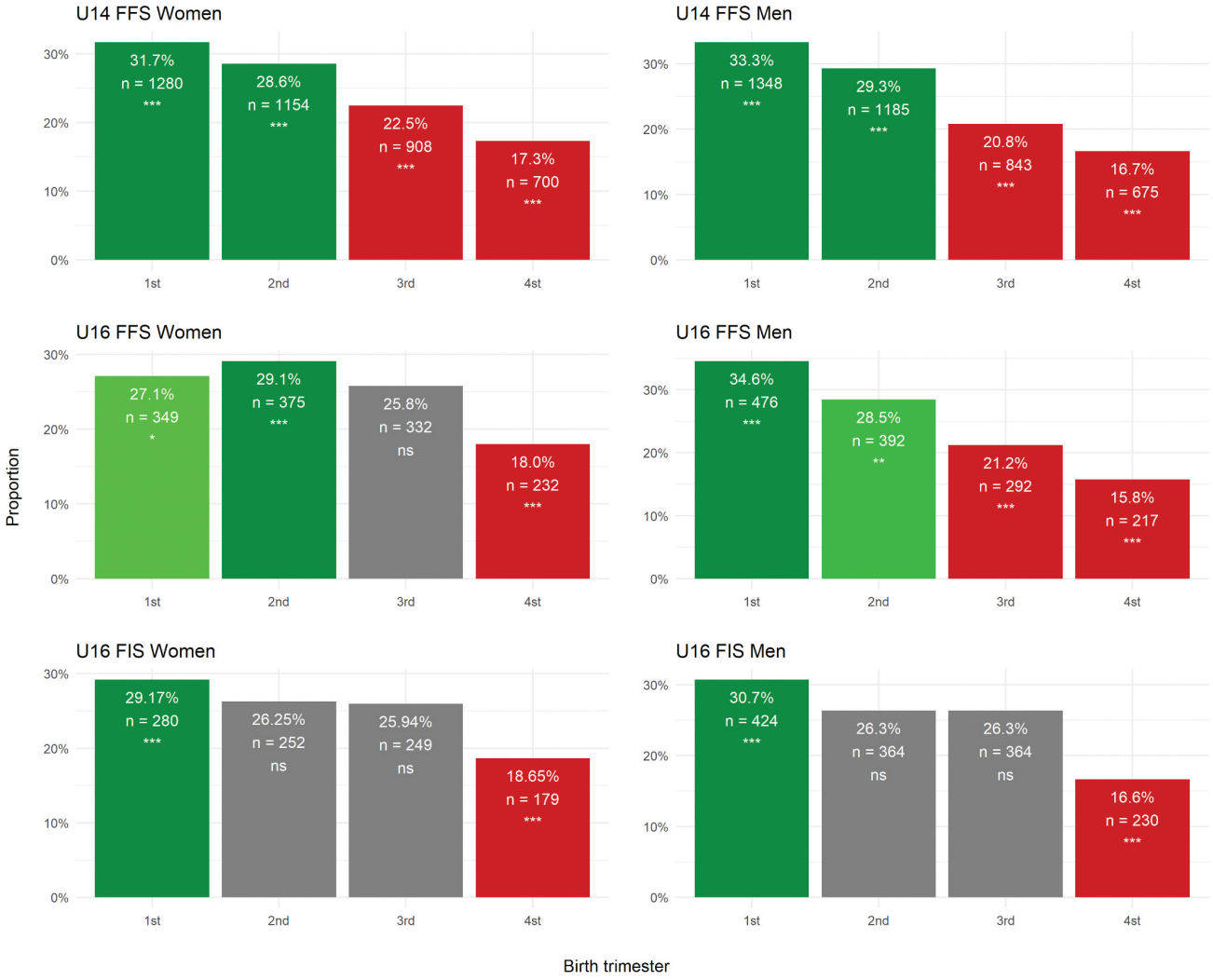

Figure 1. Distribution of proportions of female and male skiers according to their trimester of birth in French elite youth skiing competitions (U14 FFS, U16 FFS, U16 FIS). The stars indicate the level of significance level of the over or under representation of the corresponding trimester (*:0.1; **:0.05, ***:0.01).

disciplines, notably throwing events. Likewise, Gennaro Boccia et al have shown that being relatively born earlier in the year can confer an advantage throughout men's careers in throwing events (Boccia et al., 2021). Conversely, MacCarthy et al. showed a reversal of the RAE advantage (McCarthy et al., 2016). Although relatively young professional rugby and cricketer players were less likely to be selected into their respective national academy systems, they were more likely to advance to senior national teams. McCarthy and Collins (McCarthy & Collins, 2014) confirm this "reversal" of the RAE in rugby. This reversal effect has been called the "underdog" effect (Gibbs et al., 2012). Finally, de la Rubia et al. showed a relative age effect still present in the adult male and female categories in international handball (De la Rubia et al., 2021).

Other studies have demonstrated the existence of the RAE among international skiers (Baker et al., 2014). Analyses of 1,474 ski jumpers, 7,501 cross-country skiers, 15,565 alpine skiers, 4,179 snowboarders and 713 Nordic combined athletes revealed significant RAE for most of these disciplines for all genders. But no published study has investigated French alpine skiing. Since each country has its own system of talent identification, previous studies may not be simply extrapolated to the French spline skiing system. The presence of RAE in skiing was global and having not changed over the past 10–15 years (Steidl-Müller et al., 2019), it is useful to focus on this phenomenon in French alpine skiing specifically. In addition, no solutions regarding the RAE in alpine skiing has been proposed.

In other sports, solutions have been proposed to consider the RAE. In the National Hockey League, reducing the age groups; changing the annual limits for age groups; or to delaying the selection and identification processes beyond the stages of puberty and maturation have been tested (Barnsley & Thompson, 1985). Nolan and Howell have shown that these biases have persisted in hockey despite the available option for adjusting this bias (Nolan & Howell, 2010). Another study in basketball (De la Rubia Riaza et al.,

Figure 2. Distribution of the birth trimester of participants in international competitions (FIS) in the senior category (U30). The stars indicate the level of significance level of the over or under representation of the corresponding trimester (*:0.1; **:0.05, ***:0.01).

2020) proposed to evaluate the athlete on her/his performance in the long-term and not the immediate results only. They suggested to take into account the maturation of the athlete rather than the age groups and to design models of evaluation of young athletes accounting for other parameters (psychology, emotional intelligence, cognitive skills, etc.). These methods include development parameters linked to maturation, but none has presently been validated that would more precisely detect future talent. Romann and Cobley proposed a linear correction in sprint athletics (Romann et al., 2015). They showed that a relative age difference of nearly 1 year resulted in expected average performance differences ranging from of 10.1% to 5.3% among Swiss junior sprinters. Other corrective adjustment procedures were constructed from the regressed relationship between chronological age and objective performance measures of swimming (Abbott et al., 2020; Shaun et al., 2021; Stephen Cobley et al., 2019). A practical solution proposed by Helsen et al. in soccer (Helsen et al., 2021) makes it possible, based on a longitudinal study examining secular changes in biological maturation in Belgian boys, to determine an appropriate developmental allocation date by knowing the anthropometric characteristics of the individual. Its new classification based on this allocation date and not its chronological date, makes it possible to cancel the RAE.

A systematic review (Webdale et al., 2020) identified 10 independent solutions to RAE types from 63 peer-reviewed publications between 1980 and 2018. Six of these solutions were "technical and policy-based". This relates to modifying the age structures, correcting performance by a coefficient, achieving player quotas and making categories by anthropometric parameters. Three proposed solutions were pedagogical and informational focusing above all on pedagogical training to raise awareness of the RAE bias. They highlight the difficulty of applying the different methods proposed and that the implementation of these solutions has the potential to affect both positively and negatively the career and life outcomes of participants. The recommended solutions seem difficult to implement quickly because they require substantial changes in sports organizations.

Therefore, we aimed to (1) determine the relative age effect in French alpine skiers in young age groups and adulthood and (2) recommend a method to consider the RAE. We hypothesized that a relative age effect is present in both genders among French alpine skiers and that a proper regression method could provide a robust solution to compensate for this effect.

Methods

Studied population

Inclusion criteria

The population studied included all male and female French alpine skiers having participated in at least one competition in Giant Slalom (GS), Slalom (SL) and Super Giant Slalom (SG) between the age of 13 up to 30 from the 2004/2005 season up to the 2018/2019 season.

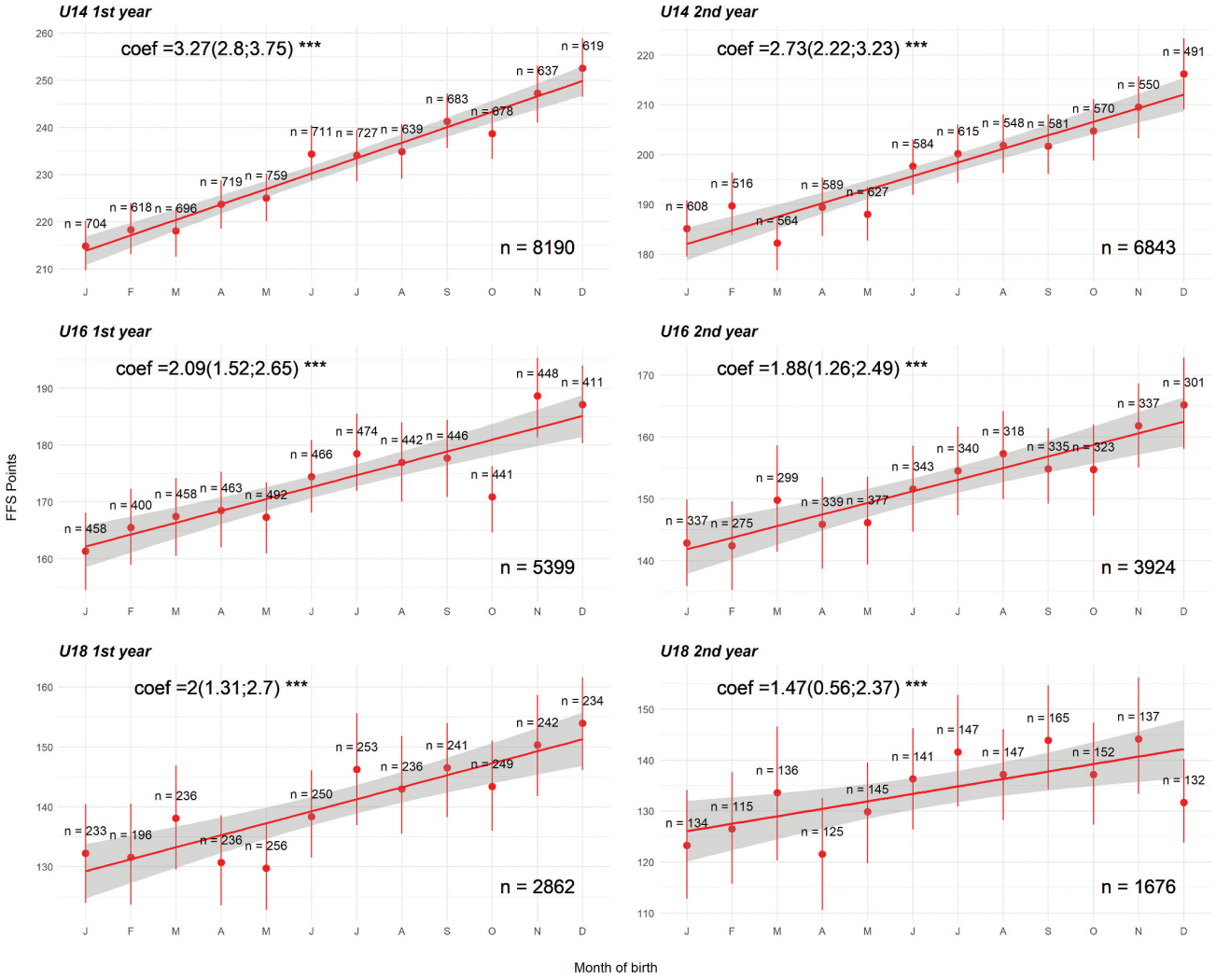

Figure 3. Performance (FFS points) according the month of birth and calibration coefficient (coeff) at each age in male Giant Slalom.

Exclusion criteria

Downhill (DH) performances have been included for adult categories only (DH is not a discipline practiced in youth categories).

Sample description

The studied population consisted of 21,348 individuals,7672 women (36%) and 13,661 men (64%). Among these competitors, 2793,1917,1162 individuals participated to the national U14, national U16 championship and international U18 championship, respectively. The distribution of performance and age for each category and gender are presented in the table.

Data source

The performance data on the national and international circuit as well as dates of birth were available on the website of the French Ski Federation: http://www.ffs.fr/ski-alpin/competitions/resultats. Alpine skiing performance is quantified using FFS (French Ski Federation) points. The number of points scored on the day of the competition depends on the overall level of the race and the time achieved in relation to the winner of the race: $\left(\frac{T_x}{T_0} - 1\right).F$, with T_x the runner's time in seconds, T_0 the winner's time in seconds and F a discipline-dependent factor. The data regarding of participation in elite youth competitions are private internal data that of the French Ski Federation made available for this study.

Data analysis

The age group categories in alpine skiing are determined according to the skiers' year of birth. The U14 category is made up of skiers born in year $y - 14$ and $y - 13$ for the season $y - 1/y$. The U16 category is made up of skiers born in year $y - 16$ and $y - 15$ and category U18 is made up of skiers born in year $y - 18$ and $y - 17$. For example, a skier born in 2006 will be in the U14 category for the 2018–2019 season. An individual can be present in several categories if he has competed for several years. For every year, there are two French (FFS) youth elite championships in U14 and U16 categories and

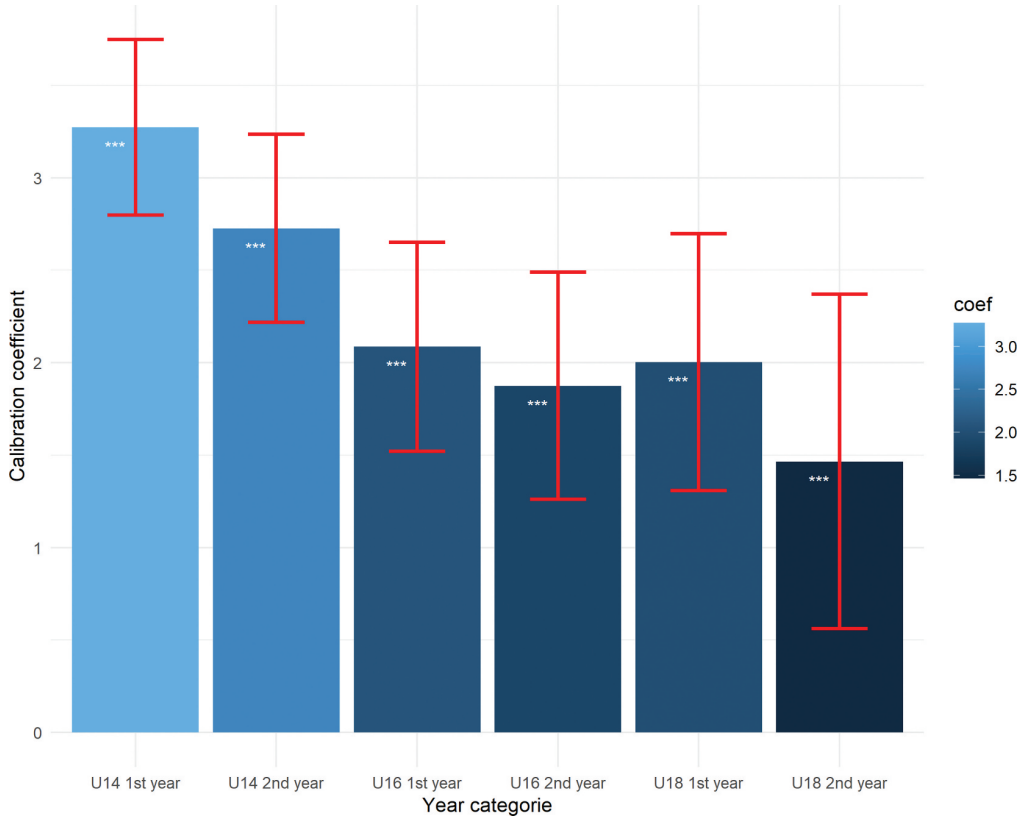

Figure 4. Calibration coefficient at each age in male Giant Slalom. The lighter the colour, the higher the coefficient and the higher the relationship between month of birth and performance. The 95% confidence interval of the coefficients is delimited by the errors bar.

one youth elite international (FIS: International Ski Federation) championships in U16 category. Only skiers selected by their regional committees in each category (U14, U16) participated in these competitions.

Identifying the relative age effect

To have a large sample size in each group and a higher statistical power, birth dates of participants in the elite young competitions (U14 and U16 FFS, U16 FIS) were categorized into trimesters *(January, February, March: Q1, April, May, June: Q2, July, August, September: Q3, October, November, December: Q4)*. A chi-squared test of adequacy was used to compare the distribution of birth trimesters with the distribution of birth trimesters for the entire French population over the study period. Historical public data for the entire French population were obtained from the INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques): https://www.insee.fr/fr/statistiques/serie/000436391. In the presence of a global effect, Haberman residuals (Haberman, 1973) were calculated and compared to the quantiles of the normal distribution (of order 0.1,0.05,0.01) to determine the birth trimester over or under represented. These residuals represent the standardized deviation between the observed and expected values. They asymptotically follow a standard normal distribution. In the absence of a relative effect of age, the distribution of trimesters of birth is assumed to follow the distribution of the general French population, therefore a rejection of the null hypothesis of homogeneity will identify a relative age effect.

Relative age effect in adulthood

The homogeneity test was performed on the birth trimesters of individuals present on the international circuit (FIS) in adulthood (between 22 and 30 years) in GS, SG, SL and DH. The FIS circuit is the highest level of alpine skiing in the world. If the distribution of birth trimesters does not follow the French distribution, the relative age effect is present in adulthood.

Rellocation RAE solution

The method was developed for the U14, U16 and U18 categories, individuals of the same category were separated by their year of birth y (first year) and $y+1$ (second year). Each skier is represented only once per season, characterized by his best performance achieved. For each year, the dates of birth have been categorized into months of birth (January to December). At each age, a linear regression was performed between the month of birth and the skier best performance (in FFS points). If the slope coefficient a is significantly different

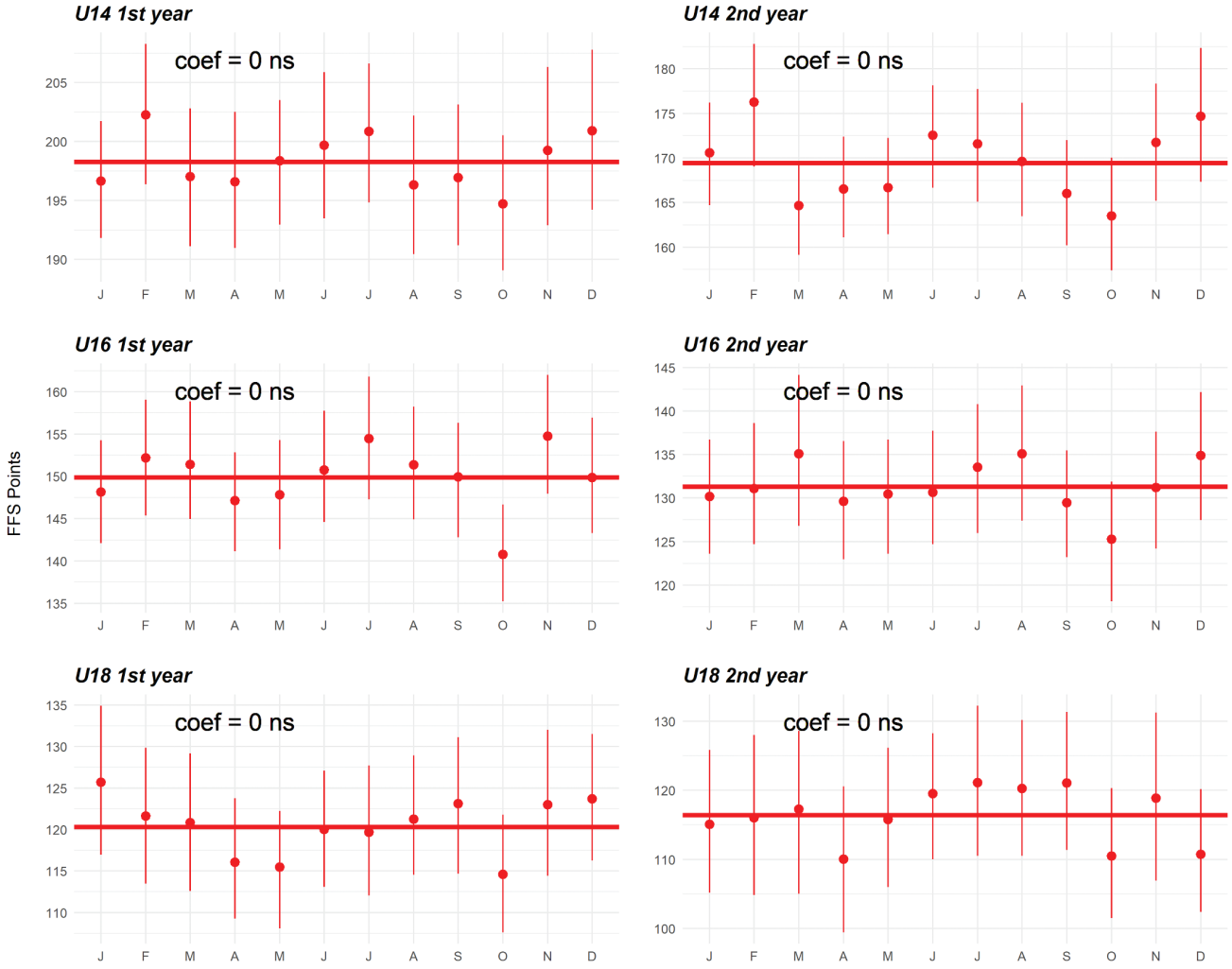

Figure 5. Performance (FFS points) according to the month of birth and calibration coefficient at each age in male Giant Slalom after performance correction.

from 0, it is used as a calibration coefficient to rebalance the effect of relative age. We calculated the "adjusted" points for each individual:

$$Ptscorr_j^i = Pts_i - a_j * k$$

with*j*: age,*k*: Birthtrimester

These adjusted points allow to compare several skiers independently of their month of birth. The categories being composed in 12-month range, the coefficients will adjust the performance within each of the group (1st and 2nd year). For example, the U14 1st year and the U14 2nd year will have two distinct coefficients, and will allow each individual to be compared with regard to his category (1st or 2nd year). We used a cross-validation method to check the robustness of our method. We cut our sample into two parts, one accounting randomly for 75% of the sample data, and another part with 25%. The 75% made it possible to calculate the calibration coefficients at each age category. Then, the calibration coefficients were then applied on the remaining 25% data sample. The RAE bias is considered to be annulated cancelled out if the previous positive linear relationship between performance and month of birth on this "test" sample was now absent.

Results

Identifying the relative age effect

The birth trimesters of participants in elite youth competitions does not follow the distribution of the entire French population (proportion (%) = 24.4, 25.0, 26.1 24.4; Figure 1; $p < 0.05$). A relative age effect was identified in all youth competitions for both genders. Skiers born in the first trimester are over-represented in all categories (proportion (%) = 33.3, 31.7, 34.6, 27.1, 30.7, 29.2 for men's U14; women's 14; men's U16; women's U16; men's U18 and women's U18, respectively, $p < 0.01$). Skiers born at last trimester are underrepresented (proportion (%) = 16.7, 17.3, 15.8, 18, 16.6, 18.6 for men's U14; women's 14; men's U16; women's U16; men's U18 and women's U18, respectively, $p < 0.01$)

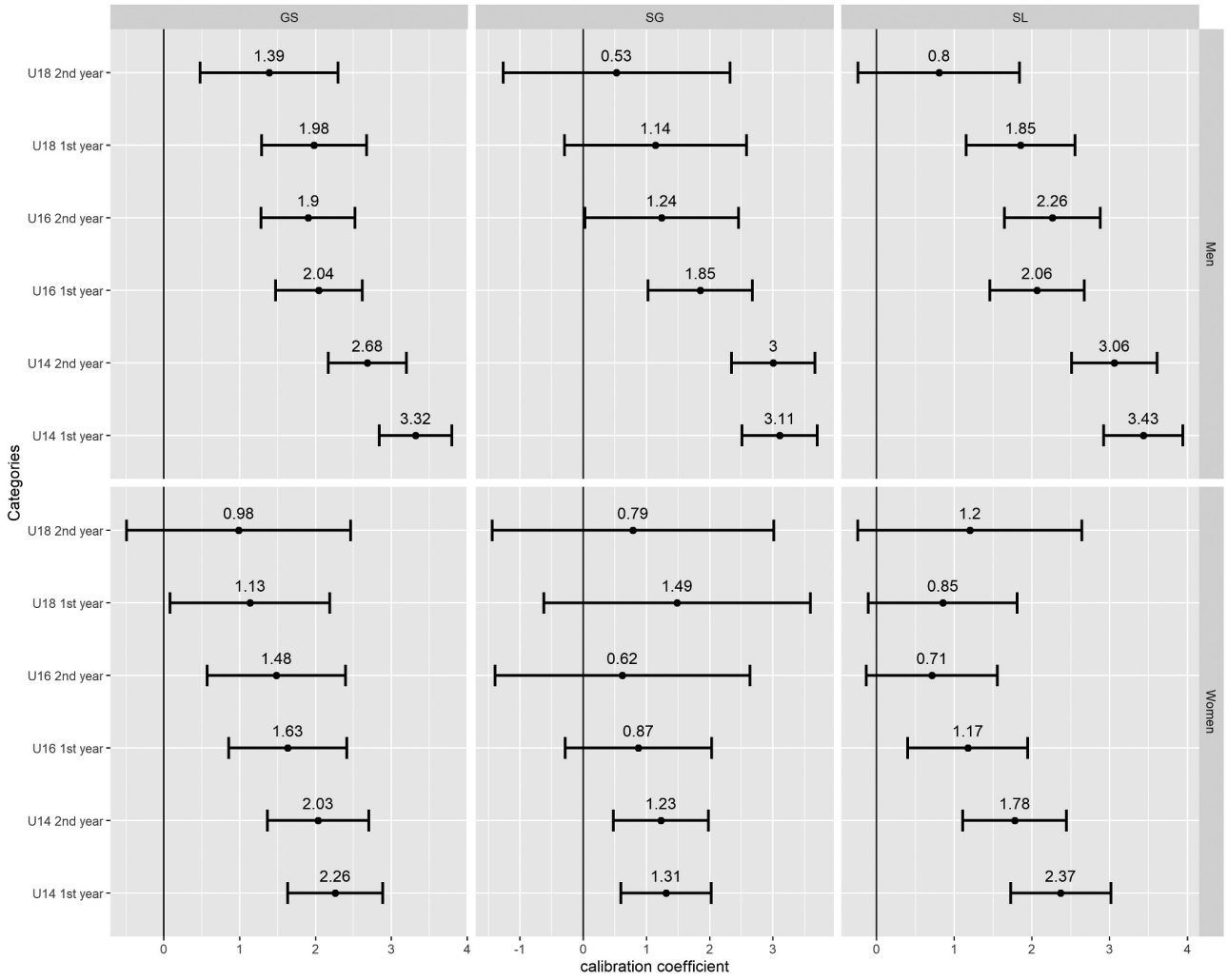

Figure 6. Calibration coefficient for all categories (in column) and for each gender (in line) in each category year. The horizontal axis is the calibration coefficient and the vertical axis is the year category. If the confidence interval (determined by the two horizontal bars) includes the value 0, the coefficient is not significantly different from 0.

The proportion observed in each discipline (GS, SG and SL) are represented in the Supplementary figures (Figure 7, 8, 9). A different distribution of the French population is present in all disciplines (GS, SG and SL) for national competitions (FFS). The first and second trimesters are overrepresented and the 3rd and 4th trimesters are underrepresented in all men's and women's disciplines for U14 competitions. In U16, the 4th trimester is underrepresented in all disciplines for both genders, and the first trimester is overrepresented in SG and SL.

Relative age effect in adulthood

Figure 2 shows an imbalance in the distribution of the birth trimesters among adult skiers as well compared to the French population. Individuals born in the first trimester are overrepresented in men GS (proportion = 29.4% $p < 0.05$), GS female (35.2% $p < 0.01$), SG male (proportion = 29.7% $p < 0.05$), SG female (proportion = 41.7% $p < 0.01$), SL male (proportion = 28% $p < 0.1$), SL female (proportion = 34.7% $p < 0.01$) and DH women (proportion = 47.5% $p < 0.01$). Individuals from the last trimester are underrepresented in GS male (proportion = 20.5% $p < 0.1$), GS female (proportion = 18.9% $p < 0.1$), SG female (proportion = 16.7% $p < 0.1$), SL male (proportion = 20.8% $p < 0.1$), SL female (proportion = 16.5% $p < 0.1$) and DH women (proportion = 12.5% $p < 0.1$).

Rellocation RAE solution

The methodology allowing performance to be adjusted by the relative age effect developed in all categories for both genders in alpine skiing is presented for the densest category in terms of the number of performances achieved, the male GS. A linear relationship between performance and month of birth for each category in Giant Slalom is illustrated in Figure 3. In each age category, the slope coefficient is different from 0 (3.27, 2.73, 2.09, 1.88, 2, 1.47 for men's U14 1st and 2nd year; women's 14 1st and 2nd year; men's U16 1st and 2nd year; women's U16 1st and 2nd year; men's U18 1st and 2nd year and women's U18 1st

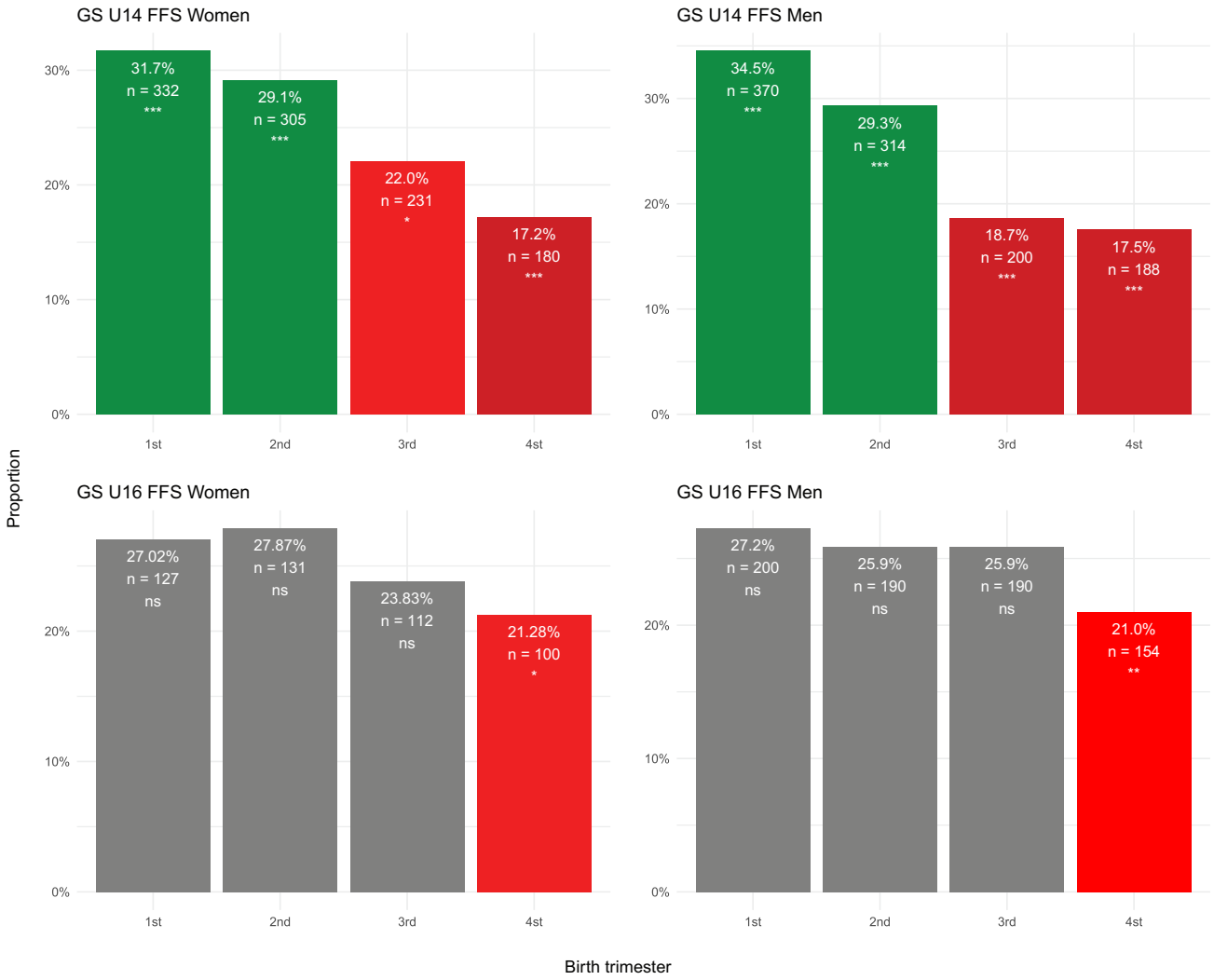

Figure 7. Distribution of terms of birth by category for elite youth competitions (FFS U14 above and FFS U16 below) and each gender (male on the right and female on the left) in GS.

and 2nd year). This coefficient represents the potential gain in points for each additional birth month at each age in male GS. Calibration coefficients as well as the confidence intervals are summarized in Figure 4 for each category, gender and discipline.

After correcting the performance/age relationship using the calibration coefficient, the RAE was considered in Figure 5 (age: $alpha_j = 0$, $p > 0.05$). All the confidence intervals of the performance averages for each month of birth follow the linear trend with a zero slope, except for the month of October for the U16 first year category.

Figure 6 also includes the calibration coefficients obtained with the methodology presented for women (bottom) also and for the disciplines SG, GS and SL (in column). For each category (on the vertical axis) is represented the calibration coefficient as well as its confidence interval delimited by the two bars. If the value 0 (represented by the horizontal bar) is within the confidence interval, the assumption that the calibration coefficient is equal to 0 is not rejected. A null calibration coefficient means that the month of birth has no influence on performance. All the calibration coefficients for the U14 categories (1st and 2nd year) are significantly different from 0. Conversely, four coefficients are significantly different from 0 in U18 1st year and 1 in U18 2nd year.

Discussion

This study shows the relative age effect in all disciplines and age categories among French alpine skiers. It also demonstrates that this effect lasts until adulthood in the international FIS circuit, with a higher proportion of individuals born at the beginning of each year. Based on such findings, we propose a solution to adjust for this effect via a calibration coefficient calculated for each event, age category, and gender. This option allows coaches or regional selectors compare performances in a fairer way of several skiers born in different months of the same year.

Several studies have investigated the relative age effect in other sports (Helsen et al., 2005; De la Rubia Riaza et al., 2020; Nolan & Howell, 2010; Rhys et al., 2018; Stephen Cobley et al., 2019). This work is the first one to quantify RAE in French alpine

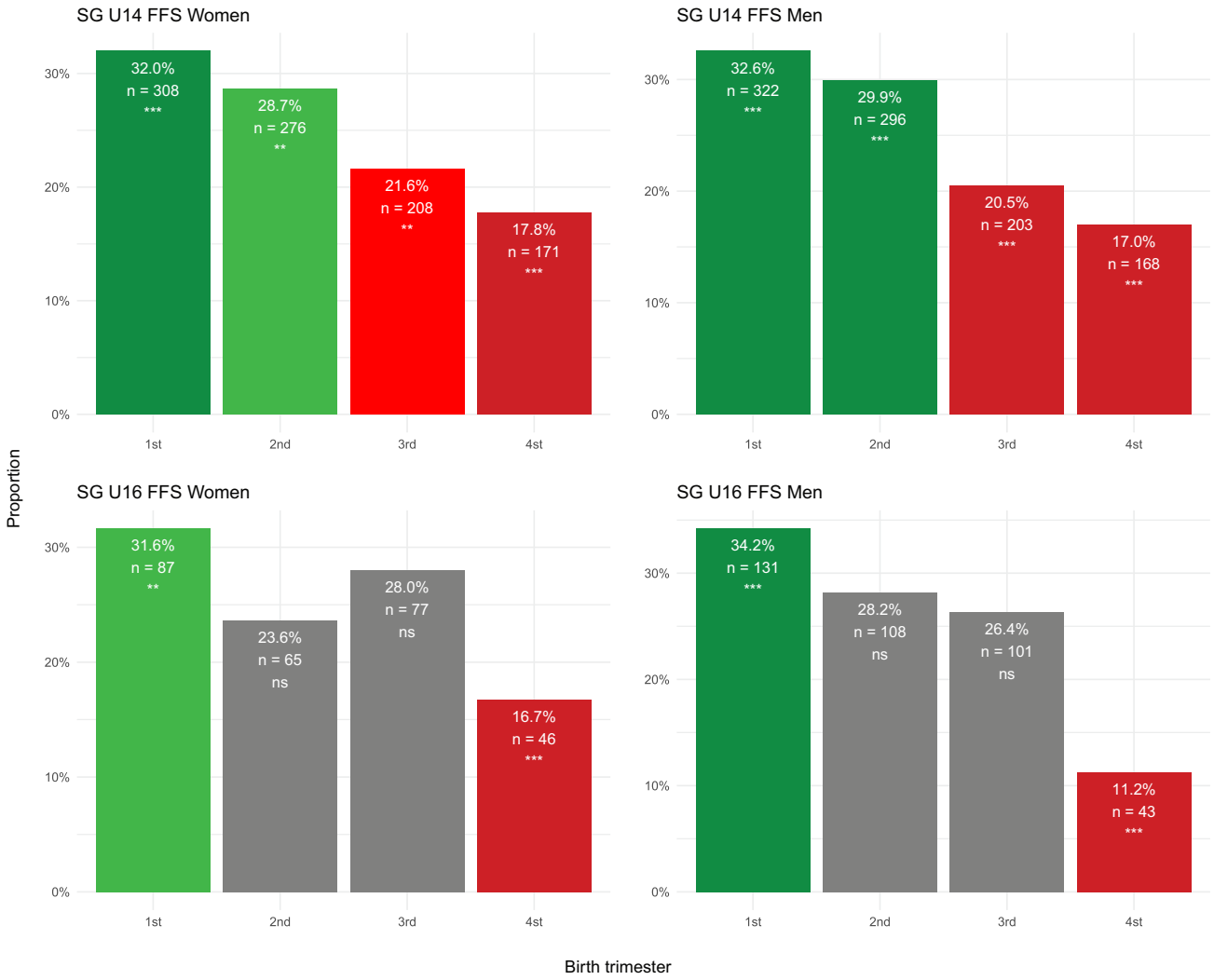

Figure 8. Distribution of terms of birth by category for elite youth competitions (FFS U14 above and FFS U16 below) and each gender (male on the right and female on the left) in SG.

skiing disciplines. Development between 13 and 18 years has already been studied in other studies (Bottollier et al., 2020). The strong physical component of alpine skiing, with important energy needs partly explains why relatively older individuals find themselves advantaged in performance. The link between physical and cognitive abilities and RAE exists (Huertas et al., 2019) but some studies do not observe it (Carling et al., 2009). It also depends on the selection criteria developed to reach the high level in the different sports.

The global relative age effect is probably due to the fact that selections at youngest ages are mostly made on the sole criterion of performance. Individuals in the same age category but months older have more time to further develop their physical, physiological and psychological characteristics (W. F. Helsen et al., 2000). Diry et al. (Diry et al., 2020) showed this dependence on maturity of physiological factors for rowing. Another study reinforced this hypothesis, showing that the relatively older male competitors were significantly taller and heavier than the younger competitors in youth winter Olympics (Raschner et al., 2012). Like in other studies, the RAE is exacerbated in the youngest categories and wanes in the proximity of the senior categories (Johnson et al., 2017; Smith et al., 2018; Votteler & Höner, 2017), with a greater presence of RAE in adulthood in men than in women (Boccia et al., 2021). This persisting effect in senior categories can find explanations probably because the skiers selected in the young categories benefit earlier from more investment in trainings, more experienced trainers and training partners, and the knowledges about the elite circuits, which facilitates their access to the highest level in adulthood. We therefore do not find here the so-called "underdog effect", that is to say an inversion of the proportions of birth trimester in adulthood, yet present in different team sports such as rugby (McCarthy & Collins, 2014) or basketball (De la Rubia Riaza et al., 2020). If this is not due to a statistical hazard, maybe team sports have more performance factors than alpine skiing which may lead to more subjective judgements from coaches which allow access even in late ages. Conversely, as in our study, we find a RAE in various individual disciplines, notably throws in athletics (Boccia et al., 2021; Brustio et al., 2019). These individual sports have performance

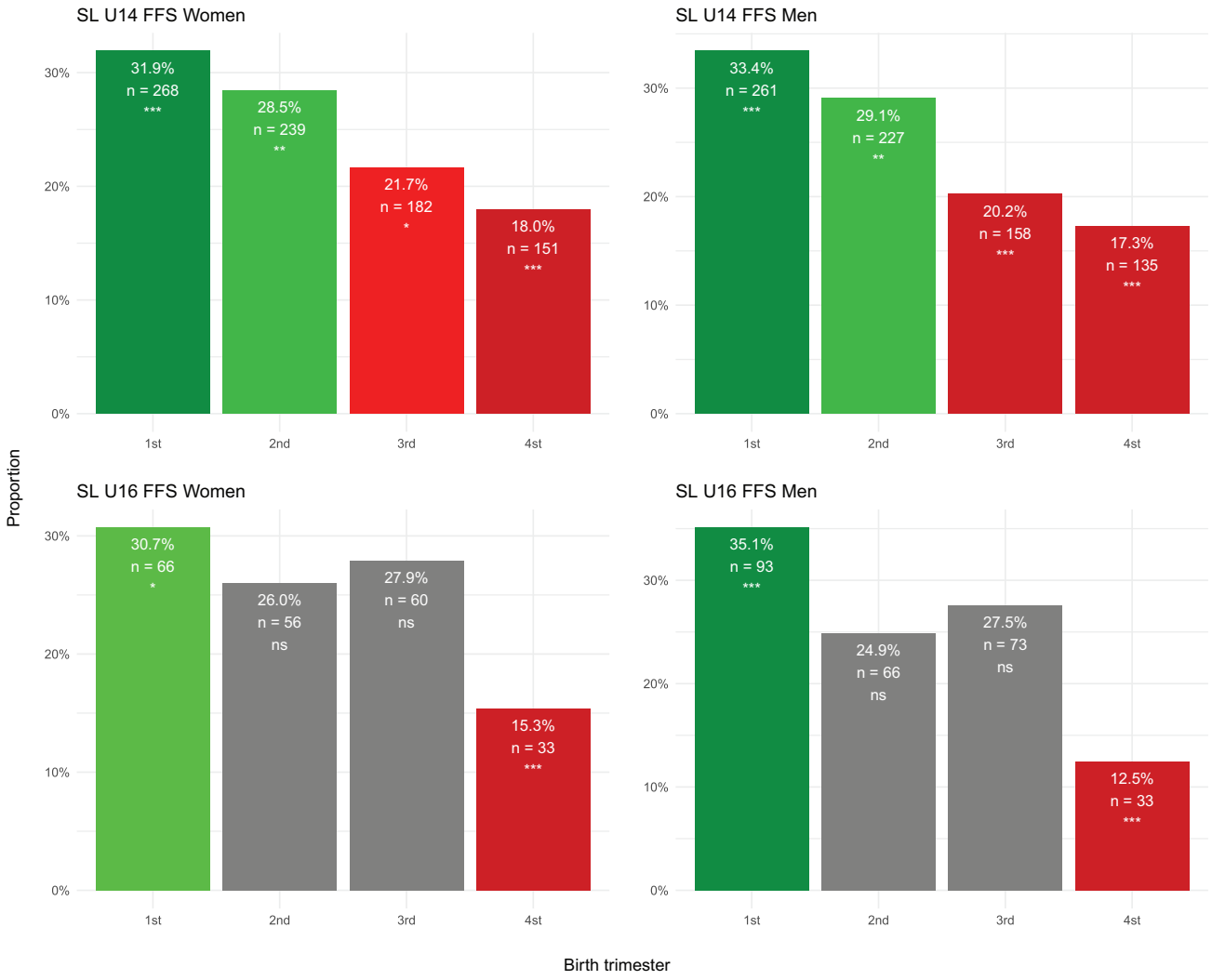

Figure 9. Distribution of terms of birth by category for elite youth competitions (FFS U14 above and FFS U16 below) and each gender (male on the right and female on the left) in SL.

determinants closer to alpine skiing. Selection methods, which offer future benefits, may be carried out early in an athlete's career, and leave little opportunity for new athletes.

The methods proposed so far (Barnsley & Thompson, 1985) have not made it possible to reduce the biases linked to the RAE (Nolan & Howell, 2010). These are indeed fair measures, but proposals such as reducing the ages for regrouping or setting up quota systems in elite selections are costly and difficult to implement from a logistical point of view on an entire population of young athletes. An interesting idea would be to carry out standardized and quantifiable physical, physiological, psychological and sociological tests at regular intervals to monitor, on multiple indicators, long-term performance (several years). However, unlike the method proposed in this study, this approach can be complex to set up and requires individual monitoring over the long term.

Our method is easy to set up and allows for a faster adaptation of institutional practice with regard to detection and selection of young people. This method is similar to what has been previsouly suggested in swimming sprint disciplines (Abbott et al., 2020; Romann et al., 2015; Shaun et al., 2021; Stephen Cobley et al., 2019). The authors have used a linear regression between performance and chronological age to determine the potential gain in terms of performance according to the swimmer's birth period. Their adjustment procedures. obviously, performances do not progress linearly; it follows a double intertwined exponential (Geoffroy Berthelot et al., 2019), but for the sake of implementation simplicity, compensation can be approximated through a linear relation over a 12 month period.

Both methods allow researchers and coaches to compare in an equivalent manner all the swimmers of the same category regardless of the month of birth. This has two main practical advantages: in the short term, individuals may have their performances rebalanced in a fairer way for their real age. In the long term, individuals who were previously unselected due to their period of birth may reintegrate into a long-term training programme for young skiers and the paths of high performance and thus be able to more easily exploit their potential

to reach the top level. The method is simple to apply and could be integrated directly into the coaches monitoring tools, providing a more accurate evaluation of the performance of young skiers.

Practical application

This study therefore makes it possible for the coaches and federal staff of young skiers to become aware of the presence of a relative age effect in French alpine ski. We show that it may be necessary to assess young athletes based on potential performance and not the current one only. Second, this study proposes a method to better compare skiers of different chronological ages, integrating the RAE in a given category. For example, if two skiers have similar performances but at different chronological ages, the calibration coefficient method will give the youngest one a fairer evaluation, suggesting a higher potential in the future. The proposed method does not recommend selecting athletes with a best potential estimated by our model, it aims to provide this additional information to make a decision. The person using the decision support tool, i.e. the coach or federal staff, for example, will then adjust these coefficients himself by his personal knowledge. It is therefore a first step towards correcting the bias of the RAE in French alpine skiing. Skiers may no longer miss certain selections unfairly, while the federation can acquire a more accurate assessment of its young categories, which will better support long-term potentials by rebalancing the chances from the beginning.

Limitations and perspectives

The present study has two main limitations. First, the calibration equations depend on a performance dataset with a 15-year follow-up only. The volume of data is more important for the young categories and decreases over time. Hence, there is a greater uncertainty regarding the calibration coefficient in the adult ages. However, the proposed method will get more precise as new data entries will increase the robustness of the model. In addition, the confidence interval of the coefficient makes it possible to add a nuance taking into account the sample size and the outliers. The second limitation of this study is that it only considers the age and performance variables to correct for the RAE. It would be interesting to take into account other factors allowing to calculate biological maturity (Mirwald et al., 2002) and its influence. It may therefore be worthwhile to include biological/biometrical variables of interest (height, seat height, leg length …) or other parameters of the ski and compare the performances of skiers according to the progression of these variables also. The method is mainly based on easily retrievable performance and age data, it would be interesting to apply it to other sports whose performance is measured quantitatively.

Conclusion

A relative age effect is present in all youth age categories of the French alpine skiing. In the French national ski teams, skiers born at the beginning of the year are over-represented compared to those born at the end of the year. This effect is also present in adulthood on the International Elite Circuit (FIS). We propose an easily implementable calibration method that corrects for such a bias. By adjusting the FIS points of each skier according to their month of birth, it allows for a fairer and more accurate performance evaluation. Ultimately, this tool could help rebalance the chances of reaching the highest levels, regardless of the month of birth.

Disclosure statement

No potential conflict of interest was reported by the author(s).

Funding

The author(s) reported that there is no funding associated with the work featured in this article.

ORCID

Nicolas Coulmy http://orcid.org/0000-0003-3400-4619

References

Abbott, S., Moulds, K., Salter, J., Romann, M., Edwards, L., & Cobley, S. (2020). Testing the application of corrective adjustment procedures for removal of relative age effects in female youth swimming. *Journal of Sports Sciences*, *38*(10), 1077–1084. https://doi.org/10.1080/02640414.2020.1741956

Armstrong, H. G. (1966). A comparison of the performance of summer and Autumn-Born children at eleven and sixteen. *British Journal of Educational Psychology*, *36*(1), 72–76. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1966.tb01841.x

Aune, T. K., Ingvaldsen, R. P., Vestheim, O. P., Bjerkeset, O., & Dalen, T. (2018). Relative age effects and gender differences in the National Test of Numeracy: A population study of Norwegian children. *Front Psychol*, *9*, 1091. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01091

Baker, J., Janning, C., Wong, H., Cobley, S., & Schorer, J. (2014). Variations in relative age effects in individual sports: Skiing, figure skating and gymnastics. *European Journal of Sport Science*, *14*(sup1), S183–S190. https://doi.org/10.1080/17461391.2012.671369

Barnsley, R. H., & Thompson, A. H. (1985). Birthdate and success in minor hockey: The key to the NHL. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue canadienne des sciences du comportement*, *20*(2), 167–176. https://doi.org/10.1037/h0079927

Berthelot, G., Bar-Hen, A., Marck, A., Foulonneau, V., Douady, S., Noirez, P., Zablocki-Thomas, P. B., da Silva Antero, J., Carter, P. A., Di Meglio, J.-M., & Toussaint, J.-F. (2019). An integrative modeling approach to the age-performance relationship in mammals at the cellular scale. *Scientific Reports*, *9*(1), 418. https://doi.org/10.1038/s41598-018-36707-3

Berthelot, G., Len, S., Hellard, P., Tafflet, M., Guillaume, M., Vollmer, J.-C., Gager, B., Quinquis, L., Marc, A., & Toussaint, J.-F. (2012). Exponential growth combined with exponential decline explains lifetime performance evolution in individual and human species. *Age Dordr. Neth*, *34*(4), 1001–1009. https://doi.org/10.1007/s11357-011-9274-9

Boccia, G., Cardinale, M., & Riccardo Brustio, P. (2021, March). Elite junior throwers unlikely to remain at the top level in the senior category. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, *16*(9), 1–7. https://doi.org/10.1123/ijspp.2020-0699

Bottollier, V., Coulmy, N., Le Quellec, L., & Prioux, J. (2020). Energy demands in well-trained alpine ski racers during different duration of slalom and giant slalom runs. *The Journal of Strength & Conditioning Research*, *34*(8), 2156–2164. https://doi.org/10.1519/JSC.0000000000003311

Brustio, P. R., Edward Kearney, P., Lupo, C., Nicolae Ungureanu, A., Mulasso, A., Rainoldi, A., & Boccia, G. (2019). Relative age influences performance of world-class track and field athletes even in the adulthood. *Front Psychol*, *10*, 1395. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01395

Carling, C., le Gall, F., Reilly, T., & Williams, A. M. (2009). Do anthropometric and fitness characteristics vary according to birth date distribution in elite youth academy soccer players? *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports*, *19*(1), 3–9. https://doi.org/10.1111/j.1600-0838.2008.00867.x

Cobley, S., Abbott, S., Eisenhuth, J., Salter, J., McGregor, D., & Romann, M. (2019). Removing relative age effects from youth swimming: the development and testing of corrective adjustment procedures. *Journal of Science and Medicine in Sport*, *22*(6), 735–740. https://doi.org/10.1016/j.jsams.2018.12.013

Cobley, S., McKenna, J., Baker, J., & Wattie, N. (2009). How pervasive are relative age effects in secondary school education. *Journal of Educational Psychology*, *101*(2), 520–528. https://doi.org/10.1037/A0013845

de la Rubia Riaza, Lorenzo Calvo, J. L. C., Alfonso, D., Lorenzo, A., & de la Rubia Riaza, A. (2020). Impact of the relative age effect on competition performance in basketball: A qualitative systematic review. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *17*(22), 8596. https://doi.org/10.3390/ijerph17228596

Diry, A., Ratel, S., Bardin, J., Armstrong, N., De Larochelambert, Q., Thomas, C., & Maciejewski, H. (2020). Importance of dimensional changes on glycolytic metabolism during growth. *European Journal of Applied Physiology*, *120* (10), 2137–2146. https://doi.org/10.1007/s00421-020-04436-z

Freyman, R. (1965). Further evidence on the effect of date of birth on subsequent school performance. *Educational Research*, *8*(1), 58–64. https://doi.org/10.1080/0013188650080105

Gibbs, B. G., Jarvis, J. A., & Dufur, M. J. (2012). The rise of the underdog? The relative age effect reversal among Canadian-Born NHL hockey players: A reply to Nolan and howell. *International Review for the Sociology of Sport*, *47*(5), 644–649. https://doi.org/10.1177/1012690211414343

Haberman, S. J. (1973). The analysis of residuals in cross-classified tables. *Biometrics*, *29*(1), 205–220. https://doi.org/10.2307/2529686

Helsen, W. F., Hodges, N. J., Van Winckel, J., & Starkes, J. L. (2000). The roles of talent, physical precocity and practice in the development of soccer expertise. *Journal of Sports Sciences*, *18*(9), 727–736. https://doi.org/10.1080/02640410050120104

Helsen, W. F., Thomis, M., Starkes, J. L., Vrijens, S., Ooms, G., MacMaster, C., & Towlson, C. (2021). Leveling the playing field: A new proposed method to address relative age- and maturity-related bias in soccer. *Front Sports and Active Living*, *3*, 635379. https://doi.org/10.3389/fspor.2021.635379

Helsen, W. F., van Winckel, J., & Mark Williams, A. (2005). The relative age effect in youth soccer across Europe. *Journal of Sports Sciences*, *23*(6), 629–636. https://doi.org/10.1080/02640410400021310

Huertas, F., Ballester, R., José Gines, H., Karim Hamidi, A., Moratal, C., & Lupiáñez, J. (2019). relative age effect in the sport environment. role of physical fitness and cognitive function in youth soccer players. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *16* (16), E2837. https://doi.org/10.3390/ijerph16162837

Johnson, A., Farooq, A., & Whiteley, R. (2017). Skeletal maturation status is more strongly associated with academy selection than birth quarter. *Science and Medicine in Football*, *1*(2), 157–163. https://doi.org/10.1080/24733938.2017.1283434

Leyhr, D., Bergmann, F., Schreiner, R., Mann, D., Dugandzic, D., & Höner, O. (2021). Relative age-related biases in objective and subjective assessments of performance in talented youth soccer players. *Front Sports and Active Living*, *3*, 664231. https://doi.org/10.3389/fspor.2021.664231

McCarthy, N., & Collins, D. (2014). Initial identification & selection bias versus the eventual confirmation of talent: evidence for the benefits of a rocky road? *Journal of Sports Sciences*, *32*(17), 1604–1610. https://doi.org/10.1080/02640414.2014.908322

McCarthy, N., Collins, D., & Court, D. (2016). Start hard, finish better: further evidence for the reversal of the RAE advantage. *Journal of Sports Sciences*, *34*(15), 1461–1465. https://doi.org/10.1080/02640414.2015.1119297

Mirwald, R. L., Baxter-Jones, A. D. G., Bailey, D. A., & Beunen, G. P. (2002). An assessment of maturity from anthropometric measurements. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, *34*(4), 689–694. doi:10.1097/00005768-200204000-00020

Moore, D. H. (1975). A study of age group track and field records to relate age and running speed. *Nature*, *253*(5489), 264–265. https://doi.org/10.1038/253264a0

Nolan, J. E., & Howell, G. (2010, July). Hockey success and birth date: the relative age effect revisited. *International Review for the Sociology of Sport*, *45*(4), 507–512. https://doi.org/10.1177/1012690210371560

Raschner, C., Müller, L., & Hildebrandt, C. (2012). The role of a relative age effect in the first winter youth Olympic games in 2012. *British Journal of Sports Medicine*, *46*(15), 1038–1043. https://doi.org/10.1136/bjsports-2012-091535

de la Rubia A., Lorenzo, A., Bjørndal, C. T., Kelly, A. L., García-Aliaga, A., & Lorenzo-Calvo, J.(2021). The relative age effect on competition performance of Spanish International Handball Players: A longitudinal study. *Front Psychol*, *12*, 673434. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.673434

Rhys, T., Kyle, J., Bennett, M., Mark, L., Watsford, & Fransen, J. (2018). A multidimensional approach to talent identification and selection in high-level youth Australian football players. *Journal of Sports Sciences*, *36*(22), 2537–2543. https://doi.org/10.1080/02640414.2018.1468301

Romann, M., Cobley, S., & Gonzalez, G. E. (2015). Relative age effects in athletic sprinting and corrective adjustments as a solution for their removal. *PLOS ONE*, *10*(4), e0122988. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0122988

Romann, M., Rössler, R., Javet, M., & Faude, O. (2018). Relative age effects in Swiss talent development - a nationwide analysis of all sports. *Journal of Sports Sciences*, *36*(17), 2025–2031. https://doi.org/10.1080/02640414.2018.1432964

Shaun, A., Hogan, C., Torres Castiglioni, M., Yamauchi, G., Mitchell, L. J. G., Salter, J., Romann, M., & Cobley, S. (2021). Maturity-related developmental inequalities in age-group swimming: The testing of 'Mat-CAPs' for their removal. *Journal of Science and Medicine in Sport*, *24*(4), 397–404. https://doi.org/10.1016/j.jsams.2020.10.003

Smith, K. L., Weir, P. L., Till, K., Romann, M., & Cobley, S. (2018). Relative age effects across and within female sport contexts: A systematic review and meta-analysis. *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)*, *48*(6), 1451–1478. https://doi.org/10.1007/s40279-018-0890-8

Steidl-Müller, L., Müller, E., Hildebrandt, C., & Raschner, C. (2019). Did the relative age effect change over a decade in elite youth ski racing? *Front Sports Act Living*, *1*, 55. https://doi.org/10.3389/fspor.2019.00055

Till, K., Cobley, S., O' Hara, J., Cooke, C., & Chapman, C. (2014). Considering maturation status and relative age in the longitudinal evaluation of junior rugby league players. *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports*, *24*(3), 569–576. https://doi.org/10.1111/sms.12033

Votteler, A., & Höner, O. (2017). Cross-sectional and longitudinal analyses of the relative age effect in German youth football. *German Journal of Exercise and Sport Research*, *47*(3), 194–204. https://doi.org/10.1007/s12662-017-0457-0

Webdale, K., Baker, J., Schorer, J., & Wattie, N. (2020). Solving sport's 'relative age' problem: A systematic review of proposed solutions. *International Review of Sport and Exercise Psychology*, *13*(1), 187–204. https://doi.org/10.1080/1750984X.2019.1675083

frontiers | Frontiers in Physiology

TYPE Original Research
PUBLISHED 05 January 2023
DOI 10.3389/fphys.2022.1082072

Check for updates

OPEN ACCESS

EDITED BY
Tarak Driss,
Université Paris Nanterre, France

REVIEWED BY
Frédérique Hintzy,
Université Savoie Mont Blanc, France
Jeremy Coquart,
ULR 7369 - URePSSS - Unité de Recherche Pluridisciplinaire Sport Santé Société, France

*CORRESPONDENCE
Quentin De Larochelambert,
quentin.delarochelambert@insep.fr

SPECIALTY SECTION
This article was submitted to Exercise Physiology, a section of the journal Frontiers in Physiology

RECEIVED 27 October 2022
ACCEPTED 07 December 2022
PUBLISHED 05 January 2023

CITATION
De Larochelambert Q, Barlier K, Hamri I, Difernand A, Sedeaud A, Toussaint JF, Antero J, Louis P-Y and Coulmy N (2023), Potential estimation model in French alpine skiing - Individual evolution curve and progression typology.
Front. Physiol. 13:1082072.
doi: 10.3389/fphys.2022.1082072

COPYRIGHT
© 2023 De Larochelambert, Barlier, Hamri, Difernand, Sedeaud, Toussaint, Antero, Louis and Coulmy. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY). The use, distribution or reproduction in other forums is permitted, provided the original author(s) and the copyright owner(s) are credited and that the original publication in this journal is cited, in accordance with accepted academic practice. No use, distribution or reproduction is permitted which does not comply with these terms.

Potential estimation model in French alpine skiing - Individual evolution curve and progression typology

Quentin De Larochelambert[1,2,3]*, Kilian Barlier[2], Imad Hamri[2], Audrey Difernand[2], Adrien Sedeaud[2], Jean François Toussaint[2,4], Juliana Antero[2], Pierre-Yves Louis[1,5] and Nicolas Coulmy[3]

[1]Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584 CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, Dijon, France, [2]Institut de Recherche bioMédicale et d'Epidémiologie du Sport, EA7329, INSEP, Université de Paris, Paris, France, [3]Scientific Department, French Ski Federation, Annecy, France, [4]Centre d'Investigation en Médecine du Sport, Hôtel-Dieu, Assistance Publique, Hôpitaux de Paris, Paris, France, [5]Institut Agro Dijon, PAM UMR 02.102, Université Bourgogne Franche-Comté, Dijon, France

Estimating the potential of alpine skiers is an unresolved question, especially because of the complexity of sports performance. We developed a potential estimation model based solely on the evolution of performance as a function of age. A bayesian mixed model allowed to estimate the potential curve and the age at peak performance for the population (24.81 $\pm$ 0.2) and for each individual as the uncertainty around this curve. With Gaussian mixtures, we identified among all the estimates four types of curves, clustered according to the performance level and the progression per age. Relying on the uncertainty calculated on the progression curve the model created also allow to estimate a score and an uncertainty associated with each cluster for all individuals. The results allows to: i) describe and explain the relationship between age and performance in alpine skiing from a species point of view (at 0.87%) and ii) to provide to sport staffs the estimation of the potential of each individual and her/his typology of progression to better detect sports potential. The entire methodology is based on age and performance data, but the progression identified may depend on parameters specific to alpine skiing.

KEYWORDS

clustering, age, performance, mixed model analysis, bayesian

1 Introduction

Assessing the potential of young talents in top-level sport is still an unresolved question (Vaeyens et al., 2008; McCall et al., 2017). Success may depend on the athletes' fitness, characteristics, as on their environment and luck. Individual capacities can be grouped by intellectual, creative, socio-affective, sensorimotor and physical qualities (Vaeyens et al., 2008). The reason for this difficulty in estimating the future potential of an

athlete lies in the multi-factorial aspect of individual progression (Vaeyens et al., 2008; McCall et al., 2017). That performance and performance progression is linked to the development of aerobic power, muscular endurance, motor skills as well as overall intelligence. The development of all of one's abilities does not take place at the same time for all individuals (Katzmarzyk et al., 1997). As a result, selections made at an early age can generate many biases, starting with the relative age effect (DeCouto et al., 2021; De Larochelambert et al., 2022; Roaas et al., 2022). A retrospective study (Boccia et al., 2017) shows that only 10–25% of elite adult athletes were elite at age 16 in Italian high jump and long jump. Around 60% of top performers at age 16 did not maintain the same level of performance as adults revealing the interest of not focusing too early on the performance level. In practice, the systems for detecting young talents force us to reduce this complexity by "a) the performer; b) the environment; and c) practice and training" (Rees et al., 2016).

Recently, statistical methods has attempted to provide answers to the problem of estimating potential, closely linked to the relationship between age and performance. The relationship between age and performance has been theorized (Moore, 1975) in 1976 in different athletic disciplines as a sum of two exponential laws, one increasing characterizing the phase of performance progression and the other decreasing for the phase of decline. The intersection of these two exponential laws determines the performance peak. The author used this equation to model the relation between age and performance in different athletic running disciplines, from 100 m to marathon, but also throwing disciplines such as shot put and discus. This equation (Berthelot et al., 2012) allows to model the relation between age and performance in 25 Olympic sporting events and among chess grandmasters. The estimated age of peak performance is calculated at 26.1 years for the events studied (26.0 years for athletics, 21.0 years for swimming and 31.4 years for chess). Age explained 98.5% of performance variability at the species level. From an individual point of view, the authors modeled each of the individual trajectories with Moore's equation (R^2 = 91.7), but this raises some issues. Usually the number of performance available per individual is too low compared to the complexity of the described equation which has 4 parameters. Also, each individual model does not consider the relationship between age and the performance of the entire population. More recently, this relationship (Berthelot et al., 2019) has been modified by an equation with 1 parameter in addition to that of Moore taking into account the biological characteristics, especially at young ages. But these models are always carried out from a species point of view and do not take into account intra-individual variability. In addition this equation has never been used in alpine skiing to model the relation between age and performance.

Such relation between age and performance makes it possible to characterize the capacities many physical and physiological variables inherent in athletic performance as a function of time such as strength (Mitchell et al., 2012), maximal oxygen consumption and the respiratory volume (Stanojevic, 2008), the volume of the pulmonary capillaries (Aguilaniu et al., 2008), or the cognitive performance (PReuter-Lorenz, 2009). Hollings et al., using quadratic mixed models taking into account the influence of different factors (e.g. wind, altitude) estimate the average age optimal performance and its standard deviation for the population thanks to fixed effects (Hollings et al., 2014). They thus define age interval to which it would be preferable to belong, at the dawn of a major event such as the Olympic Games, to maximize their chances of performing well. Some authors deepen these works (Allen and Hopkins, 2015) by performing a meta-analysis to determine the age at peak performance no longer by sport category but by type of effort (explosive, endurance, mixed) and by duration of effort. They thus demonstrated the logarithm relationship between the age at peak and the duration of the effort, in the case of explosive and endurance efforts. But again, these studies are retrospective and descriptive studies giving general information about the population, but the development of abilities depends on each individual (Lloyd et al., 2014), and therefore the relation between age and performance is unique to each individual. The importance of characteristics related to maturity (physical, technical and coordination) in young skiers (Gorski et al., 2014; Steidl-Müller et al., 2020)demonstrates the interest of studying the relationship between age and performance in this discipline. The peak of performance in alpine skiing has been shown to be 26 years old for women and 28 years old for men. (Müller et al., 2014). Yet, the methodology to estimated such age of peak performance relied on small samples on elite skiers. No study has been done on the completeness of a nation's data, despite the call for more longitudinal research in alpine ski (Steidl-Müller et al., 2019).

We therefore aim in this study to a) model the relationship between age and performance in French alpine skiing by taking into account individual variability b) identify typologies of performance progression c) estimate the cluster of an individual to help assess the potential and therefore improve the detection system.

2 Materials and methods

2.1 Description of the dataset

The methodology developed is presented for the male giant, but it is applicable to all disciplines (Slalom, Downhill, Giant and Super-G) and genders (female, male). The dataset includes all the performances achieved on the FFS (Fédération Française de Ski) and FIS (Fédération Internationale de Ski) circuit from the 2004/2005 season to the 2021/2022 season on male giant. 522,098 performances have been achieved by 25,083 skiers aged 10 to 25. Alpine skiing performance is quantified using FFS points. The number of points scored on D-day depends on the overall level of the race and the time achieved in relation to the winner of the race. The lower the number of points, the better the performance.

2.2 Estimation growth/decline model parameters

Moore (Moore, 1975) modeled the relationship between age and performance by a sum of two exponential laws intersected by the performance peak 1). More recently, a study (Berthelot et al., 2019) took over this model to create IMAP, an integrative model of age performance. To choose between these two functions, we used the methodology (Berthelot et al., 2019) by calculating the coefficient of determination R^2 and the adjusted R^2 on the age and performance data on best performance by age using the method of least squares. Moore's model was chosen because it had bigger R^2 (0.9267 *versus* 0.9198).

$$P(t) = a \cdot \left(1 - e^{-bt}\right) + c \cdot \left(1 - e^{dt}\right) \quad (1)$$

with $p(t)$ performance at age t and a, b, c, d the model parameters.

Contrary to the data in athletics which had been used by Moore, FFS points is to be minimized. We therefore adjust Moore's equation so that it is consistent with our context 2).

$$P(t) = a \cdot \left(e^{-bt}\right) + c \cdot \left(e^{dt}\right) \quad (2)$$

To take into account the intra-individual effect, we use Moore's equation to add around each fixed parameter, a random part for each individual i 3).

$$P_i(t) = (a + a_i)e^{-(b+b_i)t} + (c + c_i)e^{(d+d_i)t} \quad (3)$$

with a_i, b_i, c_i, d_i, the random parameters specific to each individual i.

2.2.1 Model features

To overcome counter-performances, the model is trained on the best performance by age per individual (14,838 performance achieved). The fixed and random parameters are estimated with a Bayesian model based on a Markov Chain Monte-Carlo Method (MCMC) with the No U-Turn Sampler algorithm (NUTS) (Hoffman and Gelman, 2011) proven on real simulated genetic data (Nishio and Arakawa, 2019). The *a priori* fixed parameters of the model are estimated using the ordinary least squares method on all performance. The model has four parallel chains of 200 iterations each. Such choice of the number of iterations was made to minimize both the complexity by reducing the number of iterations and to maximize the quality of the results by adding iterations. There will therefore be a total of 800 quadruplets of estimated parameters $\{a+a_i, b + b_i, c + c_i, d + d_i\}$ for each individual. Note that for a better convergence of the model, the performance data were centered and reduced then we added the minimum performance normalized so that all performance is strictly greater than 0. Age data was simply centered reduced.

2.2.2 Calculation of estimated progression potential

To calculate the progression potential curve and the intervals, we calculate for each individual the set (800) of potential Moore curves obtained with the different combinations of parameters $\{a+a_i, b + b_i, c + c_i, d + d_i\}$. Then, we calculate continuously (by age) the median of the estimates as well as the quantiles of the estimated trajectories according to the desired uncertainty.

2.3 Classification of estimated progression potential

2.3.1 Estimation of the different estimated progression potential

We carry out a classification based on Gaussian finite mixture modelling on the median of the parameters per individual. A model of Gaussian mixtures (Celeux and Govaert, 1992, 1995; Fraley and Raftery, 2002) estimates the distribution of random variables in modeling them as being the sum of several Gaussian components.

It is then necessary to determine the averages and covariance matrix of each of these Gaussian components. These parameters determine the geometric characteristics such as the volume, shape and orientation of the clusters (Scrucca et al., 2016). These settings beings are optimized according to the maximum likelihood criterion, using the procedure iterative expectation-maximization. We created 14 different models by varying the parameters of volume, shape and orientation.

There are several quality indicators of a clustering. However, we classify curves and no indicator is interested in their slope. We then defined an indicator of overlap of the distribution of derivatives between each pair of clusters.

Let $D_t = \left\{\left\{f'_i, f'_j\right\}, (i, j) \in \{1, \ldots, K-1\}.\{2, \ldots, K\},\ i < j\right\}$ be the densities of the derivatives between each pair of clusters at the age t.

The Overlap score of model m is calculated as follows:

$$OS(m) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{t=10}^{20} \sum_{k \in D_t} \int_{-\infty}^{+\infty} min(k(x))dx \quad (4)$$

with K the number of clusters. The smaller the overlap score, the greater the densities of progression slopes over the ages between the clusters. The model with the lowest overlap score is selected.

A graphical example of the calculation of the overlap between two clusters is shown in the Supplementary Figure S1.

2.3.2 Individual progress cluster estimate

The medians of the parameters of each individual having been used to identify the different clusters, we calculate for each

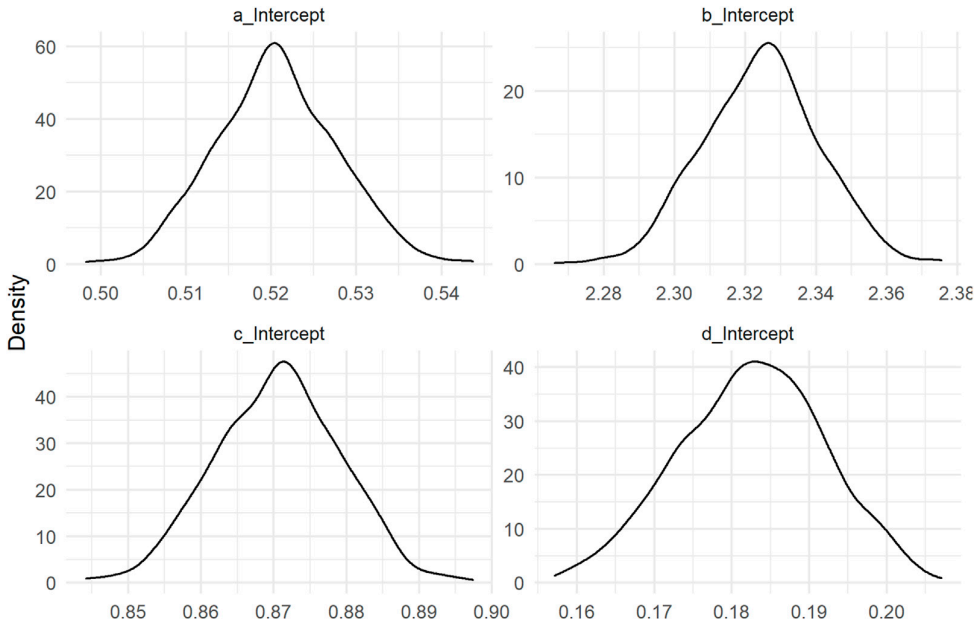

FIGURE 1
Density of the estimated fixed parameters of the model.

TABLE 1 Estimation of the median, standard deviation and quantile of order 0.025 and 0.975 of the parameters of the model.

	Estimate	Est.Error	Q2.5	Q97.5
a_Intercept	0.5206276	0.0071153	0.5075216	0.5345986
b_Intercept	2.3244675	0.0164799	2.2927248	2.3563620
c_Intercept	0.8705898	0.0086492	0.8539111	0.8865912
d_Intercept	0.1825503	0.0093500	0.1642391	0.1998790

individual the probability of belonging to each cluster for the 800 quadruplets of parameters. We then calculate the means and the confidence intervals of the probabilities of belonging to the clusters.

3 Results

3.1 Estimation growth/decline model parameters

3.1.1 Population

The distribution of fixed parameters *a*, *b*, *c*, *d* is shown in Figure 1. The coefficient of determination R^2 is 0.87. In comparison, the R^2 obtained with only the least squares method without random effects is 0.3. The model parameters are presented in Table 1.

The estimate of the relationship between age and performance (median ± estimation interval) is presented in Figure 2}. We show that the age at peak performance in a French male Giant is estimated at 24.81 ± 0.2 for an average maximum performance estimated at 141.37 ± 1.05 (Figure 2).

3.2 Individual

An example of estimating the individual potential curve and its interval is shown in Figure 3. 800 estimation curves are estimated (Figure 3A) with the different quadruplets of parameters, then estimation intervals are calculated using quantiles of order 0.05 and 0.95 of the distribution of estimates (Figure 3B).

3.3 Classification of progression trajectories

3.3.1 Estimation of the different progression trajectories

The selected model with the best score in the metric proposed in 2.3.1 is a Gaussian mixture classification with equal volume, shape and orientation between clusters. The average performance trajectories of the clusters as well as the average derivatives are presented in Figure 4.

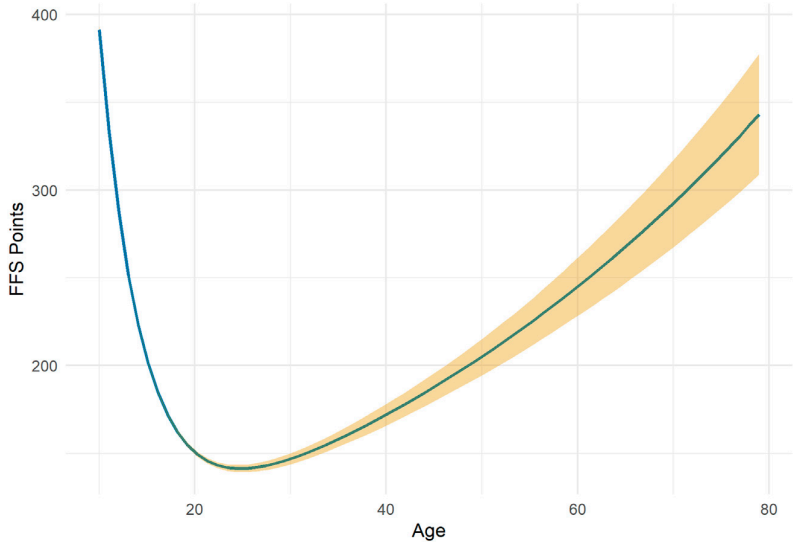

FIGURE 2
Moore's age-performance relationship from a population perspective in men's Giant slalom. The blue curve represents the median of the estimates, and the yellow area represents the quantiles of the estimates of order 0.025 and 0.975.

The number of individuals for each cluster is respectively of 15,187, 243, 246, 354 for clusters 1, 2, 3, 4.

There are four distinct clusters:

- Cluster one represents the average cluster.
- Cluster two represents the cluster with the lowest progression slope.
- Cluster three represents the cluster with the strongest slope of progression.
- Cluster four represents cluster with lower performance.

3.3.2 Individual progress cluster estimate

Figure 3C shows the mean and the confidence interval of the individual probabilities in each cluster for the two individuals taken as examples. Individual 1 (right) is more likely to belong to cluster 1 (41%) while individual 2 (left) is more likely to belong to cluster 3 (35%).

4 Discussion

We propose a method to individualize the relationship between age and performance in alpine skiing. We then identify four types of progression among all of these individual progressions. Finally, our method makes it possible to estimate with uncertainty the clusters most associated with each individual.

The relationship between age and performance has been studied only at the human scale (Moore, 1975; Berthelot et al., 2012, 2019). This study is the first to model the age-performance relationship individually with random effects, taking into account the general law with fixed effects. Moreover, our model is the first to be able to estimate an uncertainty around the estimates. By principle of parsimony, in particular with the mixed model, we choose the model of Moore having a parameter of less. One of the limits of the study is to use the FFS points which is a relative performance compared to other skiers unlike a metric performance in swimming or athletics for example. However, the quality of the model (0.87) shows that the model adapts well to this measure.

Using another method, Hollings et al. estimated an optimal age for performance in different track and field disciplines between 25 and 27, which is close to the age at peak performance estimated by our male giant model. Muller et al. estimated, at the end of the 2012–2013 season for elite skiers, the peak age in men's alpine skiing was approximately 28 years. The almost 4 years of age-at-peak differences found here with previous studies can be explained by the different population and methodology used. Indeed, our study is based on the exhaustiveness of the performances achieved by French skiers since the 2004–2005 season, and is based on an functional age-performance statistical model used in other disciplines. Our model makes it possible to take into account the longitudinal aspect of performance, important when we know that it is difficult to precisely detect young talents before the age of 16 due to the rapid evolution before this age (Boccia et al., 2017; Kearney and Hayes, 2018). One of the strengths but also a

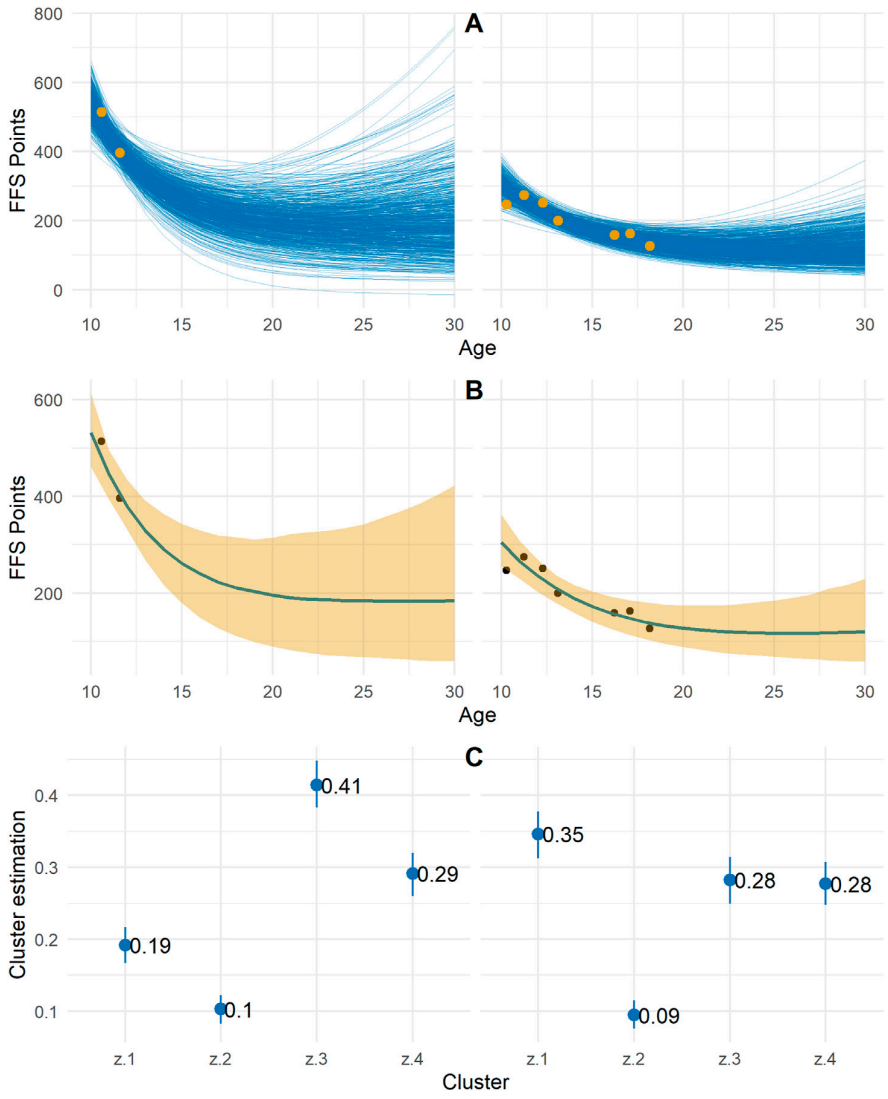

FIGURE 3
Example of two individuals (in column) of the estimate of the set of raw Moore curves **(A)**, of the median in blue and of the quantiles of order 0.025 and 0.975 in yellow **(B)** and of the mean and confidence interval of the probability of belonging to each of the clusters **(C)**. The yellow **(A)** and black **(B)** dots represent the actual performance achieved.

weakness of our model lies in the fact that only performance and age data are necessary to estimate an individual age-performance relationship. This means that all the components linked to performance are summarized in these two variables. Among these components, there is that of adaptation described by Pickering and Kiely (Pickering and Kiely, 2017). There are also of course all the physical components (Bottollier et al., 2020; Cross et al., 2021) or technical (Perić et al., 2019). To overcome the variability of performance due to all these variables, we take the record per year per individual. However, other environmental variables can affect performance, such as injury or schooling. But it is also a strength because it requires very easily recoverable data. The method is therefore applicable to any discipline with quantifiable performance (such as swimming or athletics). One of the improvements of the model would therefore be to add other physical, psychological and environmental variables to the model, on which performance in alpine skiing depends (Bottollier et al., 2020; Cross et al., 2021), but it is more difficult to recover physical data at large scales than performance data.

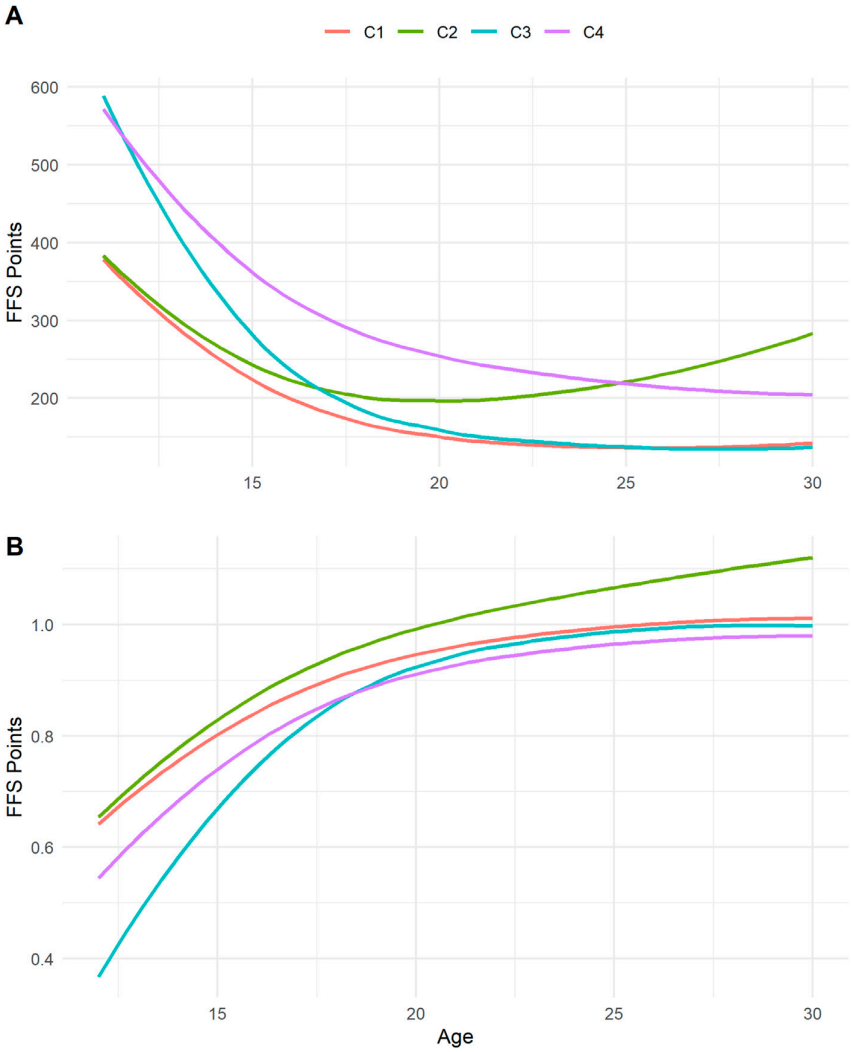

FIGURE 4
Average performance progression curve between the different clusters **(A)** and the derivatives representing progress **(B)**. Clusters one and four present different levels of performance but similar levels of progress. Cluster 2 has high young performance but low progression, while cluster 3 has lower young performance but a strong progression curve.

Concerning the clustering, we first bring an interesting solution during a classification on longitudinal data when the individuals never have a complete trajectory, by carrying out the clustering on the more random fixed parameters of the mixed model (Figure 4). Clustering using finite Gaussian mixtures makes it possible, thanks to a parameter of the model (Fraley and Raftery, 1999), unlike the k-means method for example, to obtain clusters of unequal numbers. The algorithm determines the optimal number of individuals per cluster. The results show that the algorithm identifies an average cluster with the largest numbers, and clusters with particular trajectories, which would not have been identified with other clustering methods with clusters of equal numbers. Then, we bring an interesting metric to differentiate the clustering of longitudinal data by their slopes outside the traditional Bayesian Information Criterion (Schwarz, 1978). In addition, our method makes it possible to individually obtain a score in each cluster for each individual with an uncertainty, which is not the case in other studies of clustering of progression trajectories which stop at the observation and the interpretation of the different clusters (Leroy et al., 2018). Given the importance of the physical, physiological and technical components in alpine skiing (Bacharach and Duvillard, 1995; Turnbull et al., 2009; Müller et al., 2017), the different clusters identified may correspond to

different physiological progression. Indeed, biological maturation does not take place at the same time for all individuals (Lloyd et al., 2014). This effect of maturity has shown its influence on the evolution of the performance of young athletes in different sports such as judo Giudicelli et al. (2021), football (Peña-González et al., 2022), rowing} (Thiele et al., 2021) and basketball (Torres-Unda et al., 2016).

5 Practical application

Like other study before (De Larochelambert et al., 2022), this study aims to optimize the detection systems of French winter sports. We propose a methodology allowing to estimate the individual progress of the skiers, according to the relation between its performance and their age. Using this methodology, it is possible to implement, by extracting the random parameters of the model, a decision support tool for sports players (coaches, staff, skiers). The purpose of the study is to expose the whole of the methodology allowing to estimate the individual potential and shows the example for two distinct skiers, but does not show the results for all the individuals. The method developed estimates a large number of relationships between age and performance for each individual. As a result, the uncertainty around the estimated relationship is not to be interpreted as a confidence interval of the possible performances performed, but rather as a confidence interval of the potential of this individual, which can be called "Estimate Interval".

6 Conclusion

We propose a potential estimation method based on the relationship between age and performance to obtain the potential performance curve and the type of progression of each individual. We then estimate four progression typologies, and the probabilities associated with each of them for all individuals. The purpose of the method is to help those involved in French winter sports to better detect young talents, but also to show the relationship between age and performance in alpine skiing with regard to the physical specificities of the skiers, relying (Bacharach and Duvillard, 1995) on the analysis of large-scale longitudinal data (Müller et al., 2015). The method developed here can be extended to all sports with quantifiable performance.

Data availability statement

Publicly available datasets were analyzed in this study. This data can be found here: https://ffs.fr/resultats/.

Author contributions

QD and KB. conceived of the presented idea, developed the theory and performed the computations. QD, KB, IH, and AD verified the analytical methods. JT, JA, PYL, and NC supervised the findings of this work. All authors discussed the results and contributed to the final manuscript.

Conflict of interest

The authors declare that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.

The reviewer FH declared a past co-authorship with the author NC to the handling editor.

Publisher's note

All claims expressed in this article are solely those of the authors and do not necessarily represent those of their affiliated organizations, or those of the publisher, the editors and the reviewers. Any product that may be evaluated in this article, or claim that may be made by its manufacturer, is not guaranteed or endorsed by the publisher.

Supplementary material

The Supplementary Material for this article can be found online at: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphys.2022.1082072/full#supplementary-material

References

Aguilaniu, B., Maitre, J., Glénet, S., Maitre, J., Glé, A., Guénard, H., et al. (2008). European reference equations for CO and NO lung transfer. *Eur. Respir. J.* 31, 1091–1097. doi:10.1183/09031936.00063207

Allen, S. V., and Hopkins, W. G. (2015). Age of peak competitive performance of elite athletes: A systematic review. *Sports Med. Auckl. N.Z.)* 45, 1431–1441. doi:10.1007/s40279-015-0354-3

Bacharach, D. W., and Duvillard, S. P. von (1995). Intermediate and long-term anaerobic performance of elite Alpine skiers. *Med. Sci. Sports Exerc.* 27, 305–309. doi:10.1249/00005768-199503000-00003

Berthelot, G., Bar-Hen, A., Marck, A., Foulonneau, V., Douady, S., Noirez, P., et al. (2019). An integrative modeling approach to the age-performance relationship in mammals at the cellular scale. *Sci. Rep.* 9, 418. doi:10.1038/s41598-018-36707-3

Berthelot, G., Len, S., Hellard, P., Tafflet, M., Guillaume, M., Vollmer, J.-C., et al. (2012)., 34. Dordrecht, Netherlands, 1001–1009. doi:10.1007/s11357-011-9274-9 Exponential growth combined with exponential decline explains lifetime performance evolution in individual and human species*Age*

Boccia, G., Moisè, P., Franceschi, A., Trova, F., Panero, D., La Torre, A., et al. (2017). Career performance trajectories in track and field jumping events from youth to senior success: The importance of learning and development. *PloS One* 12, e0170744. doi:10.1371/journal.pone.0170744

Bottollier, V., Coulmy, N., Le Quellec, L., and Prioux, J. (2020). Energy demands in well-trained alpine ski racers during different duration of slalom and giant slalom runs. *J. Strength & Cond. Res.* 34, 2156–2164. doi:10.1519/JSC.0000000000003311

Celeux, G., and Govaert, G. (1992). A classification EM algorithm for clustering and two stochastic versions. *Comput. Statistics Data Analysis* 14, 315–332. doi:10.1016/0167-9473(92)90042-E

Celeux, G., and Govaert, G. (1995). Gaussian parsimonious clustering models. *Pattern Recognit.* 28, 781–793. doi:10.1016/0031-3203(94)00125-6

Cross, M. R., Delhaye, C., Morin, J.-B., Bowen, M., Coulmy, N., Hintzy, F., et al. (2021). Force output in giant-slalom skiing: A practical model of force application effectiveness. *PloS One* 16, e0244698. doi:10.1371/journal.pone.0244698

De Larochelambert, Q., Difernand, A., Antero, J., Sedeaud, A., Toussaint, J.-F., Pierre Yves, L., et al. (2022). Relative age effect in French alpine skiing: Problem and solution. *J. Sports Sci.* 40, 1137–1148. doi:10.1080/02640414.2022.2052428

DeCouto, B. S., Cowan, R. L., Thomas, J. L., Fawver, B., Steidl-Müller, L., and Williams, A. M. (2021). The relative age effect is associated with career sport engagement in alpine ski racers attending training centers. *Psychol. Sport Exerc.* 56, 101991. doi:10.1016/j.psychsport.2021.101991

Fraley, C., and Raftery, A. E. (1999). Mclust: Software for model-based cluster analysis. *J. Classif.* 16, 297–306. doi:10.1007/s003579900058

Fraley, C., and Raftery, A. E. (2002). Model-based clustering, discriminant analysis, and density estimation. *J. Am. Stat. Assoc.* 97, 611–631. doi:10.1198/016214502760047131

Giudicelli, B. B., Luz, L. G. de O., Santos, D. H. B., Sarmento, H., Massart, A. G. M., Júnior, A. T., et al. (2021). Age and maturity effects on morphological and physical performance measures of adolescent judo athletes. *J. Hum. Kinet.* 80, 139–151. doi:10.2478/hukin-2021-0090

Gorski, T., Rosser, T., Hoppeler, H., and Vogt, M. (2014). An anthropometric and physical profile of young Swiss alpine skiers between 2004 and 2011. *Int. J. Sports Physiology Perform.* 9, 108–116. doi:10.1123/ijspp.2013-0223

Hoffman, M. D., and Gelman, A. (2011). The no-u-turn sampler: Adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. arXiv:1111.4246 [cs, stat]. Available at: http://arxiv.org/abs/1111.4246.

Hollings, S. C., Hopkins, W. G., and Hume, P. A. (2014). Age at peak performance of successful track & field athletes. *Int. J. Sports Sci. Coach* 9, 651–661. doi:10.1260/1747-9541.9.4.651

Katzmarzyk, P. T., Malina, R. M., and Beunen, G. P. (1997). The contribution of biological maturation to the strength and motor fitness of children. *Ann. Hum. Biol.* 24, 493–505. doi:10.1080/03014469700005262

Kearney, P. E., and Hayes, P. R. (2018). Excelling at youth level in competitive track and field athletics is not a prerequisite for later success. *J. Sports Sci.* 36, 2502–2509. doi:10.1080/02640414.2018.1465724

Leroy, A., Marc, A., Dupas, O., Rey, J. L., and Gey, S. (2018). Functional data analysis in sport science: Example of swimmers' progression curves clustering. *Appl. Sci.* 8, 1766. doi:10.3390/app8101766

Lloyd, R. S., Oliver, J. L., Faigenbaum, A. D., Myer, G. D., and De Ste Croix, M. B. A. (2014). Chronological age vs. Biological maturation: Implications for exercise programming in youth. *J. Strength & Cond. Res.* 28, 1454–1464. doi:10.1519/JSC.0000000000000391

McCall, A., Fanchini, M., and Coutts, A. J. (2017). Prediction: The modern-day sport-science and sports-medicine "quest for the holy grail. *Int. J. Sports Physiology Perform.* 12, 704–706. doi:10.1123/ijspp.2017-0137

Mitchell, W. K., Williams, J., Atherton, P., Larvin, M., Lund, J., and Narici, M. (2012). Sarcopenia, dynapenia, and the impact of advancing age on human skeletal muscle size and strength; a quantitative review. *Front. Physiol.* 3, 260. doi:10.3389/fphys.2012.00260

Moore, D. H. (1975). A study of age group track and field records to relate age and running speed. *Nature* 253, 264–265. doi:10.1038/253264a0

Müller, E., Kröll, J., Lindinger, S., Pfusterschmied, J., and Stöggl, T. (2014). *Science and skiing VI*. Aachen: Meyer & Meyer Verlag.

Müller, L., Hildebrandt, C., Müller, E., Fink, C., and Raschner, C. (2017). Long-term athletic development in youth alpine ski racing: The effect of physical fitness, ski racing technique, anthropometrics and biological maturity status on injuries. *Front. Physiology* 8, 656. doi:10.3389/fphys.2017.00656

Müller, L., Müller, E., Kornexl, E., and Raschner, C. (2015). The relationship between physical motor skills, gender and relative age effects in young Austrian alpine ski racers. *Int. J. Sports Sci. Coach.* 10, 69–85. doi:10.1260/1747-9541.10.1.69

Nishio, M., and Arakawa, A. (2019). Performance of Hamiltonian Monte Carlo and no-u-turn sampler for estimating genetic parameters and breeding values. *Genet. Sel. Evol. GSE* 51, 73. doi:10.1186/s12711-019-0515-1

Peña-González, I., Javaloyes, A., Cervelló, E., and Moya-Ramón, M. (2022). The maturity status but not the relative age influences elite young football players' physical performance. *Sci. Med. Footb.* 6, 309–316. doi:10.1080/24733938.2022.2053338

Perić, D., Ilić, N., and Ahmetović, Z. (2019). Kinematic and dynamic stroke variables of elite and sub-elite rowers. *Int. J. Perform. Analysis Sport* 19, 65–75. doi:10.1080/24748668.2018.1563857

Pickering, C., and Kiely, J. (2017). Can the ability to adapt to exercise be considered a talent—And if so, can we test for it? *Sports Med. - Open* 3, 43. doi:10.1186/s40798-017-0110-3

Preuter-Lorenz, D. C. P. (2009). The adaptive brain: Aging and neurocognitive scaffolding. *Annu. Rev. Psychol.* 60, 173–196. doi:10.1146/annurev.psych.59.103006.093656

Rees, T., Hardy, L., Güllich, A., Abernethy, B., Côté, J., Woodman, T., et al. (2016). The great British medalists project: A review of current knowledge on the development of the world's best sporting talent. *Sports Med.* 46, 1041–1058. doi:10.1007/s40279-016-0476-2

Roaas, T., Loråas, H., Aune, T. K., Flakken, B., and Dalen, T. (2022). Interacting constraints and relative age effect in elite cross-country skiers and freeskiers. *J. Hum. Kinet.* 81, 259–268. doi:10.2478/hukin-2022-0020

Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Ann. Statistics* 6, 461–464. doi:10.1214/aos/1176344136

Scrucca, L., Fop, M., Murphy, T. B., and Raftery, A. E. (2016). Mclust 5: Clustering, classification and density estimation using Gaussian finite mixture models. *R J.* 8, 289–317. doi:10.32614/rj-2016-021

Stanojevic, S., Wade, A., Stocks, J., Hankinson, J., Coates, A. L., Pan, H., et al. (2008). Reference ranges for spirometry across all ages: A new approach. *Am. J. Respir. Crit. Care Med.* 177, 253–260. doi:10.1164/rccm.200708-1248OC

Steidl-Müller, L., Hildebrandt, C., Ebenbichler, C., Luchner, R., Patterson, C., Müller, E., et al. (2020). Changes in anthropometric and fitness characteristics over a decade of young elite alpine ski racers. *Int. J. Sports Physiology Perform.* 16, 124–134. doi:10.1123/ijspp.2019-0889

Steidl-Müller, L., Hildebrandt, C., Raschner, C., and Müller, E. (2019). Challenges of talent development in alpine ski racing: A narrative review. *J. Sports Sci.* 37, 601–612. doi:10.1080/02640414.2018.1513355

Thiele, D., Prieske, O., Gäbler, M., and Granacher, U. (2021). Association between biological maturity, body constitution and physical fitness with performance on a rowing ergometer in elite youth female rowers. *Sportverletz. Sportschaden*. doi:10.1055/a-1532-4597

Torres-Unda, J., Zarrazquin, I., Gravina, L., Zubero, J., Seco, J., Gil, S. M., et al. (2016). Basketball performance is related to maturity and relative age in elite adolescent players. *J. Strength Cond. Res.* 30, 1325–1332. doi:10.1519/JSC.0000000000001224

Turnbull, J. R., Kilding, A. E., and Keogh, J. W. L. (2009). Physiology of alpine skiing. *Scand. J. Med. Sci. Sports* 19, 146–155. doi:10.1111/j.1600-0838.2009.00901.x

Vaeyens, R., Lenoir, M., Williams, A. M., and Philippaerts, R. M. (2008). Talent identification and development programmes in sport : Current models and future directions. *Sports Med. Auckl. N.Z.)* 38, 703–714. doi:10.2165/00007256-200838090-00001

5.13 Articles soumis pour publication

ARTICLE

Young performance determines the adulthood performance ? A parametric and non-parametric Markovian multi-state development model in French alpine skiing

De Larochelambert Quentin[A,B,C,D], Hamri Imad[C], Difernand Audrey[C], Barlier Kilian[C], Antero Juliana[C], Sedeaud Adrien[C], Toussaint Jean-François[C,D], Coulmy Nicolas[B], Louis Pierre-Yves[E,A]

[A]Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584 CNRS, Université Bourgogne, Dijon, France.; [B]Département Scientifique et Sportif, Fédération Française de Ski, Annecy, France.; [C]Institut de Recherche bioMédicale et d'Epidémiologie du Sport, EA7329, INSEP, Université de Paris, Paris, France.; [D]Centre d'Investigation en Médecine du Sport, Hôtel-Dieu, Assistance Publique, Hôpitaux de Paris, Paris, France.; [E]Institut Agro Dijon, PAM UMR 02.102, Université Bourgogne, Dijon, France

ARTICLE HISTORY
Compiled March 13, 2023

ABSTRACT
We model and estimate the probabilities of performance evolution among French alpine skiers in slalom using parametric and non-parametric multi-state Markovian models and a time-inhomogeneous Markov chain. We categorize the states of the model by Performance Lanes allowing to categorize the performance at each age. Finally, we add information of past individual performance by discretizing lane performance (individual progression) by modeling the relationship between age and performance of each individual using a Bayesian nonlinear mixed model. We then again calculate the performance evolution probabilities to identify the influence of individual progression on future performance.

KEYWORDS
Multi state model; Markov transition; Sport performance; Development

word count : 4519

CONTACT De Larochelambert Quentin. Email: , Hamri Imad. Email: , Difernand Audrey. Email: , Barlier Kilian. Email: , Antero Juliana. Email: , Sedeaud Adrien. Email: , Toussaint Jean-François. Email: , Coulmy Nicolas. Email: , Louis Pierre-Yves. Email:

1. Introduction

1.1. *Performance: an age-related variable complex to predict in the long term*

Estimating the potential of young athletes has always been an essential issue of sport in order to detect future champions. The recent capacity to better analyse large volumes of data offers new perspectives with regard to the estimation of athletes' long-term potential. Large databases make it possible to improve the understanding of performance determinants, in particular with regard to well-established physiological principles. Moore (Moore 1975) was the first to theorize the age-performance relation by a sum of two exponential laws which provide a maximum at their intersections, representing optimum age for performance. Recently, Berthelot et al. (Berthelot et al. 2019) remodeled the Moore's equation with consistant biological components. Hollings et al. (Hollings, Hume, and Hopkins 2014) used mixed models that take into account the influence of different factors (e.g. wind, altitude) to estimate the mean age of optimal performance. Xie et al. (Xie et al. 2017) have also approached the problem of the age-performance relation with statistical methods (regression and machine learning), to better predict adult performances.

The difficulty in predicting future performance from results obtained before the age of 16 has already been raised (Boccia et al. 2017; Costa et al. 2011). This study suggest that the performance before the age of 16 is not a good predictor of adult performance in long and high jumps. Finally, Tribolet et al. (Tribolet et al. 2018) used four multivariate analysis of variance (MANOVA) with Bonferroni correction and discriminant analysis to identify anthropometric variables that influence the future career path of junior rugby league players.

Previous research (Vaeyens et al. 2008; Johnston et al. 2018) has shown the complexity of performance when trying to predict it over the long term, that is, from the youngest age to the age of peak performance. The majority of studies done to estimate long-term potential are retrospective studies of top performers in adulthood. The pitfall of such method is that it does not consider the censored athletes (i.e. athletes that may have stopped before reaching their highest performance level in adulthood). No method has made it possible to quantify the probabilities of performance development in an exhaustive way from an early age up to adulthood. A family of models increasingly used in biostatistics can contribute to given answer this problem: multi-state models (Per Kragh Andersen 2002; Commenges 1999; Hougaard 1999).

1.2. *Multi-state models*

Multi-state models are a specific family of survival models. A categorical variable may be folowed over time. For instance it may by related to a disease, that can take more than two modalities (Commenges 1999). This type of model has the particularity of taking into account incomplete, censored or truncated data. They are based on transitions between the different states. Hougaar et al. (Hougaard 1999) listed the most common multi-state models. Multi-state models are usually assuming the Markov property (Andersen et al. 1993; Commenges 1999; Hougaard 1999; Andersen and Keiding 2002), i.e. all of the information to predict the future is included in the present state.

These models may be conceptualized in different ways. Time-inhomogeneous models imply that the intensities of transitions depend on time. Conversely, time-homogeneous

models imply constant transition intensities over time. These models have been used in biostatistics to understand certain diseases such as diabetes (Marshall and Jones 1995) or HIV (Gentleman et al. 1994).

A few studies have used survival analyzes to understand parameters of athletic performance. Pion et al (Pion et al. 2015) examined the link between anthropometric, physical and motor characteristics assessed when identifying talent and dropout in young female gymnasts through a Kaplan-Meier and Cox survival analysis. In basketball, Štrumbelj and Vračar (Štrumbelj and Vračar 2012) used a possession-based time-homogeneous multi-state Markov model to model the progression of a basketball match. Kvam and Sokol (Kvam and Sokol 2006) also attempted to model basketball games by Markov chains combined with logistic regression to predict the outcome of tournament games. In another opposition sport, Pfeiffer et al. (Pfeiffer, Zhang, and Hohmann 2010) developed four different state transition models to describe the tactical behavior of a table tennis match. Finally, Antero et al. (Antero et al. 2021) and Duncombe et al. (Duncombe et al. 2021) used survival analyzes to compare the mortality of high performance athletes with those of the general population.

Therefore our goals were three fold: 1) to develop a method to characterize individual progression ; 2) to estimate the chances of future performance based on the skiers current level and 3) to determine the importance of the rate of individual progression in the probability of future performance. For so we developed a performance development model based on the Markov property, by estimating the transitions intensities between the performance levels in a parametric and non-parametric modelling.

2. Dataset

The data related to performances mesurements and biographic data (i.e. dates of birth) were publicly available on the website of the French Ski Federation (`https://ffs.fr/resultats/`). Alpine skiing performance is quantified using FFS points, which is a score to minimize. The number of points scored on D-day depends on the overall level of the race and the time achieved compared to the winner of the race.

$$Pts = \left(\frac{T_x}{T_0} - 1\right) \cdot F \tag{1}$$

with T_x skier's time in seconds,
T_0 winner's time in seconds,
F : discipline Factor.

We will present the methodology for the discipline of men's slalom (SL). The population studied included all French alpine skiers having participated in at least one competition, between the age of 10 up to 30 from the 2004/2005 season up to the 2020/2021 season. 67139 performances made by 19445 skiers data were eligible for inclusion in the study.

3. Longitudinal categorization of performance

To characterize the performance by age of each individual, we created performance lanes (PL). We define k as the number of PL and q as a vector of size $k+1$ containing the quantiles representing the maximum level of each cluster at each age. With q_c the c^{th} element of q. Let W_s be the set of performances achieved in alpine skiing at age s. We calculated the upper limit of each PL i for each age s:

$$\forall i \in [1 \dots k], PL_{is}^{+} = \mathrm{W}_{s}^{q_i} \tag{2}$$

and the lower limit:

$$\forall i \in [1 \dots k], PL_{is}^{-} = \mathrm{W}_{s}^{q_{i-1}} \,. \tag{3}$$

In order to better identify the best level and by principle of parsimony, we have chosen to have inhomogeneous PL with $q \in \{0, 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 1\}$.

The number of total transitions regardless of age, from one PL (in row) to another (in column) are presented in Table 2.

4. Modeling the transitions between performance lanes

Let $X(t)$ be the occupied PL at time t, taking values in $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

4.1. *Estimation with a continuous-time Markovian multi-state model*

4.1.1. Model property

Let $P_{ij}(s,t) = P(X(t) = j \mid X(s) = i)$ the probability of going from PL i to PL j from age s to age t.

Multi-state models are based on the intensity of the transition or the risk rate $\alpha_{ij}(t)$, which expresses the instant risk of passing from state i to state j at time t. It is defined as

$$\alpha_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{ij}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}, \tag{4}$$

and the the cumulative transition hazard defined as :

$$\mathrm{A}_{t}^{ij} = \int_{0}^{t} \alpha_{ij}(u) du \tag{5}$$

$\mathrm{A}_{t}^{ij} = 0$ means an impossible transition.

The multi-state model is a clock-forward model (Iacobelli and Carstensen 2013) based on the Markov property, i.e. all the information useful for predicting the future is included in the present state

$$P\left(X_{n+1}=j \mid X_0=i_0, X_1=i_1, \ldots, X_{n-1}=i_{n-1}, X_n=i\right) \quad = \mathbb{P}\left(X_{n+1}=j \mid X_n=i\right) \tag{6}$$

and the time t refers to the time since the skier entered the initial PL. All transitions are possible between the different PL.

We aim to estimate $P_{ij}(s,t) = P(X(t)=j \mid X(s)=i)$ the transition matrix, corresponding to the probability of moving, directly or indirectly, from lane performance i to lane performance j from time s to time t.

4.1.2. Cumulative transition-specific hazards estimate

4.1.2.1. Non parametric estimation. In this section, the chosen estimator does not rely on any a priori hypothesis to describe the transition intensities. We use the Nelson-Aalen estimator (Aalen 1978; Nelson 1972) to estimate the cumulative transition intensities allowing to consider the right censorship and the left truncation.

$$\hat{\mathrm{A}}_t^{ij} = \sum_{\{k:T_k \leq t\}} \frac{d_{ij}\left(T_k\right)}{n_i\left(T_k\right)}, \tag{7}$$

where $d_{ij}(s)$ represents the number of transition from performance lane i to j exactly in s and $n_i(s)$ represents the number of individuals in the performance lane i at time $s-$

The variance may be estimated by using a result of (de Wreede, Fiocco, and Putter 2010):

$$\hat{\sigma}^{2ij}_t = \sum_{\{k:T_k \leq t\}} \frac{d_{ij}\left(T_k\right)}{n_i\left(T_k\right)^2}. \tag{8}$$

4.1.2.2. Parametric estimation. In the parametric approach, we estimate A_t^{ij} by different laws commonly (Kalbfleisch 2002; Lawless 2002), exponential, Weibull, Gamma, Gompretz and Log-normal (Table 1).

The exponential law assumes a constant risk over time, equal to the parameter λ>0. The Weibull distribution is a generalization of the exponential distribution with two positive parameters. The parameter a is used to set the form of the risk function. The hazard is decreasing for $a < 1$, constant for $a = 1$ and increasing for $a > 1$, and m is a a scale parameter. A Gamma law is a flexible distribution that takes various forms as $a > 0$ varies. the parameter $b > 0$ is a rate parameter. If $a = 1$, the Gamma distribution is reduced to the exponential distribution. The hazard is decreasing for $a < 1$ and increasing for $a > 1$. With the Gompertz model, the growth of a regulated population. It is parameterized by a shape parameter a and rate parameter $b > 0$. The hazard is increasing for $a > 0$, constant for $a = 0$, and decreasing for $a < 0$. The log-normal distribution is parameterized by the mean μ and standard deviation σ. The shape of the hazard depends on the values of both μ and σ. To summarize, the exponential distribution admits a constant hazard. The Weibull distribution, Gamma and Gompertz admit increasing or decreasing hazard. Finally, the log-normal distribution supports an arc-shaped hazard, which increases and then

decreases.

The parameters were estimated using the likelihood maximization method.

4.1.2.3. Hybrid model. Under the assumption that the different transitions do not follow the same laws, we chose a hybrid model by selecting, for each transition, the one with the smallest Akaike Information Criterion (AIC) (Akaike 1974) because this criterion takes into account both the likelihood of the model but also its complexity.

4.2. *Transition matrix estimation*

We then estimate the transition probabilities, using the parametric and non-parametric models, by means of a product integral (Andersen et al. 1993).

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(s,t) &= \prod_{\{k:T_k \leq t\}} \left(\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k}\right), \\ (\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k})_{ij} &= \frac{d_{ij}(T_k)}{n_i(T_k)}, i \in C, j \in C, i \neq j, \\ (\mathrm{Id} + \Delta \mathrm{A}_{T_k})_{ii} &= 1 - \frac{\sum d_{ij}(T_k)}{n_i(T_k)}, \forall i \in C. \end{aligned} \tag{9}$$

The estimates were calculated forward and backward. In forward estimations, we fix the PL start i and the start age s in $P_{ij}(s,t)$. We thus seek to calculate the probability of evolving in each of the PL according to the starting PL i at age s. In the backward estimations, we fix j and t. We then investigate how the probabilities of reaching the PL j at age t evolve for each start PL.

4.3. *Discretization of states by level of progression*

4.3.1. Calculation of individual progression

In 1975, Moore modeled the relationship between age and performance in athletics (Moore 1975) using the following equation:

$$Y(t) = a(1 - e^{-bt}) + c(1 - e^{dt}) \tag{10}$$

where t and $Y(t)$ represent age and performance, respectively. We adapt this equation (De Larochelambert et al. 2023) to adjust the equation to our context where performance is to be minimized.

Berthelot et al. (Berthelot 2012) applied this parametric family of functions (a, b, c and d are real parameters) as a model for many disciplines such as athletics or swimming. The equation explained 99% of the variance of performance by age. Recently, Schipman et al. (Schipman et al. 2019) used this relationship to explain performance in different Paralympic disciplines by age.

Berthelot et al. (Berthelot et al. 2019) took over this model to create IMAP, an integrative model of age performance with one more parameter than Moore's function:

$$Y(t) = a(e^{-\frac{b}{c}e^{-ct}})(1 - e^{d(t-e)}) \tag{11}$$

In order to obtain an age-individual performance relationship, we performed a non-linear mixed model (De Larochelambert et al. 2023). The principle of parsimony being very important in a mixed model, we use the method presented by Berthelot et al (Berthelot et al. 2019) to select the model (Moore or IMAP). We calculate on the best performance by age of the sample, the coefficient of determination adjusted R^2a with the least squares method and we select the model with the greatest R^2a. Moore's model was chosen because it had a lower R^2a (0.932 versus 0.91).

We therefore adapt Moore's equation for each skier o with:

$$Y_i(t) = (a + a_o)e^{(-b+b_o)t} + (c + c_o)(e^{(d+d_o)t}) \tag{12}$$

with the distribution of random effects a_o, b_o, c_o, d_o following lognormal distribution.

The fixed and random parameters of the model were estimated using a No-U-Turn sampler variant of Hamiltonian Monte Carlo method (Hoffman and Gelman 2011; Betancourt 2018).

To calculate the individual progression, we calculate the derivative of the individual Moore's equation:

$$Y'_o(t) = -(a + a_o)(b + b_o)e^{(-b+b_o)t} + (c + c_o)(d + d_o)e^{(d+d_o)t} \tag{13}$$

Figure 4 shows an example of an individual Moore relation (A) and its derivative (B) for an individual.

Let D_s be the set of individual derivatives of Moore equation at age s and q as a vector of size k+1 containing the quantiles representing the maximum derivate of each cluster at each age, With q_c the c^{th} element of q. We categorize age-dependent progression in drift lane (DL) with the upper limit of DL c for each age s :

$$\forall i \in 1 \dots k, DL^+_{cs} = \mathrm{D}^{q_c}_s \tag{14}$$

For the considered data, we choose to defined four DL of length numbers by age by setting $q = \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$.

4.3.2. Issue update

Compared to the initial multi-states model, each state is divided into four homogeneous groups. We thus define each state by $\{PL.DL\}$ i.e. 20 states in total. For example, an individual in the first PL and in the second DL will be in the state $\{1.2\}$. After reformulating the states, we estimated the cumulative transition intensities as well as the transition probabilities between each new state.

4.4. *Empirical estimation by a discrete time nonhomogeneous Markov chain*

To estimate a trend of the probabilities without going through a multi-state model, nous estimont empirically avec the real transitions made by the skiers.

We estimate the probability $P_{ij}(s,t)$ as :

$$P_{ij}(s,t) = \sum_{r \in R} \prod_{l=s}^{t-1} m^l_{r_l, r_{l+1}}, \tag{15}$$

where $R = \{i\} \times \{1, ..., 5\}^N \times \{j\}$, $N = t - s - 2$ all possible paths from i to j, $m^a_{b,c}$ the proportion of individuals switching from PL b to c between age a and $a + 1$.

5. Results

To simplify the writtings, we note PL^t_i the PL i at age t.

Longitudinal categorization of performance

The Figure 1 (A) represents the performance density at each age from 10 to 30 years. Each distribution was split according to the quantiles of order 0.05, 0.1, 0.25 and 0.5. By connecting the upper bounds of the quantiles of each density, we obtain the PL for the age of 10 to 30 years. (see Figure 1 (B))

Cumulative transition-specific hazards estimate

The cumulative transition-specific hazards for the transition from performance lane 1 to performance lane 2 are shown in Figure 2. The transition-specific hazards for all the transitions are present in figure 3.

Gompertz's law is the one that best approaches transition intensities in a global way (AIC = 122202.7) followed by the log-normal law (122862.2), the Weibull law (123015.5), the Gamma law (123078.8) and exponential law (123856.8), (Table 3). Certain intensities of transitions are howover better approximated by certain laws. For example, the 1-2 transition is best approximated by the Gamma law while the 2-1 transition is best approximated by the log-normal law. All the distributions selected in the hybrid model according to the transition are exposed in the Table 3.

The intensities of transitions to a neighboring PL (1 to 2 for example) are much higher than the intensities of transitions to a distant PL (1 to 5 for example) (3).

Note that the closer the performance lanes, the higher the probability to obtain a constant risk (Figure 3 (straight line)). At the opposite, when PL are distant, the risk tends to monotonously decrease (slight curve).

Transition matrix estimation

The most efficient parametric model is the Gompertz model according to AIC. We therefore show the estimates results for the probabilities of transitions of the non-parametric model and of the Gompertz model.

Figure 5(A) shows the forward probabilities of reaching PL_1 according to the starting PL at 12 years.

The individuals in PL_1 at the age of 10 are those having the highest probability of being in PL_1 at the age of 20 (Table 5) but differences between PL_1^{10} and PL_5^{10} are marginal (for a starting lane of 1 to 5 respectively). By setting the PL entry at 15 years, individuals in PL_1^{15} are more likely to be present in PL_1 to 20 years; the probabilities are more heterogeneous 0.12, 0.08, 0.04, 0.02, 0.01 (*cf* Table 6). If we set the PL at 18 years, individuals in PL_1^{18} have a more than 50% chance of being present in PL_1 at 20 years old. At the opposite, individuals in PL_5^{18} have less than a 5% chance of being in PL1 two years later and an 85% chance to remain in PL_5 (*cf* Table 7).

Figure 6 shows the Probabilities of being in the PL 1 to 5 (from left to right) at age 25 according to the PL at 10 years (above) and at 15 years (below).

Figure 5(B) shows the backward probabilities, fixing PL_1^{25}. The closer the individual is to 25 years in PL_1, the greater the probability of being in PL_1 at 25.

Discretization of states by level of progression

Figure 7 shows the probability of reaching PL_1 knowing that one starts at age 12 from PL_1 and DL_4 (state $\{1.4\}$ in red) and at PL_2 and DL_1 (in blue) using the nonparametric multi-state model. The probability of reaching PL_1 is higher for those who start in state $\{1.4\}$ then reverses and becomes higher for those who start in state $\{2.1\}$ at the age of 15.64. At age 25, the probability of reaching PL_1 is 2.26 % if one is in state $\{1.4\}$ at age 12. It is 4.4 % if one is in state $\{2.1\}$ at the age of 12.

All probabilities discretized by DL starting from each PL are presented in figure 8.

Empirical estimation by a discontinuous time nonhomogeneous Markov chain

The Figure 9 shows the transition probabilities of reaching PL 1 according to the starting PL obtained with the empirical discontinuous time Markov chain. Each line corresponds to a starting PL. For example, the purple line represents the probability of $(PL_1^{12\to 24})$ if PL_1^{12}, while the yellow line corresponds to the probability $PL_1^{12\to 24}$ if PL_5^{12}.

6. Conclusion and discussion

We proposed a model for estimating individual performance potential in French alpine skiing based on current performance. We categorized performance longitudinally to create performance lanes. We then estimated the future probabilities of accession to the different PL from the starting PL with an empirical time-inhomogeneous Markov chain, an inhomogeneous nonparametric Markovian continuous-time multi-state model and a parametric continuous time multi-state model modeling in several ways the intensities of transitions Finally, we included individual progression (categorized as DL) in the non parametric multi-state model to identify the impact of progression on future PL probabilities.

The presented methodology provides a solution to the study of continuous and discontinuous individual longitudinal data, in particular by adding information from the past in the multi-state model without losing the Markov property.

Interpretation of hazards function

By selecting the optimal model according to the AIC criterion in the parametric model, it is possible to understand the evolution of the mechanisms of progression and regression.

The exponential distribution assumes constant risk over time (Kalbfleisch 2002; Lawless 2002) but this distribution was never chosen on AIC criterion to model cumulative risk of a transition. So the parametric model showed that the intensity of transition from one PL to another is not constant over time.

The Gamma distribution was retained for transitions to the lower neighboring PL ($1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$). The shape coefficient $a>1$ shows that the risk of making this transition increases with time. Conversely, the log normal distribution was retained for the transitions to the upper neighboring PL ($2 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 3$). This indicates that the risk of ascending to a nearby PL increases at younger ages and then decreases over time. Finally, the risk of other transitions was estimated using the Gompertz distribution. The negative a parameters for all of these distributions indicate that the risk decreases for these transitions with increasing age.

Transition probabilities

The developed model developed permits to understand the mechanisms of level transitions and allows the estimation of the future performance according to the current performance level. The analysis of performance estimation in most studies focuses on a retrospective analysis of the best performers in adulthood (Boccia et al. 2017; Sugimoto et al. 2017) or a prospective analysis of the best performers in younger years (Moesch et al. 2011). Our survival model, based on transitions, makes it possible to estimate future performance with all individuals having achieved a performance.

We show that the performance level at young ages is not decisive for the future level. For example, the differences in reaching the PL_1 at 25 are 2.58%, 2.08%, 1.61%, 1.15%, 0.77% if we start from $PL_{1,2,3,4,5}$ at 12 years respectively. So $PL_{2,3,4,5}$ have 0.5%, 0.97%, 1.44%, 1.82% less chance than PL_1 respectively.

The performance level becomes more determistic with age, because the probabilities of reaching the PL_1 at 25 are 4.98%, 3.43%, 2.01%, 0.99%, 0.47% at 15 and 10.55%, 6.11%, 2.46%, 0.77%, 0.22% at 18 years old (for $PL_{1,2,3,4,5}$ respectively).

Another important determinant of future performance is the progression rate. Indeed, individuals in PL_1 but in DL_3 at the age of 12 have a 2.96% chance of reaching PL_1 at 25, vs 3.74% for individuals in the PL_2 but in the DL_1 at the age of 12.

This study is therefore the first to precisely study future performance in sport according to the starting level, and to show that progression is to be taken into account in the chances of future performance.

Perspectives

In order to approach the individualization of the results, it would be interesting to add co-variables according to the characteristics of the model. For example, adding athlete height or weight as a co-variable would make it possible, from a practical point of view, to compare the estimate of reaching the highest level of two several athletes with different anthropometric parameters. It might also be interesting to conceptualize the states differently, for example adjusting the quantiles characterizing PL, or also adding a final "end of career" state where the individual no longer competes. This would also allow to see the chances of leaving the competition according to the level and the current progress. Up to date this data was processed as lost to follow-up.

Furthermore, the model developed in this study could be transposed to other metric sports, such as swimming or athletics, in which the age-performance relationship follows a similar distribution, as previously described (Moore 1975; Berthelot 2012).

Finally, the model developed permits to understand the evolution of a performance representing a human capacity. Beyond sport, our model can permits to study the evolution of all pulmonary, cardiovascular, renal and neurological capacities, variables inherent in sports performance. In addition, our model focuses on the capacity development phase. By focusing on performance on the decline phase of the age-performance relationship, the model may be able to model the decay of abilities through the study of transitions between performance levels.

Acknowledgment

We thanks S. Golovkine for meaningful conversations that helped improve the paper.

Tables

Table 1. Density functions used to approximate transition intensities

Exponential	$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, λ¿0
Weibull	$amt^{a-1}e^{-mt^a}$, a¿0, m¿0
Gamma	$\frac{b^a}{\Gamma(a)}t^{a-1}e^{-bt}$, $a > 0, b > 0$
Gompretz	$be^{at}\exp\left[-\frac{b}{a}(e^{at}-1)\right]$, $a \in]-\infty, \infty[, b > 0$
Log-normal	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $\mu \in]-\infty, \infty[, \sigma > 0$

Table 2. Number of transitions performed from PL i (in line) to PL j (in column)

	1	2	3	4	5
1		682	620	223	62
2	537		1134	422	140
3	516	779		2773	922
4	201	351	2080		4472
5	62	139	705	3527	

Table 3. Quality of each transition model and of the global model (AIC criterion). The distribution that fits the best for each transition is indicated in the right column

	AIC					
	Exp	Gamma	Gompertz	Lnorm	Weibull	
Transition						
1 - 2	**3581.14**	**3538.95**	**3554.46**	**3589.86**	**3538.5**	weibullph
1 - 3	**3373.96**	**3375.42**	**3364.76**	**3362.22**	**3375.7**	lnorm
1 - 4	**1670.85**	**1647.23**	**1608.17**	**1623.56**	**1640.73**	gompertz
1 - 5	**624.71**	**613.62**	**604.41**	**610.06**	**612.87**	gompertz
2 - 1	**3081.23**	**3075.77**	**3082.99**	**3076.02**	**3079.4**	gamma
2 - 3	**4809.27**	**4769.2**	**4791.12**	**4910.02**	**4768.71**	weibullph
2 - 4	**2625.2**	**2613.57**	**2563.38**	**2575.22**	**2603.84**	gompertz
2 - 5	**1181.2**	**1169.03**	**1150.44**	**1156.97**	**1166.41**	gompertz
3 - 1	**4181.89**	**4151.57**	**4041.49**	**4097.41**	**4140.1**	gompertz
3 - 2	**5670.64**	**5669.27**	**5667.45**	**5643.37**	**5671.63**	lnorm
3 - 4	**13138.77**	**13104.12**	**13141.31**	**13164.71**	**13119.46**	gamma
3 - 5	**6400.35**	**6366.46**	**6263.44**	**6289.68**	**6348.58**	gompertz
4 - 1	**2227.59**	**2167.35**	**2073.09**	**2149.72**	**2164.42**	gompertz
4 - 2	**3497.1**	**3435.27**	**3325.23**	**3404.76**	**3429.08**	gompertz
4 - 3	**13311.79**	**13306.22**	**13226.83**	**13205.04**	**13293.61**	lnorm
4 - 5	**21771.52**	**21738.11**	**21774.56**	**21764.12**	**21757.92**	gamma
5 - 1	**909.13**	**862.31**	**820.73**	**870.41**	**862.11**	gompertz
5 - 2	**1811.28**	**1740.93**	**1667.81**	**1733.68**	**1740.04**	gompertz
5 - 3	**6889.1**	**6678.95**	**6492.58**	**6623.36**	**6665.05**	gompertz
5 - 4	**23100.05**	**23055.43**	**22988.42**	**23012.03**	**23037.3**	gompertz
Quality						
Overall	**123856.77**	**123078.78**	**122202.67**	**122862.22**	**123015.46**	gompertz

Table 4. Parameter estimates of the different parametric models for each transition

	Weibull		*Exponential*	*Gamma*		*Log-normal*		*Gompertz*	
Transition	a	b	lambda	a	b	sigma	mu	a	b
1 - 2	1.37	0.06	0.20	1.79	0.27	1.50	0.75	0.06	0.12
1 - 3	0.98	0.15	0.18	1.07	0.16	1.35	0.96	-0.04	0.18
1 - 4	0.62	0.12	0.06	0.56	0.02	2.32	1.72	-0.20	0.13
1 - 5	0.56	0.03	0.02	0.53	0.00	5.16	2.33	-0.21	0.03
2 - 1	1.11	0.09	0.15	1.30	0.16	1.59	0.90	-0.01	0.14
2 - 3	1.27	0.14	0.32	1.67	0.40	1.04	0.73	0.04	0.23
2 - 4	0.74	0.18	0.12	0.69	0.07	1.53	1.28	-0.13	0.18
2 - 5	0.64	0.06	0.04	0.60	0.01	3.16	1.79	-0.17	0.06
3 - 1	0.69	0.08	0.05	0.65	0.02	2.85	1.72	-0.19	0.10
3 - 2	1.05	0.05	0.07	1.13	0.07	2.31	1.15	-0.02	0.07
3 - 4	1.12	0.17	0.25	1.34	0.29	1.17	0.82	0.01	0.22
3 - 5	0.73	0.14	0.08	0.69	0.05	1.99	1.48	-0.13	0.14
4 - 1	0.48	0.03	0.01	0.46	0.00	6.63	3.05	-0.33	0.03
4 - 2	0.56	0.05	0.02	0.53	0.00	4.84	2.51	-0.26	0.05
4 - 3	0.88	0.13	0.11	0.88	0.09	1.77	1.21	-0.07	0.14
4 - 5	1.08	0.18	0.24	1.25	0.26	1.20	0.85	0.00	0.22
5 - 1	0.32	0.01	0.00	0.32	0.00	10.88	3.44	-0.53	0.01
5 - 2	0.38	0.02	0.00	0.38	0.00	10.22	3.95	-0.42	0.02
5 - 3	0.46	0.08	0.02	0.42	0.00	4.86	3.04	-0.28	0.06
5 - 4	0.83	0.14	0.10	0.78	0.07	1.78	1.36	-0.06	0.13

Table 5. Probabilities of being in each PL at 15, 20 and 25 years old according to the starting PL at 10 years old

End.PL	Probability.15	Probability.20	Probability.25
Start PL 1			
1	0.15	0.05	0.02
2	0.10	0.05	0.02
3	0.22	0.16	0.10
4	0.25	0.26	0.23
5	0.28	0.49	0.63
Start PL 2			
1	0.09	0.04	0.02
2	0.10	0.04	0.02
3	0.21	0.14	0.09
4	0.27	0.26	0.22
5	0.33	0.52	0.65
Start PL 3			
1	0.07	0.03	0.01
2	0.06	0.04	0.02
3	0.22	0.13	0.09
4	0.28	0.26	0.22
5	0.37	0.54	0.66
Start PL 4			
1	0.04	0.03	0.01
2	0.05	0.03	0.02
3	0.16	0.12	0.08
4	0.32	0.25	0.22
5	0.43	0.58	0.68
Start PL 5			
1	0.03	0.02	0.01
2	0.03	0.02	0.01
3	0.11	0.10	0.07
4	0.23	0.23	0.21
5	0.60	0.63	0.70

Table 6. Probabilities of being in each PL at 15, 20 and 25 years old according to the starting PL at 14 years old

End.PL	Probability.15	Probability.20	Probability.25
Start PL 1			
1	0.63	0.12	0.04
2	0.12	0.10	0.04
3	0.15	0.24	0.15
4	0.07	0.25	0.25
5	0.03	0.29	0.52
Start PL 2			
1	0.10	0.08	0.03
2	0.53	0.08	0.03
3	0.21	0.22	0.13
4	0.11	0.27	0.25
5	0.05	0.35	0.56
Start PL 3			
1	0.04	0.04	0.02
2	0.05	0.05	0.02
3	0.64	0.19	0.11
4	0.18	0.29	0.24
5	0.09	0.43	0.61
Start PL 4			
1	0.01	0.02	0.01
2	0.02	0.02	0.01
3	0.08	0.11	0.08
4	0.69	0.29	0.22
5	0.20	0.56	0.68
Start PL 5			
1	0.00	0.01	0.01
2	0.00	0.01	0.01
3	0.02	0.06	0.06
4	0.09	0.20	0.19
5	0.89	0.72	0.74

Table 7. Probabilities of being in each PL at 20 and 25 years old according to the starting PL at 18 years old

End.PL	Probability.20	Probability.25
Start PL 1		
1	0.45	0.11
2	0.19	0.10
3	0.22	0.25
4	0.09	0.25
5	0.04	0.29
Start PL 2		
1	0.13	0.06
2	0.31	0.07
3	0.32	0.22
4	0.16	0.27
5	0.08	0.37
Start PL 3		
1	0.03	0.02
2	0.06	0.03
3	0.48	0.17
4	0.29	0.29
5	0.15	0.49
Start PL 4		
1	0.01	0.01
2	0.01	0.01
3	0.09	0.08
4	0.54	0.25
5	0.35	0.64
Start PL 5		
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	0.02	0.04
4	0.11	0.17
5	0.87	0.79

Figures

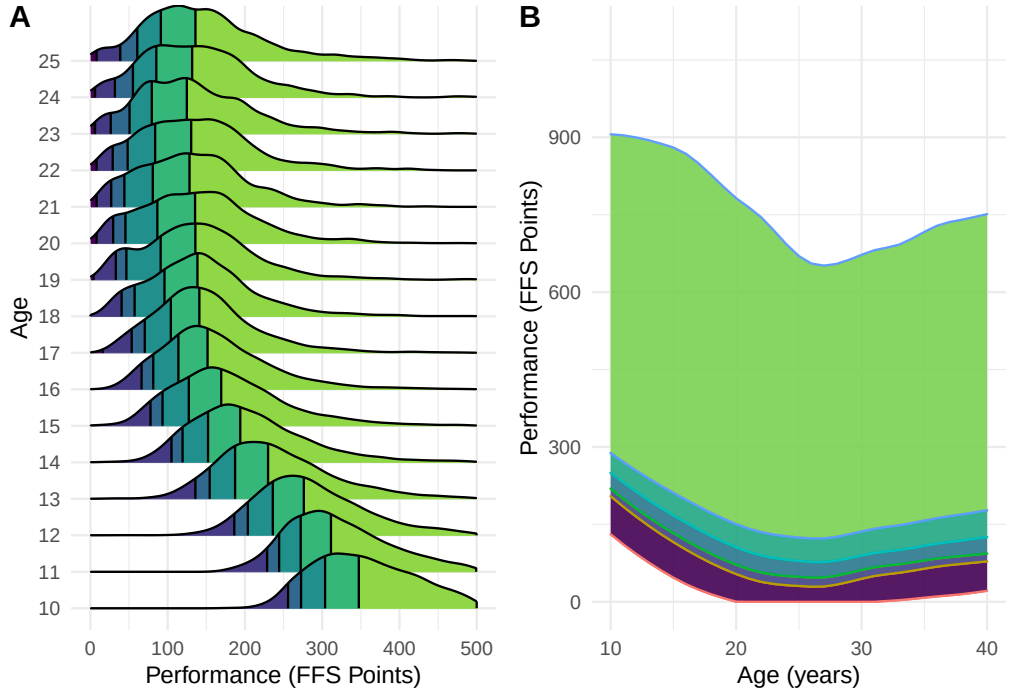

Figure 1. Density of performance by age (in columns) broken down into quantiles of order 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 1 (A) and related age-by-age quantiles to form Performance Lanes (B)

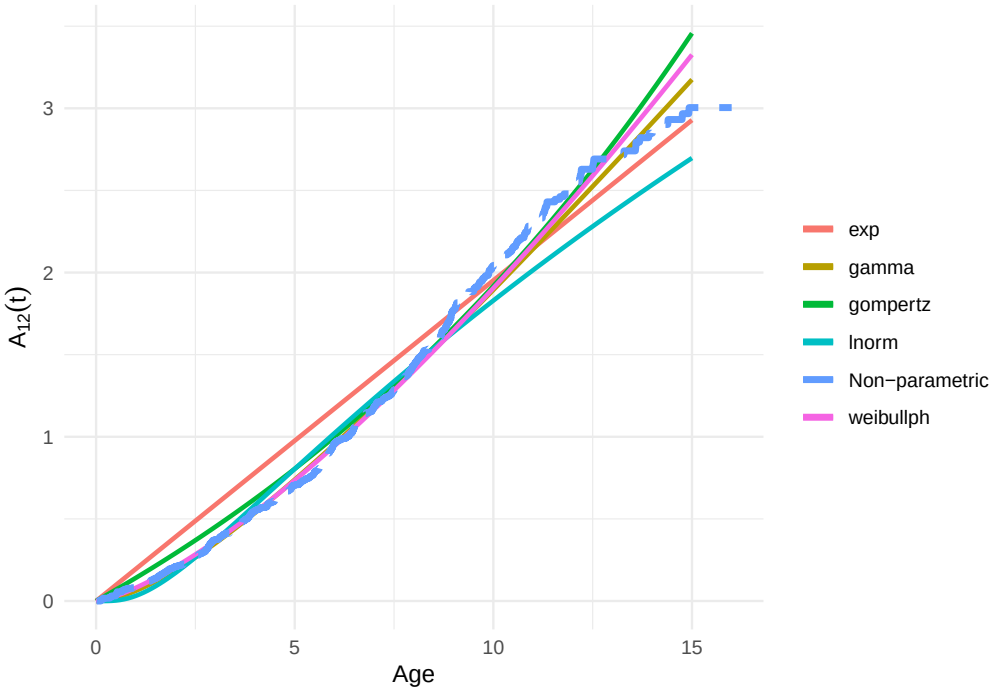

Figure 2. Parametric and nonparametric estimates of the cumulative transition intensities for the transition from PL_1 to PL_2

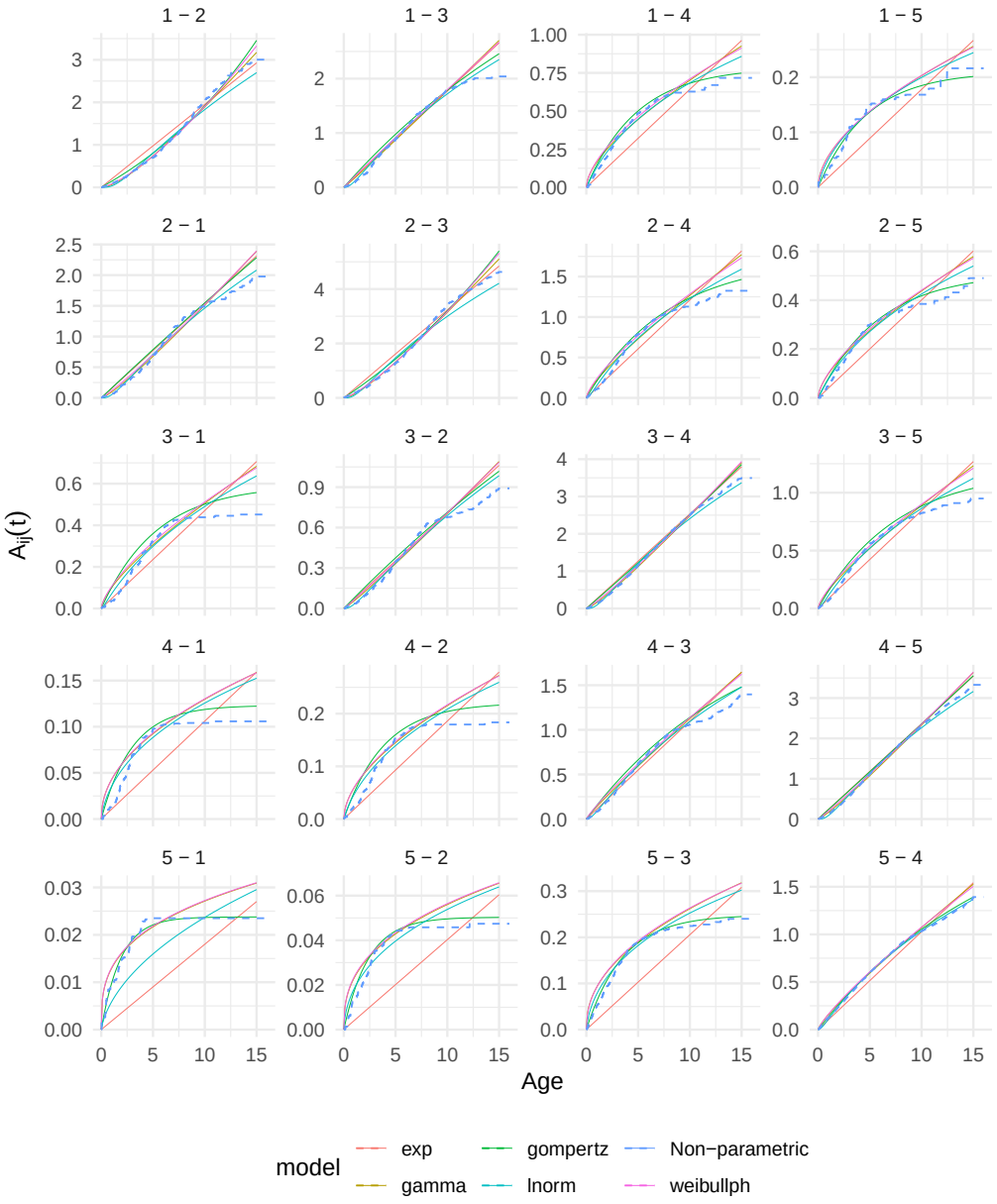

Figure 3. Parametric and nonparametric cumulative hazards for specific transitions

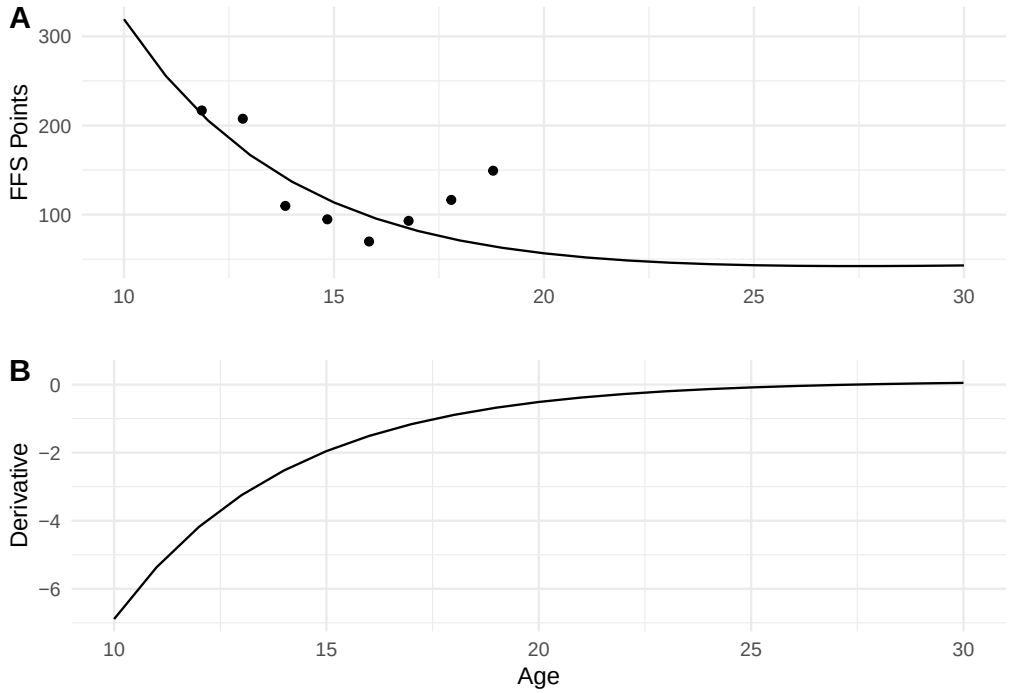

Figure 4. Example of an individual progression trajectory estimation with the mixed model based on Moore's equation

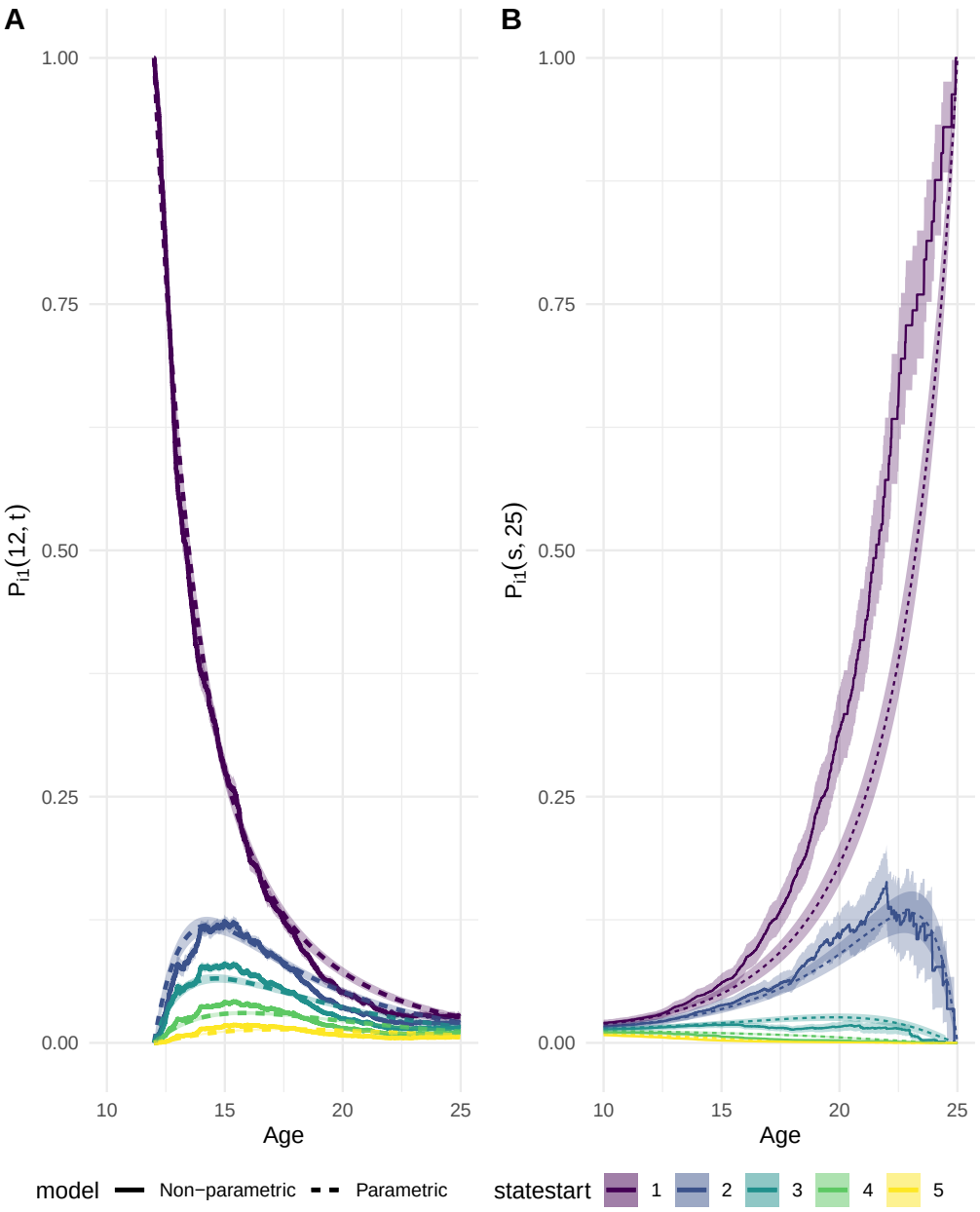

Figure 5. Forward (A) non-parametric and parametric estimation of the multi-state model of the probabilities of being in PL_1 according to the starting PL at age 12 and backward (B) of the probabilities of being in PL_1 at age 25 according to the starting PL from 10 to 25 years.

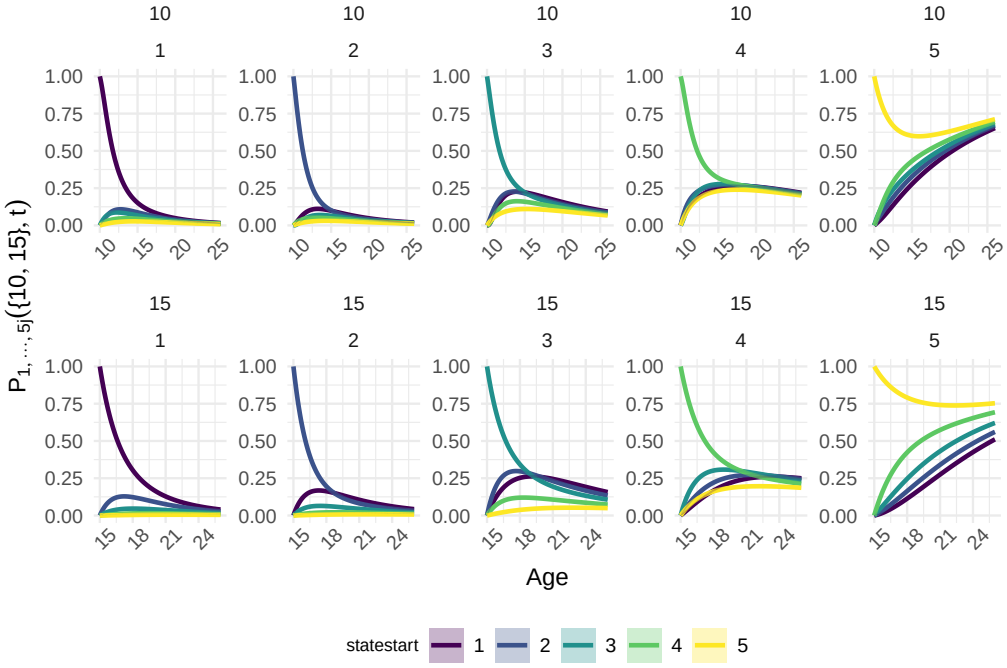

Figure 6. Probabilities of being in the PL 1 to 5 (from left to right) at age 25 according to the PL at 10 years (above) and at 15 years (below).

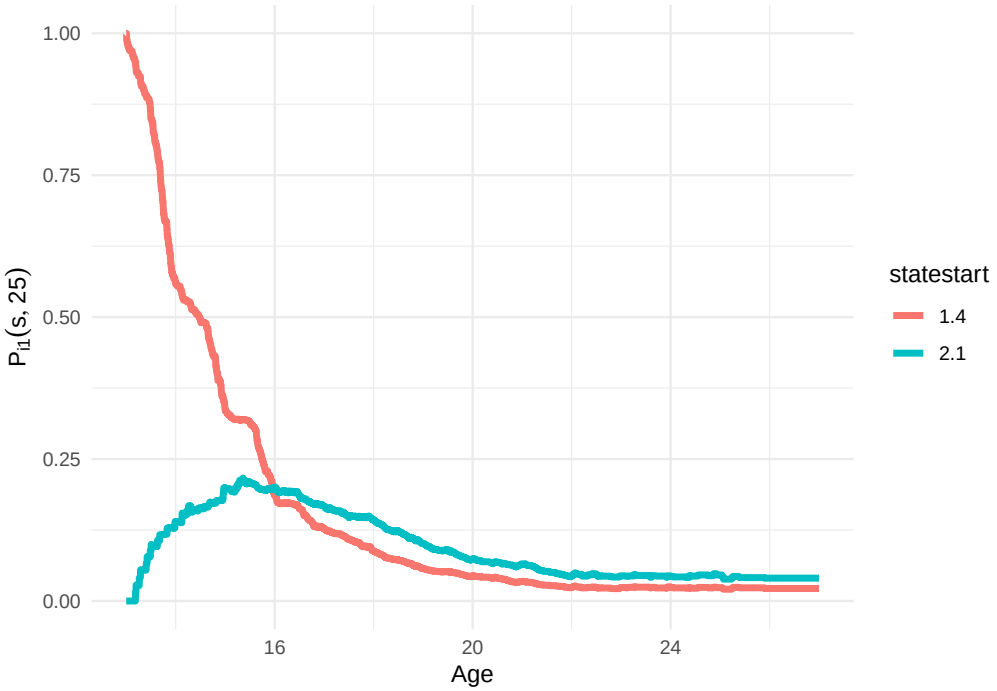

Figure 7. Estimation of the probabilities of reaching PL_1 from 13 to 25 years old if we start at 13 years old from PL_1 and DF_4 (red) and if we start from PL_2 and DF_1 (blue)

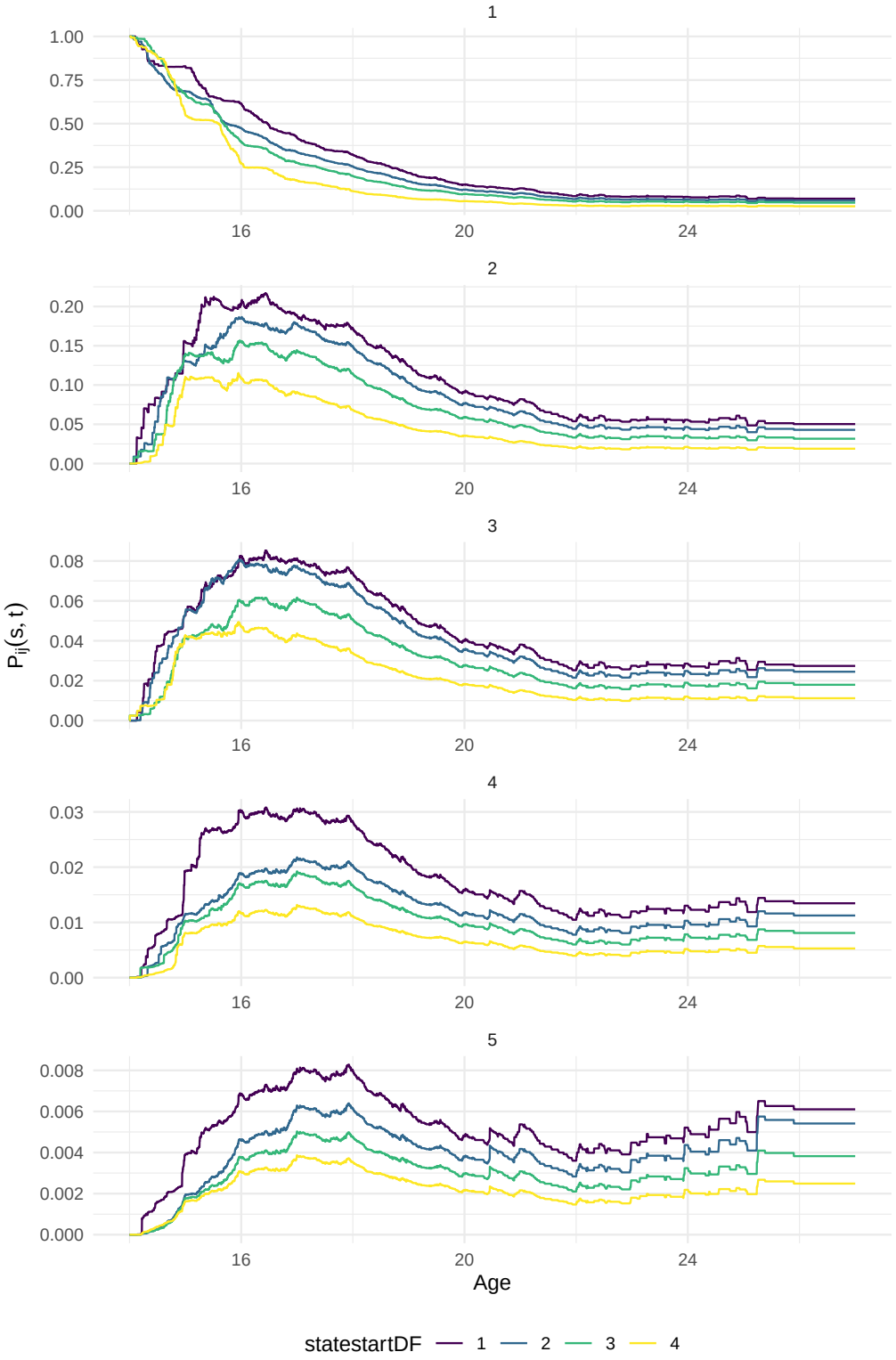

Figure 8. Probabilities of reaching PL_1 over time if we start from each PL (from top to bottom from 1 to 5) according to the DL (each line represents a starting DL)

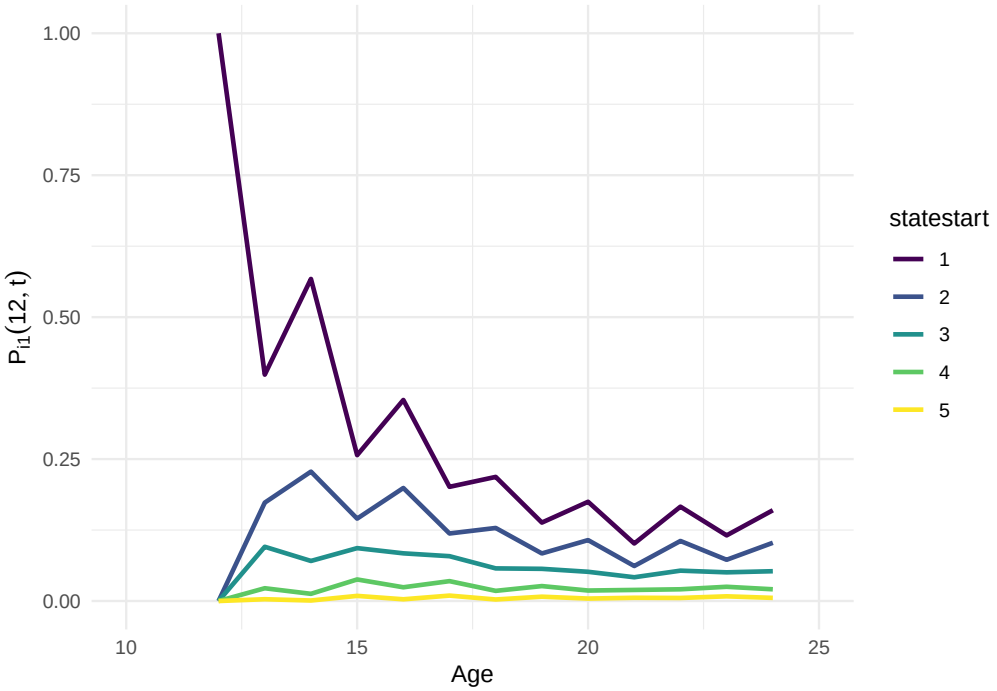

Figure 9. Empirical estimation with a time-inhomogeneous discrete-time Markov chain of the probabilities of being in PL_1 at age 24 according to the starting PL at age 12

7. figure captions

Figure 1 : Density of performance by age (in columns) broken down into quantiles of order $\{0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 1\}$ (A) and related age-by-age quantiles to form Performance Lanes (B)

Figure 2 : Parametric and nonparametric estimates of the cumulative transition intensities for the transition from PL_1 to PL_2

Figure 3 : Parametric and nonparametric cumulative hazards for specific transitions

Figure 4 : Example of an individual progression trajectory estimation with the mixed model based on Moore's equation

Figure 5 : Forward (A) non-parametric and parametric estimation of the multi-state model of the probabilities of being in PL_1 according to the starting PL at age 12 and backward (B) of the probabilities of being in PL_1 at age 25 according to the starting PL from 10 to 25 years.

Figure 6 : Probabilities of being in the PL 1 to 5 (from left to right) at age 25 according to the PL at 10 years (above) and at 15 years (below)

Figure 7 : Estimation of the probabilities of reaching PL_1 from 13 to 25 years old if we start at 13 years old from PL_1 and DF_4 (red) and if we start from PL_2 and DF_1 (blue)

Figure 8 : Probabilities of reaching PL_1 over time if we start from each PL (from top to bottom from 1 to 5) according to the DL (each line represents a starting DL)

Figure 9 : Empirical estimation with a time-inhomogeneous discrete-time Markov chain of the probabilities of being in PL_1 at age 24 according to the starting PL at age 12

References

Aalen, Odd. 1978. "Nonparametric Inference for a Family of Counting Processes." *The Annals of Statistics* 6 (4): 701–726. Publisher: Institute of Mathematical Statistics, https://projecteuclid.org/journals/annals-of-statistics/volume-6/issue-4/Nonparametric-Inference-for-a-Family-of-Counting-Processes/10.1214/aos/1176344247.full.

Akaike, H. 1974. "A new look at the statistical model identification." *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (6): 716–723. Conference Name: IEEE Transactions on Automatic Control.

Andersen, PER KRAGH, Ornulf Borgan, Richard D. Gill, and Niels Keiding. 1993. *Statistical Models Based on Counting Processes*. Springer Series in Statistics. New York: Springer-Verlag. DOI: 10.1007/978-1-4612-4348-9, https://www.springer.com/gp/book/9780387945194.

Andersen, Per Kragh, and Niels Keiding. 2002. "Multi-state models for event history analysis." *Statistical Methods in Medical Research* 11 (2): 91–115. PMID: 12040698.

Antero, Juliana, Hirofumi Tanaka, Quentin De Larochelambert, Maja Pohar-Perme, and Jean-François Toussaint. 2021. "Female and male US Olympic athletes live 5 years longer than their general population counterparts: a study of 8124 former US Olympians." *British Journal of Sports Medicine* 55 (4): 206–212. PMID: 32727712.

Berthelot, G. 2012. "Exponential growth combined with exponential decline explains lifetime performance evolution in individual and human species." *Age Dordr. Neth* 34 (4): 1001–1009,.

Berthelot, Geoffroy, Avner Bar-Hen, Adrien Marck, Vincent Foulonneau, Stéphane Douady, Philippe Noirez, Pauline B. Zablocki-Thomas, et al. 2019. "An integrative modeling approach to the age-performance relationship in mammals at the cellular scale." *Scientific Reports* 9. PMID: 30674921 PMCID: PMC6344496, https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6344496/.

Betancourt, Michael. 2018. "A Conceptual Introduction to Hamiltonian Monte Carlo." *arXiv:1701.02434 [stat]* ArXiv: 1701.02434, http://arxiv.org/abs/1701.02434.

Boccia, Gennaro, Paolo Moisè, Alberto Franceschi, Francesco Trova, Davide Panero, Antonio La Torre, Alberto Rainoldi, Federico Schena, and Marco Cardinale. 2017. "Career Performance Trajectories in Track and Field Jumping Events from Youth to Senior Success: The Importance of Learning and Development." *PloS One* 12 (1): e0170744. PMID: 28129370 PMCID: PMC5271320.

Commenges, D. 1999. "Multi-state Models in Epidemiology." *Lifetime Data Analysis* 5 (4): 315–327. https://doi.org/10.1023/A:1009636125294.

Costa, M.J., D.A. Marinho, J.A. Bragada, A.J. Silva, and T. M. Barbosa. 2011. "Stability of elite freestyle performance from childhood to adulthood." *J. Sports Sci* 29 (11): 1183–1189,.

De Larochelambert, Quentin, Kilian Barlier, Imad Hamri, Audrey Difernand, Adrien Sedeaud, Jean François Toussaint, Juliana Antero, Pierre-Yves Louis, and Nicolas Coulmy. 2023. "Potential estimation model in French alpine skiing - Individual evolution curve and progression typology." *Frontiers in Physiology* 13. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphys.2022.1082072.

de Wreede, Liesbeth C., Marta Fiocco, and Hein Putter. 2010. "The mstate package for estimation and prediction in non- and semi-parametric multi-state and competing risks models." *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 99 (3): 261–274. PMID: 20227129.

Duncombe, Stephanie L., Hirofumi Tanaka, Quentin De Larochelambert, Julien Schipman, Jean-François Toussaint, and Juliana Antero. 2021. "High hopes: lower risk of death due to mental disorders and self-harm in a century-long US Olympian cohort compared with the general population." *British Journal of Sports Medicine* 55 (16): 900–905. PMID: 33214139.

Gentleman, R. C., J. F. Lawless, J. C. Lindsey, and P. Yan. 1994. "Multi-state Markov models for analysing incomplete disease history data with illustrations for HIV disease." *Statistics in Medicine* 13 (8): 805–821. PMID: 7914028.

Hoffman, Matthew D., and Andrew Gelman. 2011. "The No-U-Turn Sampler: Adaptively Setting Path Lengths in Hamiltonian Monte Carlo." *arXiv:1111.4246 [cs, stat]* ArXiv: 1111.4246, http://arxiv.org/abs/1111.4246.

Hollings, Stephen C., Patria A. Hume, and Will G. Hopkins. 2014. "Relative-age effect on competition outcomes at the World Youth and World Junior Athletics Championships." *European Journal of Sport Science* 14 Suppl 1: S456–461. PMID: 24444241.

Hougaard, P. 1999. "Multi-state models: a review." *Lifetime Data Analysis* 5 (3): 239–264. PMID: 10518372.

Iacobelli, Simona, and Bendix Carstensen. 2013. "Multiple time scales in multi-state models." *Statistics in Medicine* 32 (30): 5315–5327. _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/sim.5976, https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sim.5976.

Johnston, Kathryn, Nick Wattie, Jörg Schorer, and Joseph Baker. 2018. "Talent Identification in Sport: A Systematic Review." *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* 48 (1): 97–109. PMID: 29082463.

Kalbfleisch, John. 2002. "The Statistical Analysis of Failure Time Data, 2nd Edition — Wiley." https://www.wiley.com/en-us/The+Statistical+Analysis+of+Failure+Time+Data%2C+2nd+Edition-p-9781118031230.

Kvam, Paul H., and Joel Sokol. 2006. "A Logistic Regression / Markov Chain Model for NCAA Basketball." .

Lawless, Jerald. 2002. "Statistical Models and Methods for Lifetime Data — Wiley Series in Probability and Statistics." https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118033005.

Marshall, G., and R. H. Jones. 1995. "Multi-state models and diabetic retinopathy." *Statistics in Medicine* 14 (18): 1975–1983. PMID: 8677398.

Moesch, K., A.-M. Elbe, M.-L. T. Hauge, and J. M. Wikman. 2011. "Late specialization: the key to success in centimeters, grams, or seconds (cgs) sports." *Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports* 21 (6): e282–290. PMID: 21401722.

Moore, D. H. 1975. "A study of age group track and field records to relate age and running speed." *Nature* 253 (5489): 264–265. PMID: 1113841.

Nelson, Wayne. 1972. "Theory and Applications of Hazard Plotting for Censored Failure Data." *Technometrics* 14 (4): 945–966. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1972.10488991.

Per Kragh Andersen, 2002, Niels Keiding. 2002. "Multi-state models for event history analysis -." https://journals.sagepub.com/doi/10.1191/0962280202SM276ra.

Pfeiffer, Mark, Hui Zhang, and Andreas Hohmann. 2010. "A Markov Chain Model of Elite Table Tennis Competition." *International Journal of Sports Science and Coaching* 5 (2): 205–222. Number: 2, https://doi.org/10.1260/1747-9541.5.2.205.

Pion, J., M. Lenoir, B. Vandorpe, and V. Segers. 2015. "Talent in Female Gymnastics: a Survival Analysis Based upon Performance Characteristics." *International Journal of Sports Medicine* 36 (11): 935–940. PMID: 26212248.

Schipman, Julien, Pasquale Gallo, Andy Marc, Juliana Antero, Jean-François Toussaint, Adrien Sedeaud, and Adrien Marck. 2019. "Age-Related Changes in Para and Wheelchair Racing Athlete's Performances." *Frontiers in Physiology* 10. https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fphys.2019.00256.

Sugimoto, Dai, Andrea Stracciolini, Corey I. Dawkins, William P. III Meehan, and Lyle J. Micheli. 2017. "Implications for Training in Youth: Is Specialization Benefiting Kids?" *Strength and Conditioning Journal* 39 (2): 77–81. https://journals.lww.com/nsca-scj/Fulltext/2017/04000/Implications_for_Training_in_Youth__Is.10.aspx.

Tribolet, R., K.J.M. Bennett, M.L. Watsford, and J. Fransen. 2018. "A multidimensional approach to talent identification and selection in high-level youth Australian Football players." *J. Sports Sci* 36 (22): 2537–2543,. Tex.ids= triboletMultidimensionalApproachTalent2018c.

Vaeyens, Roel, Matthieu Lenoir, A. Mark Williams, and Renaat M. Philippaerts. 2008. "Talent identification and development programmes in sport : current models and future directions."

Sports Medicine (Auckland, N.Z.) 38 (9): 703–714. PMID: 18712939.

Štrumbelj, Erik, and Petar Vračar. 2012. "Simulating a basketball match with a homogeneous Markov model and forecasting the outcome." *International Journal of Forecasting* 28 (2): 532–542. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207011000458.

Xie, J., J. Xu, C. Nie, and Q. Nie. 2017. "Machine learning of swimming data via wisdom of crowd and regression analysis." *Math. Biosci. Eng. MBE* 14 (2): 511–527,.

Exploring the effect of hormonal phases on elite athletes' training responses when workload is not objectively quantifiable: the MILS approach and findings from female Olympians

Quentin De Larochelambert* Imad Hamri Tom Chassard Alice Meignie
Marine Dupuit Florent Storme Allison Diry Jean François Toussaint
Pierre Yves Louis Nicolas Coulmy Juliana Antero

KEY TERMS

Athlete workload, Menstrual cycles, Female elite athletes, Hidden markov chain, Rowing, Skiing

What is known about the subject

- Athletes' workload quantification allows better training periodization aiming to improve performance and prevent injuries.
- It lacks robust models capturing the stochastic responses of elite athletes to workload, particularly in sports whose load is not objectively quantifiable.
- The menstrual cycle (MC) and hormonal contraception (OC) phases can influence the response to workload in female athletes.

What this study adds to existing knowledge

- We developed a novel algorithm (MILS) based on robust mathematical methodology, that is a pioneering approach to identify states of fatigue responses to workload (even when such load is not objectively quantifiable).
- A cyclical pattern in training-induced fatigue is associated with the phases of the menstrual cycle or oral contraception phases revealing an infradiam rhythm.
- The progesterone concentration is the sex-steroid hormone associated with the fatigue state of workload response identified by MILS
- Wellness indicators, such as a better self-reported sleep quality, mood and fitness, influence positively the workload response while the menstrual symptoms influence negatively such responses.

*quentin.delarochelambert@insep.fr

Introduction

Sex hormones steroids, namely estrogens, progesterone and testosterone may impact female athletes' training and wellness (Antero et al. 2023; Benito et al. 2023). These hormones fluctuate along the natural menstrual cycle (MC) and during hormonal phases of combined oral contraceptive pills (OC) (Janse De Jonge, Thompson, and Han 2019; Antero et al. 2023). However, studies investigating the effect of MC or OC on elite athletes training responses and wellness remain scarce (Meignié et al. 2021) and face several methodological issues (McNulty et al. 2020). Many debates have been held to properly define those phases. Yet, considering the cycle as a continuum of hormonal fluctuations, where every single day (or time point) would be worth testing, has not yet been done.

Studies relying on inertial data (Igonin et al. 2022) have shown significant impact of MC on competition parameters. Yet, most sports, such as skiing or rowing, face the challenge of quantifying workload through subjective measures, making even more difficult to estimate the complex effect of MC or OC on athletes'daily responses to training. In order to disentangle complex hormones-performance interactions among a network of determinants, it has been suggested to search for specific relationship patterns under a complex system model (Bittencourt et al. 2016). Hence, a longitudinal in situ monitoring seems to be the most relevant design to investigate training responses considering the continuum of hormonal fluctuations during MC (and OC). Several mathematical models have attempted to quantify the workload among elite athletes, like TRIMP, Foster, ACWR, EWMA, and REDI (Calvert et al. 1976; Carl Foster et al. 1995; C. Foster et al. 1996; Carl Foster 1998; Gabbett et al. 2016; Hunter 1986; Moussa et al. 2019). Yet, all the previous models quantify the workload of a training session, or of a chronic or acute phase of workload (C. Foster et al. 1996), but cannot estimate the response to this load. In a real-world process evolving over time, the relationships between relevant variables evolve, requiring different inference models for each state of the workload responses. The possible states that athletes go through when adapting to training loads may be considered as part of a stochastic process. A hidden Markov model (HMM) fulfills this dynamic requirement and provides a framework in which the trend of the process can be expressed as a latent variable (Puerto-Santana, Larranaga, and Bielza 2022).

Some studies, relying on objective data measurements such as inertial data (Igonin et al. 2022) have shown significant impact of MC on competition parameters. Most sports, such as skiing or rowing, face the challenge of quantifying workload through subjective measures. This makes it challenging to ascertain the nuanced effects of MC or OC on athletes' training responses. Given these complexities, a holistic approach, such as a complex system model, is suggested (Bittencourt et al. 2016). Hence, a longitudinal *in situ* monitoring seems to be the most relevant design to investigate training responses considering the continuum of hormonal fluctuations during MC (and OC).

Historically, various mathematical models like TRIMP, Foster, ACWR, EWMA, and REDI have been employed to gauge workload among elite athletes (Calvert et al. 1976; Carl Foster et al. 1995; C. Foster et al. 1996; Carl Foster 1998; Gabbett et al. 2016; Hunter 1986; Moussa et al. 2019). Howover, these indicators quantify the workload of a training session, or of a chronic or acute phase of workload (C. Foster et al. 1996), but cannot estimate the response to this load. A more nuanced approach would consider the states athletes transition through in response to varying loads. A hidden Markov model (HMM) offers this granularity, expressing trends as a latent variable (Puerto-Santana, Larranaga, and Bielza 2022). While HMMs have found applications in diverse fields (Lüken, Kucharský, and Visser 2022; Du et al. 2023; Rao et al. 2023; Wang et al. 2021), their use in analyzing athlete workload responses remains uncharted.

This study aims to:

1) Develop and implement a model of cumulative workload indicators based on a hidden Markov chain to estimate latent states representing workload response.
2) Investigate the impact of MC /OC, sex steroid hormones, and wellness on the continuous workload responses of elite athletes in preparation for the Olympic and Paralympic Games, through an *in situ* longitudinal follow up

Methods

Ethics statement

The conducted investigations adhered to the code of ethics outlined by the World Medical Association (Declaration of Helsinki), and received approval from the Institutional Ethics Committee (IRB00012476-2022-03-11-206). The data collection process complied with the General Data Protection Regulation (2016/679) implemented in the European Union and received a certificate of compliance from the Commission Nationale Informatique et Libertés (CNIL - 2221532 v0).

Participants

We asked the French Federation of skiing and rowing to propose to elite female athletes, in preparation to the Olympic and Paralympic Games of Tokyo on July 2021 and the Winter Games on February 2022 to participate in the study. Sixteen skiers (biathlon, alpine skiing and cross-country skiing) and thirteen rowers (including three Paralympic athletes) volunteered to this study. The inclusion criterium was naturally menstruating women with regular cycles (Elliott-Sale et al. 2021) without any diagnosed cycles disorders; or users of oral combined pills ($\geq$ 3 months prior to recruitment) implying a phase of pill taking (active pill phase) and pill pause (non-active phase) (Elliott-Sale et al. 2021) (*i.e.* excluding continuous hormonal contraception). The athletes were asked to fill in a preliminary questionnaire that collected general information (age, body mass index, training volume) and gynecological history (*e.g* cycle regularity, contraceptive methods) to identify any prior contraindications to participate in the study.

Data collection

The follow-up started with the beginning of the Olympic season final preparation; rowers were included in February 2021 and skiers in August 2021. Both follow-up lasted up to 7 months. Prior to the study, the protocol and the everyday questionnaire were presented to the athletes. They were asked to fill it every morning using a smartphone application created for this purpose (Antero et al. 2023). The questionnaire included items related to the beginning/end of menses or the pills start/withdrawal; menstrual symptoms (*e.g*, stomach cramps, mood changes, headaches, as listed before (Bruinvels et al. 2021)), and used Likert rating scales (Haddad et al. 2013; Claudino et al. 2019). to quantify reported wellness (sleep quality, fitness, mood), and declared sleep duration. After each training session, the RPE (Borg 1982; Arney et al. 2019), and the training volume (minutes) were collected.

Cycles phases division

The first day of the cycle is determined as the first bleeding day in the MC group or the first day of pills pause in the OC group.

Since the cycle phases do not have the same length, we transformed the cycle length into a proportion of advancement in the cycle to consider the cycles' continuum. Let $T = \{t_1, ..., t_n\}$ be the set of times available for cycle i, we calculate the normalized time $t_i\prime = \frac{t_i}{t_n}$.

To locate the schematic sub-phases used in most studies (Carmichael et al. 2021) within the cycles' continuum, the follicular (pre-ovulatory) and luteal (post-ovulatory) phases were schematically divided in 3: early, mid and late, as detailed previously (Antero et al. 2023). An estimate of the MC group ovulation relied on a linear regression model based on the cycle length (Soumpasis, Grace, and Johnson 2020) for each cycle and verified trough hormonal analysis for the tested cycles. The OC phases were divided in 2 (non-active pill and active pill) (Barba-Moreno et al. 2022a). Fasting salivary hormones of 17ß-estradiol, progesterone and free testosterone were taken just after wake up (7h47 $\pm$ 1h13) on days d8, d14 and d24 $\pm$2 among rowers for both MC and OC groups, during the whole follow up period to check for consistency of the identification of different hormones milieu among successive cycles. The same fasting salivary hormones were taken under similar conditions among skiers just after wake up (8h48 $\pm$ 0h40) on day d3, d8 $\pm$2 and every 2 days thereafter for both groups, during a complete and single cycle for a more precise definition of the hormonal

fluctuation across cycle (it would have been too demanding to do so during the whole follow up period). The salivary samples were analyzed through the luminescence Immunoassay method at a third-party lab.

Markov Index Load States (MILS)

In order to develop a cumulative load indicator representing a proxy for the athletes' response to the workload we created the Markov Index Load States model (MILS). This is an area-divided cumulative load indicator based on hidden Markov chain (HMM).

Model Features

Observed variable

The observed variable of the model is the workload C. Let $I_i(t)$ and $D_i(t)$ be the RPE and the training duration of the individual i at time t. We quantified the daily workload, meaning the training or competition load by the RPEsession (Carl Foster 1998) for each individual i and each day t defined by $C_i(t)$:

$$C_i(t) = I_i(t) \cdot D_i(t)$$

with $I_i(t)$ and $D_i(t)$ the RPE and the duration of the D-Day training.

The distribution of these two parameters being variable according to the individual's perception, readiness and training program, we normalized the workload for each individual i :

$$C'_i(t) = \frac{C_i(t) - \mu(C_i)}{\sigma(C_i)}$$

with $\mu(C_i)$ and $\sigma(C_i)$ being respectively the mean and the standard deviation of all workloads C for individual i.

Calculation of state probabilities

At each time t, each individual displays a probability of being in each of the three state of training load response. The sum of the probabilities is equal to 1. Each day a probability for a given athlete to be in each of these hidden states is calculated considering their previous state (hence, their total cumulative pathway) using the forward backward algorithm (Baum and Petrie 1966; Lystig and Hughes 2002) based on the transition matrix, the emission matrix and the initial probability vector previously estimated. The expectation-maximization (EM) algorithm is used to estimate the model parameters (Visser and Speekenbrink 2010).

Number of hidden states

The selection of the number of hidden states in a hidden Markov chain model is a complex issue (Celeux and Durand 2008), especially when the states are concretely interpretable. Indeed, the usual criteria such as Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC) tend to select the model with many of hidden states (Pohle et al. 2017). We have chosen to estimate 3 hidden states in the MILS algorithm to be able to identify a highest (hard) and lowest (easy) level and an intermediate state, in order to have interpretable states of physiological states as in General Adaptation Syndrome (GAS) model (Selye 1951). We consider $S = \{S_1, S_2, S_3\}$ the $N = 3$ states of the model.

Relationship to the studied variables

Fitness questionnaire / hormonal variables

For each wellness variable (*i.e.*, sleep quantity, quality, mood, fitness and symptoms) we used three mixed linear models for each state to account for inter-individual variability.

To estimate the association among the hormonal variables (i.e., 17ß-estradiol, progesterone and free testosterone) and the MILS states, we adjusted the models by cycle phases, as hormone levels are cycles' phase-dependent. We added a random effect related to the cycle phase to isolate the influence of each hormone.

The fixed coefficient indicates if the hidden state positively or negatively correlates with the explained variable. A t-test was utilized to test if the coefficient is different from 0. We set the Type I error rate at 0.1 (*), 0.05 (**), and 0.01 (***).

Hormonal phases of MC and OC

For each of the states S_1 and S_3, a non-parametric Loess regression (Jacoby 2000) was performed to explain the progress of the cycle as a function of the hidden state. We then calculated the average value estimated by the model at each instant of the cycle and as its confidence interval.

Results

Participants

Five athletes were excluded after attesting menstrual irregularities during follow up. Twenty-four athletes, 24.6 ± 5.21 years old, (12 skiers; 12 rowers (3 Paralympic) were followed for 7.1 months ± 2.6 on average. A total of 105 full cycles were studied including 51 naturally menstruating and 54 cycles under combined contraceptive pills for 21 days with a 7-day break. Regarding the OC group, there were 6 monophasic, 2 biphasic and 2 triphasic pill types. At total, 2509 wellness questionnaires and 2200 training and competition data were collected, with a compliancy rate of 0.54 (ranging from 0.17 to 0.92). A total of 179 hormonal salivary samples were performed and validated by the third-party laboratory.

MILS Model Features

For a detailed theoretical background on the Hidden Markov Model used in this study, please refer to the "Supplementary Materials" section.

Hidden state

We estimated the initial probability vector $\pi(1) = \begin{bmatrix}0.32 & 0 & 0.68\end{bmatrix}$ containing the probabilities of being in each state at time t_1. Gaussian conditional density means are estimated by -0.74, -0.01, 0.79 and the standard deviation are estimated by 0.52, 0.75, 1.1 for states S_1, S_2 and S_3 respectively.

This means that regardless of the state probabilities of time $t-1$, the greater the load of day C_i, the greater the probability of being in S3 state. Conversely, the smaller C_i, the greater the probability of being in S1 state. State S2 appears as an intermediate state between S1 and S3. The S1 state is associated with a low cumulative load suggesting an appropriated adaptative reserve state, while the S3 state is associated with a higher cumulative load suggesting a state with diminished adaptative reserve. The S2 state appears as an intermediate area of increased workload to which the body can adapt. Knowing the emission probabilities, we renamed the states as: S1) "easy", S2) "moderate", S3) "hard".

The transition matrix $A = \begin{bmatrix}0.82 & 0.07 & 0.11\\ 0.05 & 0.92 & 0.03\\ 0.13 & 0.04 & 0.83\end{bmatrix}$ is shown in figure @ref(fig:trans). For example, the probability of going from "easy" state to "moderate" state from time t to time $t+1$ is 7.31%, while the probability of going to "hard" state is 10.63%.

Individual examples

Figure @ref(fig:exempleindiv) displays an outcome from the MILS algorithm for four athletes. It presents the RPEsession over the follow-up time and represents the results of the MILS algorithm for each individual.

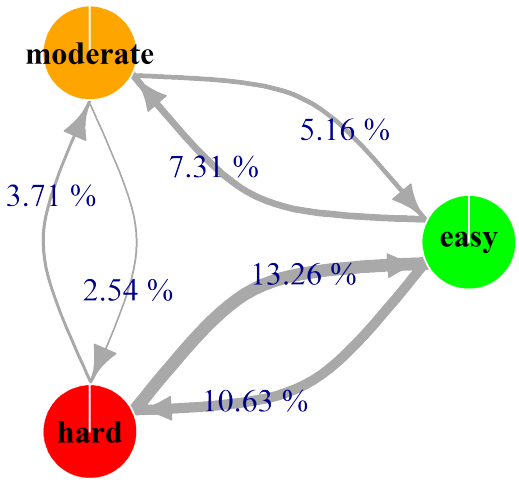

Figure 1: *A* transition matrix of the MILS algorithm showing the three states identified: red- hard, orange- moderate and green-easy. The percentages between the states represent the probability of passing from a state S_i of workload response to a state S_i from an instant t to an instant $t+1$ without considering the transmission probabilities.

For each day, we obtain, for each individual a probability $P(S_1)$ of being in "easy" state, a probability $P(S_2)$ of being in "moderate" state and a probability $P(S_3)$ of being in "hard" state, with $\sum_{i=1}^{3} P(S_i) = 1$.

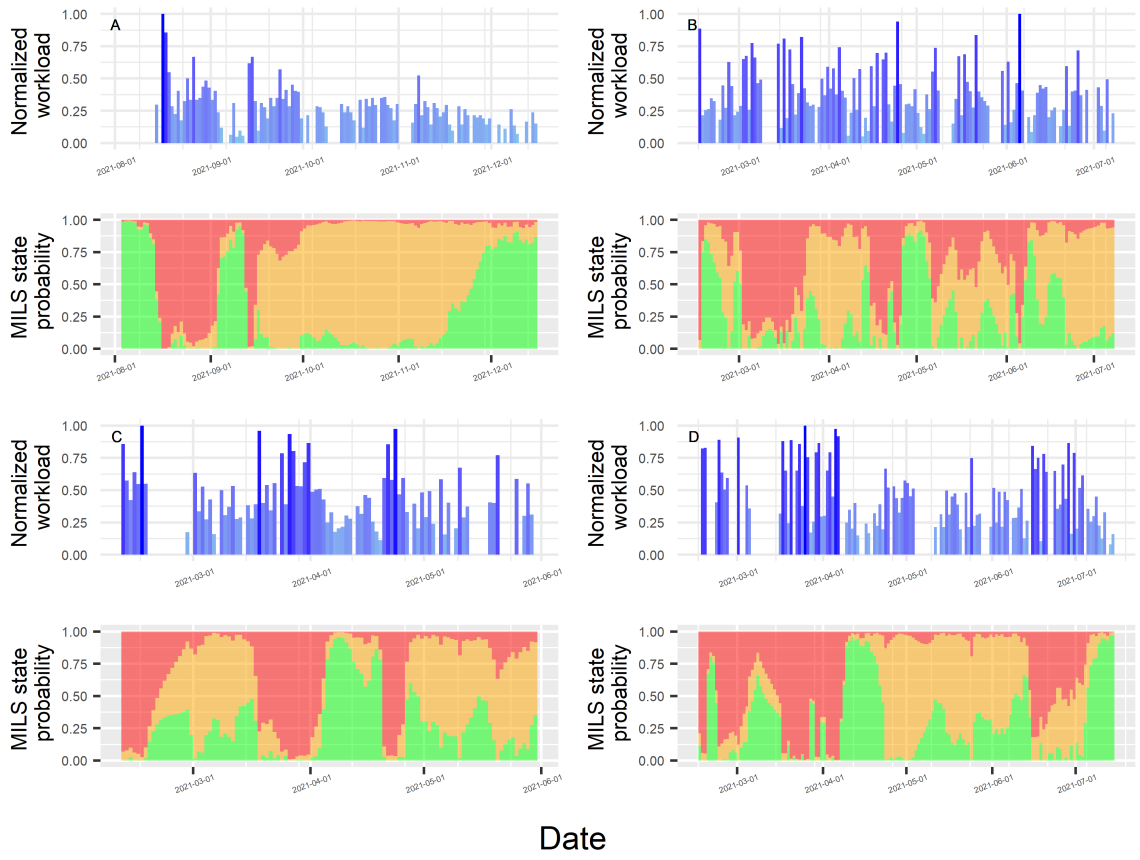

Figure 2: Individual example of the workload quantified trough RPEsession, represented each day by a blue colon and the result of the MILS algorithm representing the three states of workload response, easy (green), moderate (orange) and hard (red) along the follow up time. For each individual, the graph above represents the charge C for the day t. The figure below shows the probabilities of being in each state on each day t. Each day, the sum of the probabilities equals 1 in the MILS model.

Relationship to the studied variables

Fitness questionnaire

We found that the "easy" state was positively and significantly correlated with sleep quality (p = 5.20e-04), mood (p = 8.94e-06) and fitness (p = 6.29e-03) (Figure @ref(fig:corquestionnaire)) and negatively correlated with the menstrual symptoms (p = 3.87e-02). That is, the better the athletes evaluated their sleep quality, mood and fitness, and the less they declared menstrual symptoms, the higher the probability to be in the "easy" state. The "hard" state is negatively and significantly correlated with sleep quality (p = 1.22e-06), mood (p = 5.73e-02), fitness (p = 2.63e-03) and is positively correlated with the number of menstrual symptoms (p = 5.92e-02). The "moderate" state is negatively and significantly correlated with the mood (p = 5.73e-02).

Hormonal variations

The "easy" state is significantly and negatively associated with the progesterone levels considering it isolated from the cycle phases (p = 8.23e-03), and the "hard" state is positively correlated with progesterone (p =

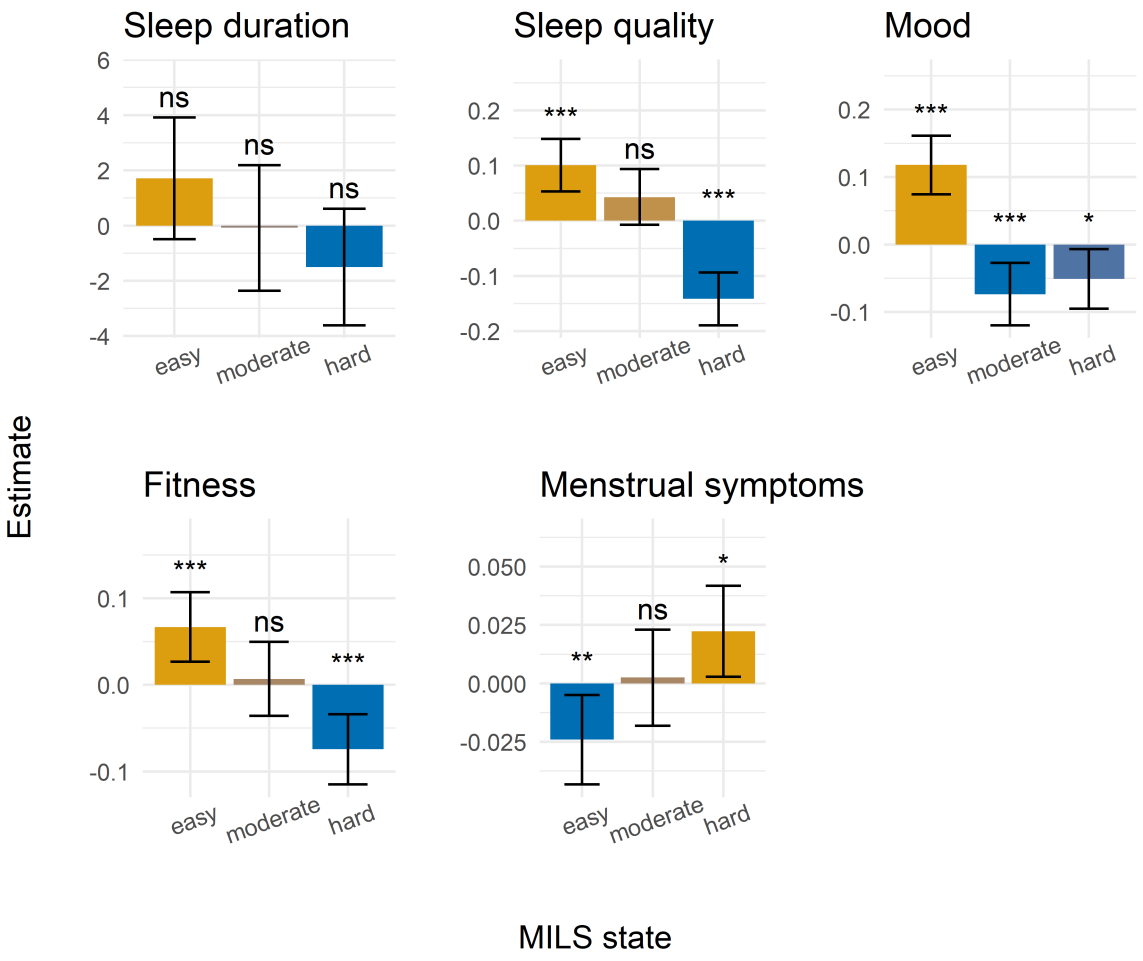

Figure 3: Estimate of the parameters of the mixed model to explain the variables of the daily questionnaire by the states of the MILS (easy, moderate, hard). The higher the estimate (in gold), the more the variable is positively related to the MILS state. The lower the estimate (in blue), the more the variable is negatively related to the state of the MILS studied. (no significant: ns, $p < 0.1$: , $p < 0.05$: , $p < 0.01$:)

5.72e-03). That is, the greater the progesterone level, the lower the probability for an athlete to be in the "easy" state and the higher the probability to be in the "hard" state (Figure @ref(fig:corhormones)). No significant correlations between MILS states and free testosterone or 17ß-estradiol levels were found.

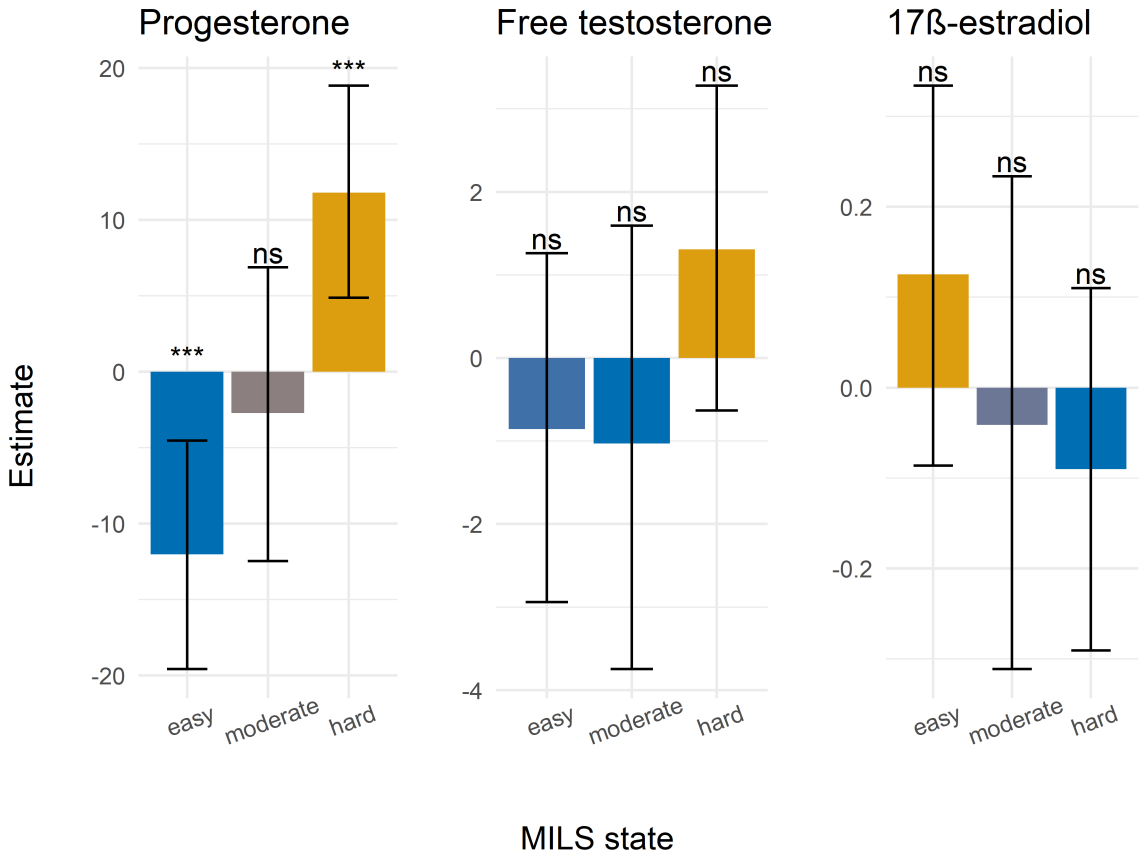

Figure 4: Estimate of the parameters of the mixed model to explain hormone levels by the states of the MILS (easy, moderate, hard). The higher the estimate, the more hormonal variable is positively correlated to the state of the MILS studied. The lower the estimate, the more hormonal variable is negatively related to the state of the MILS studied. (no significant: ns, $p < 0.1$: , $p < 0.05$: , $p < 0.01$:)

Menstrual phases

We observe an inverse cyclicity between the "easy" and "hard" state across the menstrual cycle (Figure @ref(fig:cornaturalplot)). The gap between the 95% confidence intervals reveals that the "easy" state is significantly higher prior to the estimated ovulation date, from 8% to 53% of the cycle, corresponding to the schematic division of the mid and late follicular phases. After the estimated ovulation date, associated with the luteal phase, the "hard" state is higher from 63% up to 96% of the cycle duration corresponding to the mid and late luteal phase. The beginning of the cycles (0% to 8%), associated with the menstruation phase and the end (96 %) associated with the premenstrual phase, do not show significant differences between both states.

Across the hormonal phases associated with the pills withdrawal we observed a cyclicality between the "easy" and "hard" state (Figure @ref(fig:corphaseshorplot)). The "easy" state is higher from 50% up to 92%, in the middle of the pill active phase. The "hard" state is higher from 4% to 32%, correspondingly mostly to the phase of non-active pill.

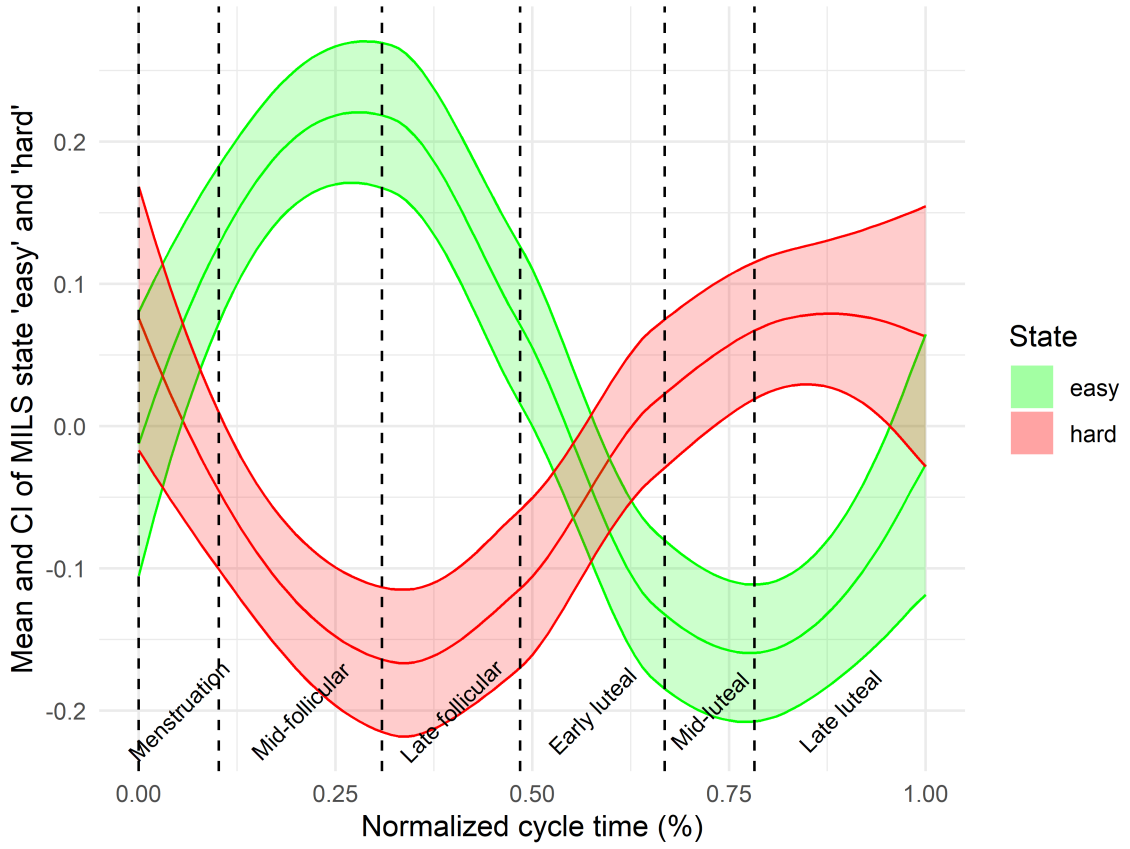

Figure 5: Mean and estimated confidence intervals of the MILS 'hard' and 'easy' states of workload responses across the menstrual cycle normalized among athletes according to the % of the cycle advancement. The dotted lines represent the schematic sub-phases division of early, mid and late follicular and luteal phases.

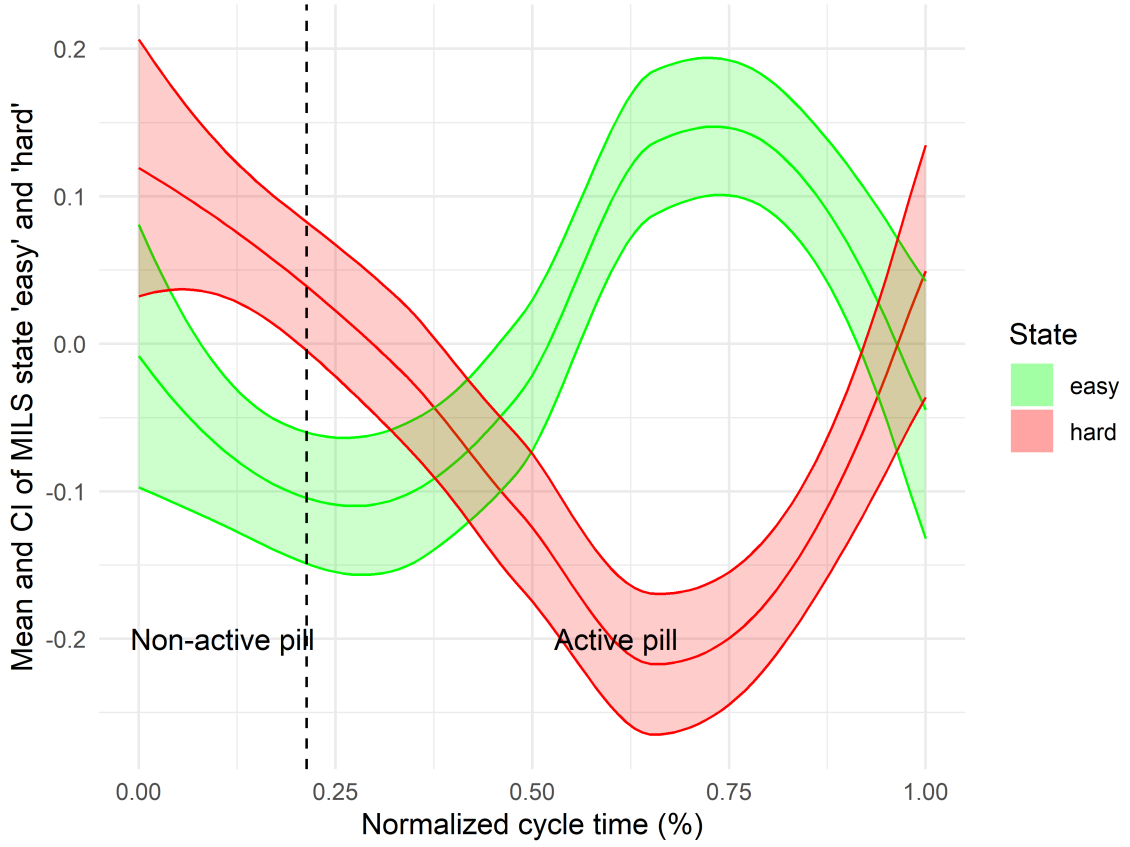

Figure 6: Mean and estimated confidence intervals of the MILS' 'hard' and 'easy' states of workload responses across the hormonal cycle normalized among athletes according to the % of the cycle advancement. The dotted lines represent the schematic sub-phases division of early, mid and late follicular and luteal phases.

Discussion

We developed MILS, the first model capable of measuring the workload and the athlete's cumulated response to this load. This model is particularly useful to follow up training load among athletes in sports where objective measurements are not available, and to investigate complex and latent variables such as hormonal fluctuations. This is the first study based on this model that provides evidence of an infradian rhythm based on a cyclic response to training workload associated with the menstrual cycle or with hormonal contraception use. Such cyclicity was most driven by the progesterone concentration. We also found that athletes' wellness influences the training load response, independently of the cycle phase, with greater probability to be in the easy state when reporting better sleep quality, mood, and fitness. On the other side, declared menstrual symptoms and shorter sleep nights increase the probability of an athlete to be in the hard state.

The MILS model

The MILS mathematical features, allows to categorize the workload response into multiple hidden states and therefore provide an enhanced approach for studying complex variables. The response to the workload better addresses the complexity associated with variables inherent to performance (Bittencourt et al. 2016). The International Civil Aviation Organization defines fatigue as "a physiological **state** of reduced mental or physical performance capability resulting from sleep loss or extended wakefulness, circadian phase, or **workload** (mental and/or physical activity) that can impair a crew member's alertness and ability to safely operate an aircraft or perform safety related duties."(ICAO 2020). The MILS algorithm allows to take into account proxies of cumulated fatigue that are RPE-related, and categorized into **states** linked to the **workload** responses. The model distinguished a hard state associated with increased fatigue and an opposite easy state, reflecting a lower cumulated fatigue. An intermediate state was also identified allowing to quantify the transitions between these three different states across the follow up. The three hidden states identified by the MILS algorithm can be interpreted as : I) the "easy" state qualifying a state with greater margins of adaptation in which the athlete may possibly better adapt to increased workload, II) a "moderate" state in which the adaptive capacities persist, suggesting that the athlete absorbs the workload and continues to adapt to it and III) a "hard" state in which the load is higher than the adaptative capacity of the athlete.

This categorization allows to consider the complexity of the workload response, in contrast with previous models such as REDI (Moussa et al. 2019) or EWMA (Hunter 1986). The advantage of REDI lay its robustness to missing data by replacing for the missing day, the value of the REDI of the day before (Moussa et al. 2019), but the MILS response to missing data seems more correct, propagating the latent state distribution using only the transition matrix across the missing days with emission probabilities set in an equiprobable manner. This allows also a more fair comparison between MC/OC phases across different training periods. In summary, we estimate the most likely workload response probabilities based only on the transitions between state passages. Like Foster's model, we are based on variables of perceived effort and duration (C. Foster et al. 1996). These variables have already shown their usefulness for quantifying the intensity of a session by comparing it to the time spent in the different heart rate zones (Carl Foster 1998), which is easier than gathering heart rate data from the TRIMP model available (Calvert et al. 1976). In addition, Foster's model makes it possible to quantify the load of a training session or a competition, but the methods proposed to relate the indicators of monotony, stress and fitness with fatigue are not robust enough (Carl Foster 1998). All the models proposed so far are descriptive and calculate mean and standard deviation of the training load. Thus, they are good models to quantify the cumulative load, but not to estimate the response to this load. Beyond the simple load quantification of current models, which follow a hierarchy from low to high load levels, MILS calculates the probability of response (states) to the workload. Thus, it is possible for an athlete to be in the "easy" state and, depending on the circumstances (*e.g.*, higher load, low fitness, luteal phase) move directly to a "hard" state. For the population studied, this probability was estimated at 10.63%. Inversely, the probability to move from a "hard" state to "easy" state (*e.g.*, lower load, better sleep quality, follicular phase), without going through a mandatory "moderate" state, was 13.26%. These transitions between states are more complex because it estimates the physiological responses to the applied load. MILS is the first unsupervised parameter-based inference model optimized specifically for a sample via likelihood. Therefore the estimated parameters and the results are specific to the population studied. By estimating a latent variable using an emission and transition matrix, this model is therefore the

first to quantify the response to load. Moreover, the Markov chains have already shown their effectiveness in modeling the alternation between an active state and an inactive state (Ren and Barnett 2023).

The impact of MC and OC on workload responses

Previous studies have highlighted the need of robust research to investigate the influence of menstrual cycle among athletes (Elliott-Sale et al. 2021; Colenso-Semple et al. 2023). The recommendations rely primarily on methods to properly classify and distinguish each cycle phase designed to capture the most different hormonal milieu (Janse De Jonge, Thompson, and Han 2019). Although extremely necessary, especially to identify anovulatory cycles, or luteal insufficiency (Janse De Jonge, Thompson, and Han 2019) such methods are mostly designed for testing single time points in the cycle. Here we used a method to consider each athletes' cycles under a continuum lenses to capture its dynamics.

The MC and the OC phases were conceptualized as a nonlinear function of time (Singer and Willett 2003) and modeled using a continuous "cycle day" variable, such as previously recommended (Schmalenberger et al. 2021; Pierson et al. 2021).

The demonstrated cyclicity shows the relevance of understanding the hormonal transitions through a physiological perspective to understand the continuous succession of states, rather than only isolating specific time points. Among the MC group, we observed that the transition from the predominant "easy" state to the predominant "hard" state occurs nearly together with the transition from the follicular to luteal phase, that is, prior to and after an estimated ovulation.

Also, the largest differences occur between the most different hormonal milieux (Janse De Jonge, Thompson, and Han 2019; Schmalenberger et al. 2021),(*i.e.* mid-follicular phase versus mid luteal phase), where most studies have observed an impact of the menstrual cycle on performance proxies (Carmichael et al. 2021; Meignié et al. 2021). Finally, such differences are equivalently mirrored from follicular to luteal phase, with an observed continuity from the premenstrual phase to menstrual phase, reinforcing the robustness of the model.

The circadian rhythm (Thun et al. 2015) and temperature (*i.e.* associated with a seasons rhythm) (Haida et al. 2016) have been shown to influence performance. The dynamics found here highlights a cyclicity characterizing an infradian rhythm affecting female elite athlete responses to workload. The results showed a significant relation between the progesterone and the workload responses states, where progesterone, mostly predominant on mid luteal phase is positively correlated with the "hard" state and negatively correlated with the "easy" state. Previous studies have shown an impaired post-exercise recovery during the mid-luteal phase with an impaired ventilatory efficiency (Benito et al. 2023). Other studies have shown greater workload capacity during football competitions, measured through inertial devices during late follicular phase in comparison with mid luteal and early luteal phases, but without further distinction in between phases (Igonin et al. 2022). We showed similar results based on daily measurements *in situ*. The cyclic dynamics evidenced here are associated with better workload responses on the follicular phase, that is, the first half of the menstrual cycle in comparison with the luteal phase.

Yet it is not possible to draw any causal relation between the response changes according to the cycle phases and sex hormones fluctuations. The mechanisms underlying are complex, may be much larger than just the hormones fluctuations and may present an asynchronous nature of cycle pathways.

Interestingly, we also show a cyclicity among the OC group, that a simple hormonal/non-hormonal phase division could not capture (Barba-Moreno et al. 2022b). In the OC group, the potential explanation for this unexpected cyclicity may rely in the remaining endogenous production of hormones although it is exogenously diminished to prevent ovulation. The relationship with exogenous hormone levels is still largely unexplained. The results presented in the study may be evidence that hormonal variation in this group is also cyclical.

Menses are usually highlighted by the athletes as a performance impairing phase (Read et al. 2022; Findlay et al. 2020). In accordance, we show a strong relation between the presence of menstrual symptoms and the "hard" states, reinforcing the documented experience of athletes. Previous studies have also shown that menstrual symptoms impact the athletes reported wellness (Antero et al. 2023). Here we highlight that a reported lower sleep quality and duration, lower mood, fitness and greater symptoms are associated with

a greater probability to be in the "hard" state, independently of each cycle phase they are in. These are commonly used measures in elite athletes monitoring (Gabbett et al. 2017) that can be easily integrated in training settings to evaluate readiness in light of the current results. In addition, these results suggest that taking the athlete cycles and wellness in training periodization into account may be informative, especially when planning heavy training loads in critical moments.

Limits and strengths

We acknowledge the limit related to with the model parameters (transition, emission and initial probability probabilities) being the same for all athletes. Thus, only the load and responses are specific and standardized to each one. To individualize the MILS, it would be interesting to carry out a mixed model, making it possible to take both the parameters specific to the whole population, and the effects specific to each individual. In addition, the inclusion of more athletes would enable the estimation of more robust paramters thanks to the larger dataset.

We acknowledge the impossibility in the current study to ensure ovulatory cycles and absence of luteal phase deficiency among every cycle included in the MC group, since we could not perform hormonal tests in every cycle, which may affect results in menstrual cycle research (Elliott-Sale et al. 2021). But it is reasonable to suppose that if the inclusion of anovulatory or cycle with luteal phase deficiency occurred, this may have contributed to an increased variability and larger confidence intervals, rather than change the direction of the results. Also, this study hormonal testing is based on salivary samples instead of serum samples that are gold-standard (Elliott-Sale et al. 2021). Nonetheless, previous studies have suggested a high correlation between salivary and serum levels of progesterone (Choe, Khan-Dawood, and Dawood 1983) and 17ß-estradiol (Fiers et al. 2017). The strengths of this paper rely on repeated measures with multi-daily ecological assessments, a robust approach to cycle research (Schmalenberger et al. 2021).

Finally, our study shows that MILS is a proxy to characterize the responses to training load and is closely related to fatigue RPE-related. It would be interesting to explore other fields of elite sport such as injury and performance.

Conclusion

We developed MILS, a model for estimating workload response among elite athletes that captured three distinct states of training responses: the "easy", the "moderate" and the "hard" state related with the athletes' adaptative response to fatigue. This model allowed to highlight a cyclic response, in both menstrual cycle and oral contraceptive users. Among MC the athletes present greater probability to display adaptative responses to workload during the first half of the cycle (follicular phase), and greater probability to be in the "hard" state in the second half (luteal phase). Among OC users, they display greater probability to be in the "hard" state during the pills withdraw and greater probability to be in the "easy" state during the pills taking. Such cyclicity was associated with the progesterone levels. Independently of the cycles phase, a better wellness indicator, with greater sleep quality, better mood and fitness, and less menstrual symptoms is associated with greater probability to be in the "easy" state.

References

Antero, Juliana, Steven Golovkine, Louis Niffoi, Alice Meignié, Tom Chassard, Quentin Delarochelambert, Martine Duclos, et al. 2023. "Menstrual Cycle and Hormonal Contraceptive Phases' Effect on Elite Rowers' Training, Performance and Wellness." *Frontiers in Physiology* 14. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphys.2023.1110526.

Arney, Blaine E., Reese Glover, Andrea Fusco, Cristina Cortis, Jos J. de Koning, Teun van Erp, Salvador Jaime, Richard P. Mikat, John P. Porcari, and Carl Foster. 2019. "Comparison of RPE (Rating of Perceived Exertion) Scales for Session RPE." *International Journal of Sports Physiology and Performance* 14 (7): 994–96. https://doi.org/10.1123/ijspp.2018-0637.

Barba-Moreno, Laura, Rocío Cupeiro, Nuria Romero-Parra, Xanne A. K. Janse de Jonge, and Ana B. Peinado. 2022a. "Cardiorespiratory Responses to Endurance Exercise over the Menstrual Cycle and

with Oral Contraceptive Use." *The Journal of Strength and Conditioning Research* 36 (2): 392. https://doi.org/10.1519/JSC.0000000000003447.

———. 2022b. "Cardiorespiratory Responses to Endurance Exercise over the Menstrual Cycle and with Oral Contraceptive Use." *The Journal of Strength and Conditioning Research* 36 (2): 392. https://doi.org/10.1519/JSC.0000000000003447.

Baum, Leonard E., and Ted Petrie. 1966. "Statistical Inference for Probabilistic Functions of Finite State Markov Chains." *The Annals of Mathematical Statistics* 37 (6): 1554–63. https://www.jstor.org/stable/2238772.

Benito, Pedro J., Víctor M. Alfaro-Magallanes, Beatriz Rael, Eliane A. Castro, Nuria Romero-Parra, Miguel A. Rojo-Tirado, and Ana B. Peinado. 2023. "Effect of Menstrual Cycle Phase on the Recovery Process of High-Intensity Interval Exercise—A Cross-Sectional Observational Study." *International Journal of Environmental Research and Public Health* 20 (4): 3266. https://doi.org/10.3390/ijerph20043266.

Bittencourt, N. F. N., W. H. Meeuwisse, L. D. Mendonça, A. Nettel-Aguirre, J. M. Ocarino, and S. T. Fonseca. 2016. "Complex systems approach for sports injuries: moving from risk factor identification to injury pattern recognition-narrative review and new concept." *British Journal of Sports Medicine* 50 (21): 1309–14. https://doi.org/10.1136/bjsports-2015-095850.

Borg, G. A. 1982. "Psychophysical bases of perceived exertion." *Medicine and Science in Sports and Exercise* 14 (5): 377–81.

Bruinvels, Georgie, Esther Goldsmith, Richard Blagrove, Andrew Simpkin, Nathan Lewis, Katie Morton, Ara Suppiah, et al. 2021. "Prevalence and Frequency of Menstrual Cycle Symptoms Are Associated with Availability to Train and Compete: A Study of 6812 Exercising Women Recruited Using the Strava Exercise App." *British Journal of Sports Medicine* 55 (8): 438–43. https://doi.org/10.1136/bjsports-2020-102792.

Calvert, Thomas W., Eric W. Banister, Margaret V. Savage, and Tim Bach. 1976. "A Systems Model of the Effects of Training on Physical Performance." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-6 (2): 94–102. https://doi.org/10.1109/TSMC.1976.5409179.

Carmichael, Mikaeli Anne, Rebecca Louise Thomson, Lisa Jane Moran, and Thomas Philip Wycherley. 2021. "The Impact of Menstrual Cycle Phase on Athletes' Performance: A Narrative Review." *International Journal of Environmental Research and Public Health* 18 (4): 1667. https://doi.org/10.3390/ijerph18041667.

Celeux, Gilles, and Jean-Baptiste Durand. 2008. "Selecting Hidden Markov Model State Number with Cross-Validated Likelihood." *Computational Statistics* 23 (4): 541–64. https://doi.org/10.1007/s00180-007-0097-1.

Choe, J. K., F. S. Khan-Dawood, and M. Y. Dawood. 1983. "Progesterone and estradiol in the saliva and plasma during the menstrual cycle." *American Journal of Obstetrics and Gynecology* 147 (5): 557–62. https://doi.org/10.1016/0002-9378(83)90016-9.

Claudino, João Gustavo, Tim J Gabbet, Helton de Sá Souza, Mário Simim, Peter Fowler, Diego de Alcantara Borba, Marco Melo, et al. 2019. "Which parameters to use for sleep quality monitoring in team sport athletes? A systematic review and meta-analysis." *BMJ open sport and exercise medicine* 5 (1): e000475. https://doi.org/10.1136/bmjsem-2018-000475.

Colenso-Semple, Lauren M., Alysha C. D'Souza, Kirsty J. Elliott-Sale, and Stuart M. Phillips. 2023. "Current Evidence Shows No Influence of Women's Menstrual Cycle Phase on Acute Strength Performance or Adaptations to Resistance Exercise Training." *Frontiers in Sports and Active Living* 5. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fspor.2023.1054542.

Du, Jin, Chaojie Wang, Lijun Wang, Shanjun Mao, Bencong Zhu, Zheng Li, and Xiaodan Fan. 2023. "Automatic block-wise genotype-phenotype association detection based on hidden Markov model." *BMC bioinformatics* 24 (1): 138. https://doi.org/10.1186/s12859-023-05265-5.

Elliott-Sale, Kirsty J., Clare L. Minahan, Xanne A. K. Janse de Jonge, Kathryn E. Ackerman, Sarianna Sipilä, Naama W. Constantini, Constance M. Lebrun, and Anthony C. Hackney. 2021. "Methodological Considerations for Studies in Sport and Exercise Science with Women as Participants: A Working Guide for Standards of Practice for Research on Women." *Sports Medicine (Auckland, N.Z.)* 51 (5): 843–61. https://doi.org/10.1007/s40279-021-01435-8.

Fiers, Tom, Caroline Dielen, Sara Somers, Jean-Marc Kaufman, and Jan Gerris. 2017. "Salivary estradiol as a surrogate marker for serum estradiol in assisted reproduction treatment." *Clinical Biochemistry* 50

(3): 145–49. https://doi.org/10.1016/j.clinbiochem.2016.09.016.

Findlay, Rebekka J., Eilidh H. R. Macrae, Ian Y. Whyte, Chris Easton, and Laura J. Forrest (née Whyte). 2020. "How the Menstrual Cycle and Menstruation Affect Sporting Performance: Experiences and Perceptions of Elite Female Rugby Players." *British Journal of Sports Medicine* 54 (18): 1108–13. https://doi.org/10.1136/bjsports-2019-101486.

Foster, Carl. 1998. "Monitoring training in athletes with reference to overtraining syndrome." *Medicine and Science in Sports and Exercise* 30 (7): 11641168. https://journals.lww.com/acsm-msse/Fulltext/1998/07000/Monitoring_training_in_athletes___with_reference_to.23.aspx.

Foster, Carl, Lisa L. Hector, Ralph Welsh, Mathew Schrager, Megan A. Green, and Ann C. Snyder. 1995. "Effects of Specific Versus Cross-Training on Running Performance." *European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology* 70 (4): 367–72. https://doi.org/10.1007/BF00865035.

Foster, C., E. Daines, L. Hector, A. C. Snyder, and R. Welsh. 1996. "Athletic performance in relation to training load." *Wisconsin Medical Journal* 95 (6): 370–74.

Gabbett, Tim J., Billy T. Hulin, Peter Blanch, and Rod Whiteley. 2016. "High Training Workloads Alone Do Not Cause Sports Injuries: How You Get There Is the Real Issue." *British Journal of Sports Medicine* 50 (8): 444–45. https://doi.org/10.1136/bjsports-2015-095567.

Gabbett, Tim J., George P. Nassis, Eric Oetter, Johan Pretorius, Nick Johnston, Daniel Medina, Gil Rodas, et al. 2017. "The athlete monitoring cycle: a practical guide to interpreting and applying training monitoring data." *British Journal of Sports Medicine* 51 (20): 1451–52. https://doi.org/10.1136/bjsports-2016-097298.

Haddad, Monoem, Anis Chaouachi, Del P. Wong, Carlo Castagna, Mourad Hambli, Olivier Hue, and Karim Chamari. 2013. "Influence of fatigue, stress, muscle soreness and sleep on perceived exertion during submaximal effort." *Physiology and Behavior* 119 (July): 185–89. https://doi.org/10.1016/j.physbeh.2013.06.016.

Haida, Amal, Nicolas Coulmy, Frédéric Dor, Juliana Antero-Jacquemin, Andy Marc, Thibaut Ledanois, Claire Tourny, et al. 2016. "Return to Sport Among French Alpine Skiers After an Anterior Cruciate Ligament Rupture: Results From 1980 to 2013." *The American Journal of Sports Medicine* 44 (2): 324–30. https://doi.org/10.1177/0363546515612764.

Hunter, J. Stuart. 1986. "The Exponentially Weighted Moving Average." *Journal of Quality Technology* 18 (4): 203–10. https://doi.org/10.1080/00224065.1986.11979014.

ICAO. 2020. "Manual for the Oversight of Fatigue Management Approaches (Doc 9966)." https://store.icao.int/en/manual-for-the-oversight-of-fatigue-management-approaches-doc-9966.

Igonin, Pierre-Hugues, Isabelle Rogowski, Nathalie Boisseau, and Cyril Martin. 2022. "Impact of the Menstrual Cycle Phases on the Movement Patterns of Sub-Elite Women Soccer Players during Competitive Matches." *International Journal of Environmental Research and Public Health* 19 (8): 4465. https://doi.org/10.3390/ijerph19084465.

Jacoby, William G. 2000. "Loess:: A Nonparametric, Graphical Tool for Depicting Relationships Between Variables." *Electoral Studies* 19 (4): 577–613. https://doi.org/10.1016/S0261-3794(99)00028-1.

Janse De Jonge, Xanne, Belinda Thompson, and Ahreum Han. 2019. "Methodological Recommendations for Menstrual Cycle Research in Sports and Exercise." *Medicine and Science in Sports and Exercise* 51 (12): 2610–17. https://doi.org/10.1249/MSS.0000000000002073.

Lüken, Malte, Šimon Kucharský, and Ingmar Visser. 2022. "Characterising Eye Movement Events with an Unsupervised Hidden Markov Model." *Journal of Eye Movement Research* 15 (1). https://doi.org/10.16910/jemr.15.1.4.

Lystig, Theodore C., and James P. Hughes. 2002. "Exact Computation of the Observed Information Matrix for Hidden Markov Models." *Journal of Computational and Graphical Statistics* 11 (3): 678–89. https://www.jstor.org/stable/1391119.

McNulty, Kelly Lee, Kirsty Jayne Elliott-Sale, Eimear Dolan, Paul Alan Swinton, Paul Ansdell, Stuart Goodall, Kevin Thomas, and Kirsty Marie Hicks. 2020. "The Effects of Menstrual Cycle Phase on Exercise Performance in Eumenorrheic Women: A Systematic Review and Meta-Analysis." *Sports Medicine* 50 (10): 1813–27. https://doi.org/10.1007/s40279-020-01319-3.

Meignié, Alice, Martine Duclos, Christopher Carling, Emmanuel Orhant, Peggy Provost, Jean-François Toussaint, and Juliana Antero. 2021. "The Effects of Menstrual Cycle Phase on Elite Athlete Performance: A Critical and Systematic Review." *Frontiers in Physiology* 12. https://www.frontiersin.org/articles/10.

3389/fphys.2021.654585.

Moussa, Issa, Arthur Leroy, Guillaume Sauliere, Julien Schipman, Jean-François Toussaint, and Adrien Sedeaud. 2019. "Robust Exponential Decreasing Index (REDI): Adaptive and Robust Method for Computing Cumulated Workload." *BMJ Open Sport and Exercise Medicine* 5 (1): e000573. https://doi.org/10.1136/bmjsem-2019-000573.

Pierson, Emma, Tim Althoff, Daniel Thomas, Paula Hillard, and Jure Leskovec. 2021. "Daily, Weekly, Seasonal and Menstrual Cycles in Women's Mood, Behaviour and Vital Signs." *Nature Human Behaviour* 5 (6): 716–25. https://doi.org/10.1038/s41562-020-01046-9.

Pohle, Jennifer, Roland Langrock, Floris M. van Beest, and Niels Martin Schmidt. 2017. "Selecting the Number of States in Hidden Markov Models: Pragmatic Solutions Illustrated Using Animal Movement." *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* 22 (3): 270–93. https://www.jstor.org/stable/26448341.

Puerto-Santana, Carlos, Pedro Larranaga, and Concha Bielza. 2022. "Autoregressive Asymmetric Linear Gaussian Hidden Markov Models." *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 44 (9): 4642–58. https://doi.org/10.1109/TPAMI.2021.3068799.

Rao, Kaushal, William Speier, Yiwen Meng, Jinhan Wang, Nidhi Ramesh, Fenglong Xie, Yujie Su, Benjamin Nowell, Jeffrey Curtis, and Corey Arnold. 2023. "Machine Learning Approaches to Classify Self-Reported Rheumatoid Arthritis Health Scores Using Activity Tracker Data." *JMIR formative research*, April. https://doi.org/10.2196/43107.

Read, Phoebe, Ritan Mehta, Craig Rosenbloom, Elena Jobson, and Katrine Okholm Kryger. 2022. "Elite Female Football Players' Perception of the Impact of Their Menstrual Cycle Stages on Their Football Performance. A Semi-Structured Interview-Based Study." *Science and Medicine in Football* 6 (5): 616–25. https://doi.org/10.1080/24733938.2021.2020330.

Ren, Benny, and Ian Barnett. 2023. "Combining mixed effects hidden Markov models with latent alternating recurrent event processes to model diurnal active-rest cycles." *Biometrics*, April. https://doi.org/10.1111/biom.13865.

Schmalenberger, Katja M., Hafsah A. Tauseef, Jordan C. Barone, Sarah A. Owens, Lynne Lieberman, Marc N. Jarczok, Susan S. Girdler, Jeff Kiesner, Beate Ditzen, and Tory A. Eisenlohr-Moul. 2021. "How to study the menstrual cycle: Practical tools and recommendations." *Psychoneuroendocrinology* 123 (January): 104895. https://doi.org/10.1016/j.psyneuen.2020.104895.

Selye, Hans. 1951. "The General-Adaptation-Syndrome." *Annual Review of Medicine* 2 (1): 327–42. https://doi.org/10.1146/annurev.me.02.020151.001551.

Singer, Judith D., and John B. Willett. 2003. *Applied Longitudinal Data Analysis: Modeling Change and Event Occurrence*. Applied Longitudinal Data Analysis: Modeling Change and Event Occurrence. New York, NY, US: Oxford University Press.

Soumpasis, I., B. Grace, and S. Johnson. 2020. "Real-life insights on menstrual cycles and ovulation using big data." *Human Reproduction Open* 2020 (2): hoaa011. https://doi.org/10.1093/hropen/hoaa011.

Thun, Eirunn, Bjørn Bjorvatn, Elisabeth Flo, Anette Harris, and Ståle Pallesen. 2015. "Sleep, circadian rhythms, and athletic performance." *Sleep Medicine Reviews* 23 (October): 1–9. https://doi.org/10.1016/j.smrv.2014.11.003.

Visser, Ingmar, and Maarten Speekenbrink. 2010. "depmixS4: An R Package for Hidden Markov Models." *Journal of Statistical Software* 36 (August): 1–21. https://doi.org/10.18637/jss.v036.i07.

Wang, Zhiyuan, Chongyuan Bi, Songhui You, and Junjie Yao. 2021. "Hidden Markov Model-Based Video Recognition for Sports." *Advances in Mathematical Physics* 2021 (December): e5183088. https://doi.org/10.1155/2021/5183088.

Résumé

Alors que la performance est généralement jugée sur un temps court et précis, cette thèse offre une approche mathématique rigoureuse pour comprendre la performance des skieurs à travers différentes échelles : la vie, la saison et la compétition. Centrée sur une analyse longitudinale, les travaux sont basés principalement sur des chaînes de Markov et des modèles mixtes pour mettre en évidence les limites du système de détection actuel mais aussi individualiser et quantifier les relations globales inhérentes à la performance en ski. En conceptualisant la performance comme un processus stochastique, les chaînes de Markov ont été essentielles pour estimer les trajectoires de performance des jeunes talents. Cela a permis de mieux comprendre et prévoir le développement et la progression des athlètes. Les modèles mixtes, quant à eux, ont offert une flexibilité permettant d'intégrer à la fois des effets fixes et aléatoires. En caractérisant la fatigue comme un état inconnu, les chaînes de Markov cachées ont été cruciaux pour la gestion de la charge d'entraînement. Cela a offert des perspectives sur la relation entre la charge de travail et la fatigue. Enfin, l'approche dynamique adoptée a guidé une gestion de compétition basée sur des données, en identifiant les variables clés influençant la performance en temps réel. En somme, cette thèse illustre le potentiel des méthodologies mathématiques dans le domaine sportif, mettant en évidence une part dynamique intrinsèque à la performance. En reconnaissant et en quantifiant cette dynamique, nous ouvrons la voie à une optimisation de la performance à court, moyen et long terme, soulignant ainsi l'importance d'une approche dynamique pour décrypter et améliorer la performance sportive en ski.

Abstract

While performance is generally judged over a short and precise period of time, this thesis offers a rigorous mathematical approach to understanding skiers' performance across different scales: life, season and competition. Focusing on a longitudinal analysis, the work is based mainly on Markov chains and mixed models to highlight the limitations of the current detection system but also to individualise and quantify the global relationships inherent in ski performance. By conceptualising performance as a stochastic process, Markov chains have been essential for estimating the performance trajectories of young talent. This has made it possible to better understand and predict the development and progression of athletes. Mixed models, on the other hand, offered the flexibility to incorporate both fixed and random effects. By characterising fatigue as an unknown state, hidden Markov chains have been crucial for training load management. This offered insights into the relationship between workload and fatigue. Finally, the dynamic approach adopted guided data-driven competition management, identifying key variables influencing performance in real time. In sum, this thesis illustrates the potential of mathematical methodologies in sport, highlighting an intrinsic dynamic part of performance. By recognising and quantifying these dynamics, we pave the way for optimising performance in the short, medium and long term, underlining the importance of a dynamic approach to deciphering and improving sports performance in skiing.